Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 129043

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету Физика

(наименование дисциплины)

(Профессор Жуковский)

Фамилия И.О. участника Поляков Александр Алексеевич

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Москва; лицей N 1580

Регистрационный номер 9 класс

Вариант задания 3

Дата проведения «17» февраля 2019 г.

Подпись участника [signature]

Лист 1 из 2

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

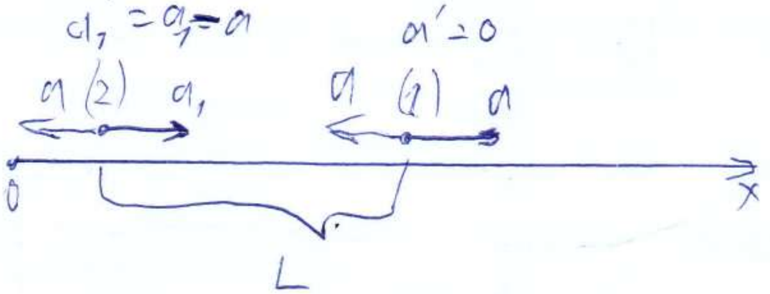
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
10	10	15	15	25	25	30				100
										130

Шифр 129043

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 3

N 1



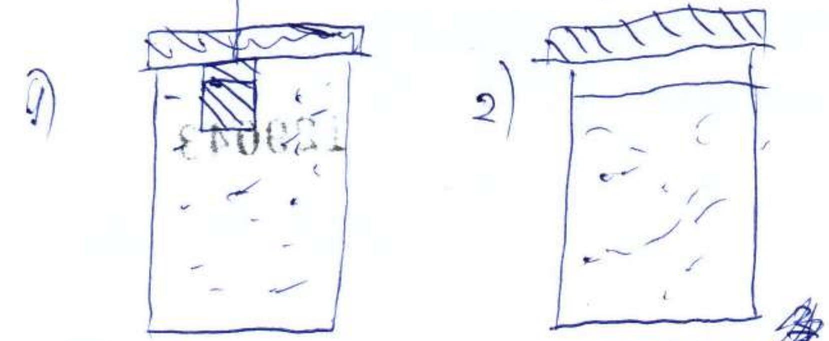
Дано: 2 мат. точки
ускорение первой – a;
$t \leq \tau$; L
Найти a_1

Решение:
перейдём в систему отсчёта, связанную с (1) точкой, тогда:
НСО – точка (1)
ПСО – Земля
Тело – точка (2)

Закон сложения скоростей
$$\vec{v}_{абс} = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_{пер}$$
Продифференцируем по времени:
$\vec{a}_{абс} = \vec{a}_{отн} + \vec{a}_{пер}$; они сонаправлены с осью =>

OX:
$a_1' = a_1 - a$
$a' = a - a = 0$ => в этой системе точка (2) должна пройти расстояние L с ускорением $a_1 - a$ =>
Динамическое уравн. движения: (за время τ)
$$\frac{(a_1 - a)\tau^2}{2} \geq L \Rightarrow a_1 \geq \frac{2L}{\tau^2} + a$$

N 2



Дано: $\rho_в = 1000 кг/м^3$

$\rho_л = 900 кг/м^3$

$m_л = 0,3 кг$

$t = 0°C$; $V = 1л = 0,001 м^3$

Найти: η

~~Если t комнаты ≤ 0, то ответ: лёд не растает~~

Решение: (при $t_{комнаты} > 0$)

• Запишем изначальный полный объем: (он = V = 1л)

$V = V_в + V_л = V_в + \frac{m_л}{\rho_л}$, где $V_в$ – изначальный объём воды, $V_л$ – изначальный объём льда

$V_в = V - \frac{m_л}{\rho_л}$ – с этой водой ничего не происходило

(x) $V' = V_{л-в} + V_в = V_{л-в} + V - \frac{m_л}{\rho_л}$ (x) где $V_{л-в}$ – объём воды, образовавшейся после таяния льда

• По з-ну сохранения в-ва:

$m_л = m_{л-в}$

$\rho_л V_л = \rho_в V_{л-в}$

$V_{л-в} = \frac{\rho_л V_л}{\rho_в}$ => подставим в (x)

