

Шифр 129044
(заполняется ответственным
секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету Профессор
(наименование дисциплины)

Муковский
Фамилия И.О. участника Текин Михаил
Алексеевич

Город, № школы (образовательного учреждения) 2. Москва
N 1580

Регистрационный номер 9 класс

Вариант задания 3

Дата проведения «17» февраля 2019 г.

Подпись участника 

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
10	10	15	1	25	25	25				86
			10			25				11154

129044

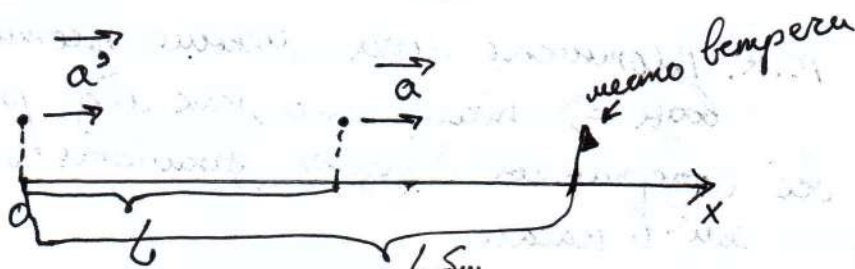
Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

лист 1 из 2

Вариант № 3

N1
Дано:
 L
 a
 $\vec{a} \uparrow \vec{a}$
 \downarrow



Рассмотрим графический случай, когда вторая точка догонит первую в момент времени T .

Возьмём ур-ние координаты точек по оси Ox :

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{ax^2}{2};$$

уточним для обеих точек при $t = T$:
(обе точки покоились $\Rightarrow v_{01} = v_{02} = v_0 = 0$ м/с)

$$L_{\text{буг}} = 0 + 0 + \frac{a^2 T^2}{2};$$

$$L_{\text{буг}} = L + 0 + \frac{aT^2}{2};$$

$$L_{\text{буг}} = \frac{a^2 T^2}{2}; (1)$$

$$L_{\text{буг}} = L + \frac{aT^2}{2}; (2)$$

приравняем правые части (1) и (2), т.к. левые равны

$$\frac{a^2 T^2}{2} = L + \frac{aT^2}{2}; 1 \cdot 2.$$

$$2a^2 T^2 = 2L + aT^2;$$

$$a^2 = a + \frac{2L}{T^2}$$

$$\text{Ответ: } a^2 = a + \frac{2L}{T^2};$$

N2

Дано:

лёд:

$$m_l = 0,3 \text{ кг}$$

$$\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$$

вода:

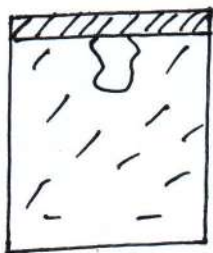
$$\rho_b = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$t = 0^\circ\text{C}$$

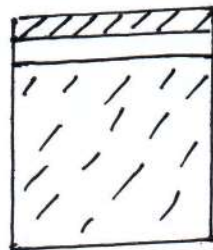
$$V = V_l = 0,001 \text{ м}^3$$

$$\alpha = \frac{V'}{V} = ?$$

①



②



Нам известно, что температура в помещении, где находится сосуд, не изменяется и соответственно выше чем $t = 0^\circ\text{C}$, иначе лёд не растает.

т.к. плотность льда меньше плотности воды \Rightarrow после того, как лёд растает всё содержимое будет занимать меньше объем, чем в начале.

$$1) \quad V_l = \frac{m_l}{\rho_l}; \Rightarrow \text{т.к. } V = V_l + V_b;$$

$$V_b = V - V_l = V - \frac{m_l}{\rho_l};$$

Объём воды, которая была изначально не изменяется. \Rightarrow меняется объём льда на долю объёма воды.

$$m_l = m_b', \text{ где } \left. \begin{aligned} m_l &= \rho_l V_l \\ m_b' &= \rho_b V_b' \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$V_b' = \frac{\rho_l}{\rho_b} V_l = \frac{m_l}{\rho_b};$$

$$V' = V_b + V_b' = V - \frac{m_l}{\rho_l} + \frac{m_l}{\rho_b} = \frac{V \rho_l \rho_b - m_l \rho_b + m_l \rho_l}{\rho_l \rho_b};$$

$$\alpha = \frac{V'}{V} = \frac{V \rho_l \rho_b - m_l \rho_b + m_l \rho_l}{V \rho_l \rho_b}.$$

$$\alpha = \frac{0,001 \cdot 900 \cdot 1000 - 0,3 \cdot 1000 + 0,3 \cdot 900}{0,001 \cdot 1000 \cdot 900} = 0,966 (96,6\%)$$

Ответ: $\alpha = 0,966 (96,6\%)$

N3

Дано:

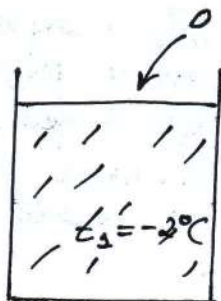
$$m_b = 9822 = 0,982 \text{ кг}$$

$$t_1 = -2^\circ\text{C}$$

$$c_b = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\lambda = 330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} = 330000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

$$m_a = ?$$



После того, как в воду бросят маленький кристаллик льда, вода начнет нагреваться до $t_0 = 0^\circ\text{C}$, а затем пойдет процесс кристаллизации.