$m_{л-в}$ – масса воды, получившейся из льда

(x) $V' = V_{л-в} + V - \frac{m_л}{\rho_л} = \frac{\rho_л V_л}{\rho_в} + V - \frac{m_л}{\rho_л}$ (+)

по условию:

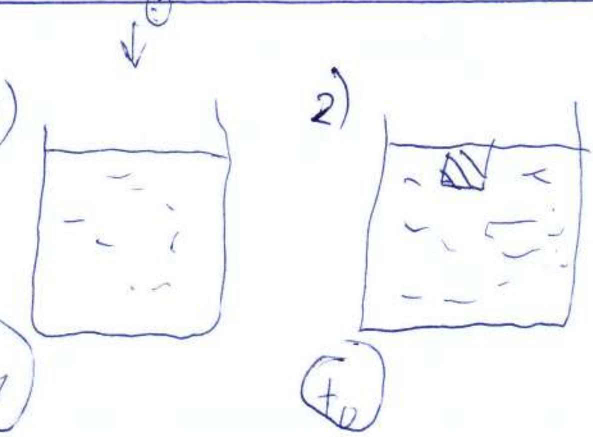
$$\eta = \frac{V'}{V} = \frac{V - \frac{m_л}{\rho_л} + \frac{\rho_л V_л}{\rho_в}}{V} = \frac{V - \frac{m_л}{\rho_л} + \frac{\rho_л}{\rho_в}\cdot\frac{m_л}{\rho_л}}{V} = \frac{V - \frac{m_л}{\rho_л} + \frac{m_л}{\rho_в}}{V} =$$

$$= \frac{V - \frac{m_л(-\rho_л + \rho_в)}{\rho_л\rho_в}}{V} = 1 - \frac{m_л(-\rho_л+\rho_в)}{V\cdot\rho_л\rho_в} = \boxed{1 - \frac{m_л(\rho_в - \rho_л)}{V\rho_л\rho_в}}$$

$\eta = 1 - \frac{0,3\cdot(100)}{0,001\cdot 900\cdot 1000} = \frac{29}{30} \approx 0,9(6)$; $\eta' = \frac{V_в}{V} = \frac{2}{3}$ (при $t \le 0$)

Ответ: 0,9(с); $\boxed{1-\frac{m_л(\rho_в-\rho_л)}{V\cdot\rho_л\cdot\rho_в}}$ при $t_к \geq 0$; $t_к < 0$

N3



Дано: $m = 982$ г

$t_1 = -2°C$ $t_0 = 0°C$

$c = 4200 \frac{Дж}{кг\cdot°C}$

$\lambda = 330000 \frac{Дж}{кг}$

Найти: m_x

Решение: (кристаллизация происходит при $t = t_0$)

лёд — центр кристаллизации; его масса → 0 ⇒ вода охлаждает часть себя; тогда: Пусть заморозилось m_x грамм льда, тогда:

$Q_1 = m_x \lambda$ — отдаёт m_x воды при замерзании

$Q_2 = m_x c \Delta t$ — получает m_x воды при нагревании

$Q_3 = (m - m_x) c \Delta t$ — получает $m - m_x$ воды при нагревании

$Q_1 = Q_2 + Q_3 \Rightarrow m_x \lambda = m c \Delta t \Rightarrow$

$m_x = \frac{m c \Delta t}{\lambda}$, где $\Delta t = t_0 - t_1 \Rightarrow$

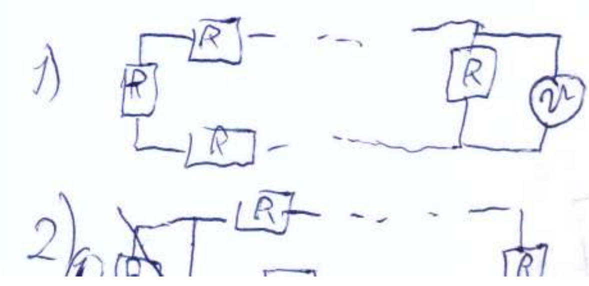
$$\boxed{m_x = \frac{m c (t_0 - t_1)}{\lambda}}$$ (+)

$m_x = \frac{982 \cdot 4200 \cdot (0-(-2))}{330000}$

$m_x \approx 25$ г

Ответ: 25 г (0,025 кг); $\frac{m c \Delta t}{\lambda}$

N4



Дано: $R_1 = 64$

$R_2 = 63$;

Найти: R

Решение:

1) Когда омметр подключают к 1 резистору, имеем цепь, в которой R подключено параллельно $(N-1)R$, т.к $(N-1)$ резисторов подключены последовательно (по з-ну Ома)

2) ~~закор~~ Закоротив 1 резистор получим аналогичную схему, но (т.к исключили резистор (1), см. рисунок) то имеем ~~...~~ R подключено параллельно $(N-2)R$ (по з-ну Ома). =>

Составим систему уравнений (по з-ну Ома)

$$\begin{cases} \frac{1}{R_1} = \frac{1}{(N-1)R} + \frac{1}{R} \\ \frac{1}{R_2} = \frac{1}{(N-2)R} + \frac{1}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{R(N-1)}{N} & (1) \\ R_2 = \frac{R(N-2)}{N-1} & (2) \end{cases}$$

Разделим одно на другое

ЗП:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{(N-1)^2}{N(N-2)}, \quad \text{Пусть } N-1 = x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{x^2}{x^2-1} \Rightarrow x^2R_1 - R_1 = x^2R_2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2(R_1-R_2) = R_1 \Rightarrow x = +\sqrt{\frac{R_1}{R_1-R_2}}$$

(отрицательный корень не физичен)

ОЗП

$$N = x+1 = 1+\sqrt{\frac{R_1}{R_1-R_2}}$$

+

уравнение (1):

$$R = \frac{NR_1}{N-1} = \boxed{\frac{\left(1+\sqrt{\frac{R_1}{R_1-R_2}}\right)R_1}{\sqrt{\frac{R_1}{R_1-R_2}}}}$$

$$R = \frac{\left(1+\sqrt{\frac{64}{64-63}}\right)\cdot 64}{\sqrt{\frac{64}{64-63}}} = 72 \text{ Ом}$$

Ответ: ... $\left(1+\sqrt{\frac{R_1}{R_1-R_2}}\right)R_1$ ...

Лист 2 из 2

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр 129043

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 3

N5

Дано: $\tau = 8$ мин

$\eta = 20\%$

Найти: Успеют ли донести?

Решение:

Пусть изначальное кол-во теплоты $= Q$. Заметим, что теплота в стакане теряется по з-ну, аналогичному сумме геометрической прогрессии, запишем потерянную теплоту:

$Q_П = S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$; где $a_1 = \eta Q$; $q = \eta$; $n = \tau \Rightarrow$

$\Rightarrow Q_П = \frac{\eta Q(1-\eta^\tau)}{1-\eta}$; учёные успеют донести сосуд, если величина $Q - Q_П > 0 \Rightarrow$ подставим числа

$\boxed{Q - \frac{\eta Q(1-\eta^\tau)}{1-\eta}} = Q - \frac{0{,}2Q(1-0{,}2^8)}{0{,}8} \approx 0{,}75Q$, т.к. $Q > 0 \Rightarrow$ успеют

$\Rightarrow$ Необходимое и достаточное условие: $1 - \frac{\eta(1-\eta^\tau)}{1-\eta} \geq 0$

Ответ: да, успеют; $1 - \frac{\eta(1-\eta^\tau)}{1-\eta} > 0$

N6

Дано: $v_x = 20$ м/с
$H = 30$ м; $h = 5$ м
$g = 10$ м/с^2
Найти: v

Решение:
На тело (машину) действует только сила тяжести, консервативная сила => применим закон сохранения энергии =>

Oy: ЗСЭ:

$\frac{mv_y^2}{2} = mg\Delta h$; где v_y – скорость (проекция v на ось Oy)
m – масса машины; Δh – разность уровней начала и конца движения
$\Delta h = H - h$

$\frac{\cancel{m}v_y^2}{2} = \cancel{m}g(H-h)$

$\boxed{v_y = \sqrt{2g(H-h)}}$

v_x' – постоянна (нет сопротивления движению) + $v_x' = v_x$, т.к. имеем состояние невесомости (из-за которого скорость машины – величина постоянная)