Т.к. кристаллик льда маленький \Rightarrow мы можем пренебречь его массой, но его достаточно, чтобы запустить данный процесс.

$$Q_1 = c_b m_b (t_0 - t_1) - \text{нагр. вода при нагревании}$$

$$Q_2 = -\lambda m_a - \text{отдает. некоторая часть воды при кристаллизации.}$$

Ур-ние теплового баланса системы тел:

$$Q_1 + Q_2 = 0.$$

$$c_b m_b (t_0 - t_1) = \lambda m_a = 0.$$

$$m_a = \frac{c_b m_b (t_0 - t_1)}{\lambda}$$

$$m_a = \frac{4200 \cdot 0,982 \cdot (0 - (-2))}{330000} = 0,025 \text{ кг} = 252.$$

Ответ: $m_a = 252$

N4

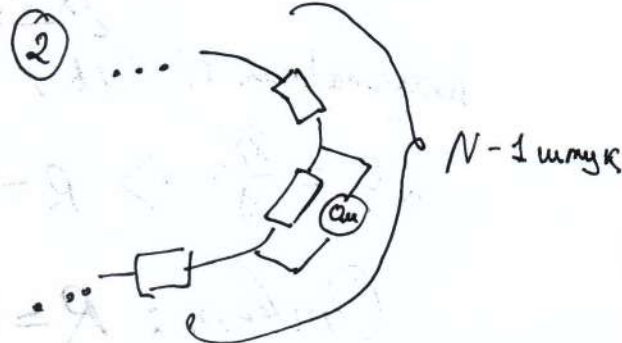
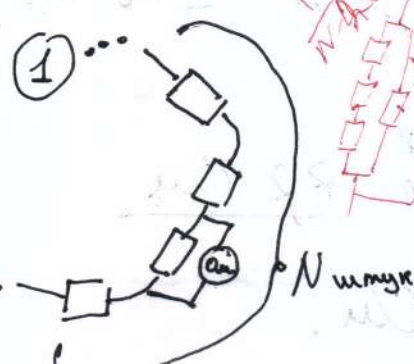
Дано:

$$R_1 = 64 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 63 \text{ Ом}$$

всего N резисторов.

$$R = ?$$



1) R_1 - сопротивление одного резистора, когда в цепи $(N-1)$ резисторов, т.к. мы подключаем один параллельно \Rightarrow через один резистор ток не пойдет

2) R_2 - сопротивление одного резистора, когда в цепи $(N-2)$ резисторов, т.к. ещё один мы закоротим на самого себя.

R - сопротивление одного резистора.

т.к. все резисторы соединены последовательно \Rightarrow

$$R_{\text{общ1}} = R(N-1)$$

$$R_{\text{общ2}} = R(N-2)$$

Но! $\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{R_{\text{общ1}}}{N} \text{ (в цепи всего } N \text{ резисторов)} \\ R_2 = \frac{R_{\text{общ2}}}{N-1} \text{ (в цепи всего } (N-1) \text{ резисторов)} \end{array} \right.$

\Rightarrow мы используем систему ур-ний $\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{R(N-1)}{N} (*) \\ R_2 = \frac{R(N-2)}{N-1} \end{array} \right.$

подставим R_1 и R_2 в данное Замена переменной

$$N-1 = x \Rightarrow N-2 = x-1; N = x+1;$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 64 = \frac{Rx}{x+1} & (1) \\ 63 = \frac{R(x-1)}{x} & (2) \end{cases} \text{ поделим (1) на (2)}$$

$$\frac{\frac{Rx}{x+1}}{\frac{R(x-1)}{x}} = \frac{64}{63} \Leftrightarrow \frac{x^2}{x^2-1} = \frac{64}{63} \Rightarrow$$

$$63x^2 = 64x^2 - 64$$

$$x^2 = 64$$

$$\begin{cases} x = -8 \\ x = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow N-1 = 8 \Rightarrow \boxed{N=9}$$

подставим N в (*)

$$64 = \frac{8R}{9} \Rightarrow R = \frac{9}{8} \cdot 64 = 72 \text{ Ом}$$

Ответ: $R = 72 \text{ Ом}$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр 129044

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Лист № 2 из 2

Вариант № 3

№ 5

Дано:

$$\tau = 8 \text{ мин}$$

закалкующую
минуту

$$\eta = 0,2$$

Q_n - теряется



Изкалалко $Q_{отд\text{ать всего}}$ - кол-во
теплоты, которое надо отдать, чтобы
начался процесс кристаллизации
равно:

$$Q_{отд\text{ать всего}} = c m \Delta t, \text{ где } \Delta t - \text{разность температур между}$$

начальной и t° кристаллизации.

Успехом ли = ?

$$Q_n \geq Q_{отд\text{ать всего}}$$

Заметим, что за каждую минуту
будет теряться $\eta = 0,2 (20\%)$ кол-во теплоты,
которое необходимо отдать к началу этой минуты
для начала кристаллизации.

За 1-ую минуту соуд отдает:

$$Q_1 = \eta c m \Delta t$$

За 2-ую:

$$Q_2 = \eta c m \Delta t (1 - \eta)$$

\Rightarrow мы замечаем, что
эти изменения подчиняются
определенному 3-му.

И этот закон в математике назыв. геометрической
прогрессией (в нашем случае убывающей)

И как надо найти сумму всех Q_1, Q_2, \dots, Q_8 , выдел. за
эти 8 минут и сравнить с $Q_{отд\text{ать всего}} = c m \Delta t$

В алгебре эта сумма пишется так:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} (*)$$

Аналогично (*) для нашего случая:

$$Q_{85\%} = \frac{Q_d(2^{18} - 1)}{2^2 - 1}; \text{ где } Q_d = \text{см} \Delta t \cdot \eta^2; \quad \eta^2 = 1 - \eta = 0,8$$

$$\Rightarrow Q_{85\%} = \frac{0,8 \cdot \text{см} \Delta t \cdot 0,83}{-0,8} = 0,25 \text{ см} \Delta t \cdot 0,83 \text{ см} \Delta t$$

Сравним Q_8 и $Q_{отпавс}$ всего.

$$Q_{85\%} = 0,83 \text{ см} \Delta t$$

$Q_{85\%} \vee Q_{отпавс}$ всего

$$0,23 \text{ см} \Delta t \neq \text{см} \Delta t$$



$0,23 \neq 1 \Rightarrow$ Процесс кристаллизации $Q_{85\%} = 0,83$ не начнется и $Q_{отпавс} = 0,85 \text{ см} \Delta t$ ~~не~~ включится при охлаждении кристаллизации \Rightarrow

Да, успеют !! Засте заморозится.

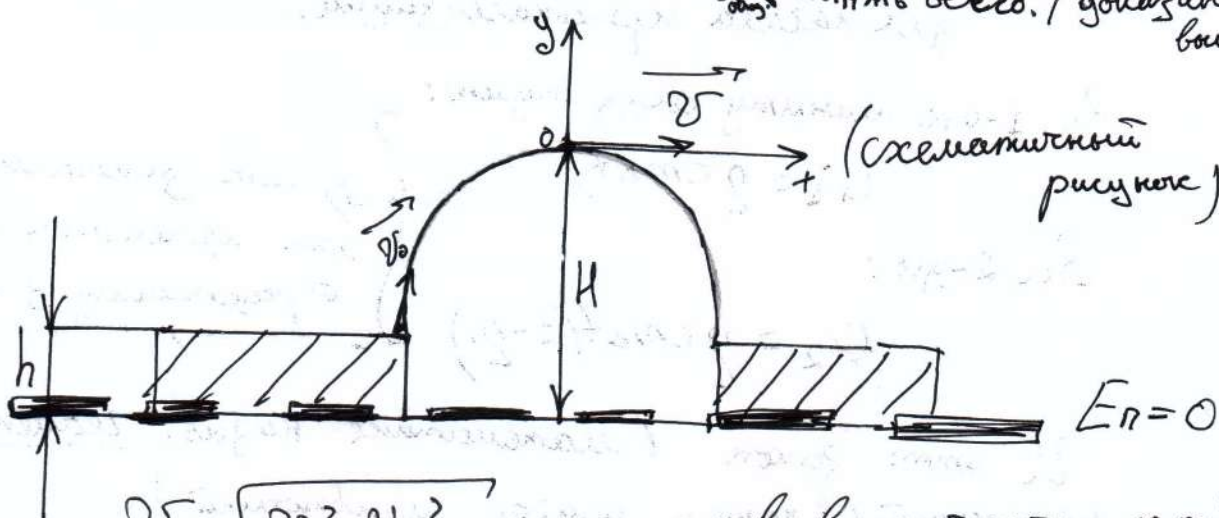
Ответ: ~~да, успеют~~ не успеют, т.к. $Q_{85\%} \neq Q_{отпавс}$ всего. / доказано выше)

N6.

Дано:

$$\begin{aligned} h &= 5 \text{ м} \\ H &= 30 \text{ м} \\ v_x &= 20 \text{ м/с} \\ g &= 10 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

$$v_0 = ?$$



$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, но т.к. в верхней точке параболы скорость может быть направлена только горизонтально \Rightarrow

$$v_y = 0 \Rightarrow$$

$$v = v_x = 20 \text{ м/с}.$$

В данном случае на камень тело извне не действует, только сила тяжести \Rightarrow мы можем считать, что тело жерсно нигде не трется. \Rightarrow Его полная механическая энергия не изменяется.

$$\Rightarrow W_1 = W_2 = \text{const.}$$

На рисунке мы выбрали уровень отсчета потенциальной энергии, а именно, мы будем её считать от уровня воды.

$$W_1 = \frac{m v_0^2}{2} + mgh; \text{ где } E_{\text{к}} = \frac{m v_0^2}{2}; E_{\text{п}} = mgh;$$

$$W_2 = \frac{m v_x^2}{2} + mgH; \text{ где } E_{\text{к}} = \frac{m v_x^2}{2}; E_{\text{п}} = mgH;$$

$$\Rightarrow \frac{m v_0^2}{2} + mgh = \frac{m v_x^2}{2} + mgH; \quad | : m \cdot 2.$$

$$v_0^2 + 2gh = v_x^2 + 2gH;$$

$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + 2g(H-h)}$$

$$v_0 = \sqrt{20^2 + 2 \cdot 10(30-5)} = \underline{\underline{30 \text{ м/с}}}.$$

Ответ: $v_0 = 30 \text{ м/с}$. (скорость в начале или конце потока)

Ситуационная задача.

Дано:
 $M = 1000 \text{ кг.}$
 $V = 0,55 \text{ м}^3$
 $V_{\text{плз}} = 0,05 \text{ м}^3$
 $C_y = 0,8$

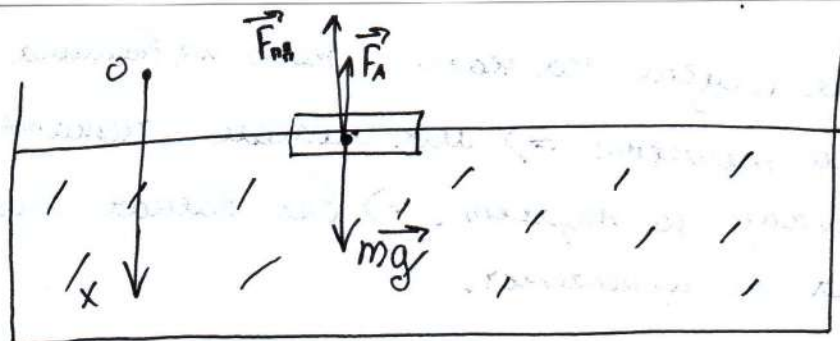
$$F_{\text{пг}} = C_y S_{\text{крыш}} \frac{\rho v^2}{2};$$

— по условию.

схематический рисунок:



$$\begin{aligned} S &= 0,1 \text{ м}^2 \\ \rho_b &= 1000 \text{ кг/м}^3 \\ u &=? \end{aligned}$$



Запишем условие равновесия сил в бочке:

$$\vec{mg} + \vec{F}_A + \vec{F}_{н\pi} = 0.$$

$$\text{ок: } mg - F_A - F_{н\pi} = 0.$$

$$mg = F_A + F_{н\pi}; \text{ где } F_A = \rho_b g V_1; \\ F_{н\pi} = C_y S \frac{\rho_b u^2}{2}; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mg = \rho_b g V_1 + C_y S \frac{\rho_b u^2}{2} \quad | \cdot 2.$$

$$2mg - 2\rho_b g V_1 = C_y S \rho_b u^2;$$

$$u^2 = \frac{2g(m - \rho_b V_1)}{C_y S \rho_b}, \text{ где } V_1 = V + V_{н\pi}.$$

$$\Rightarrow u = \sqrt{\frac{2g(m - \rho_b(V + V_{н\pi}))}{C_y S \rho_b}}$$

$$u = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 (1000 - 1000(0,55 + 0,05))}{0,8 \cdot 0,1 \cdot 1000}} = \sqrt{\frac{8000}{80}} = \sqrt{100} = \\ = \underline{\underline{10 \text{ м/с}}}.$$

Ответ: $u = 10 \text{ м/с}.$