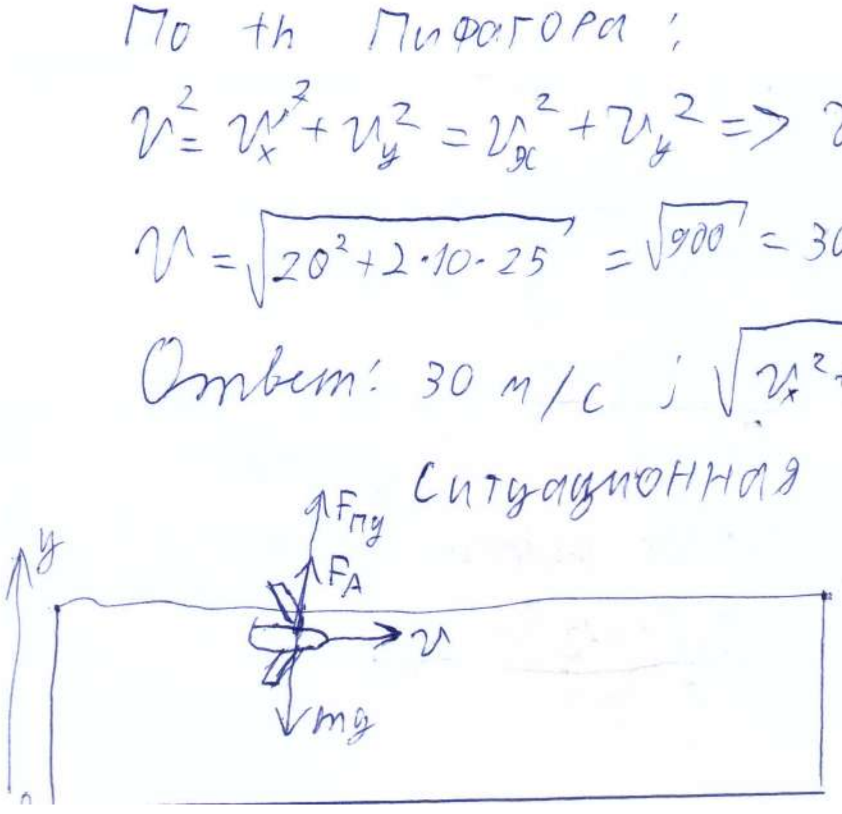
По th Пифагора:

$v^2 = v_x'^2 + v_y^2 = v_x^2 + v_y^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \boxed{\sqrt{v_x^2 + 2g(H-h)}}$

$v = \sqrt{20^2 + 2\cdot 10\cdot 25} = \sqrt{900} = 30$ м/с

Ответ: 30 м/с; $\sqrt{v_x^2 + 2g(H-h)}$ +

Ситуационная задача.



Дано: $C_y = 0{,}8$
$S_{2\,крыльев} = 0{,}1$ м^2
$\rho = 1000$ кг/м^3,
$V = 0{,}55$ м^3; $V_в = 0{,}05$ м^3
$m = 1000$ кг

Найти: V

Решение:

Запишем равновесие тела по оси y:

$F_A + F_{пд} = mg$ (по условию сила тяжести уравновешивает подъемную силу и силу Архимеда)

$F_{пд} = mg - F_A$; Но $F_A = \rho g V_{погр}$; $F_{пд} = C_y S_{крыла} \frac{\rho v^2}{2}$

$$C_y S_{крыла} \frac{\rho v^2}{2} = mg - \rho g V_{погр}$$

$$v^2 = \frac{2(mg - \rho g V_{погр})}{\rho C_y S_{крыла}} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2g(m - \rho V_{погр})}{\rho C_y S_{крыла}}}$$, где $S_{крыла} = S_{2 крыльев}$

$V_{погр} = V + V_в$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2g(m - \rho(V+V_в))}{S_{2 крыльев} \cdot \rho \cdot C_y}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2g(m - \rho(V+V_в))}{S_{2 крыльев} \cdot \rho \cdot C_y}} = \sqrt{\frac{20 \cdot (1000 - 1000(0{,}55 + 0{,}05))}{0{,}1 \cdot 1000 \cdot 0{,}8}} =$$

30

$$= \sqrt{\frac{20 \cdot 400}{80}} = 10 \text{ м/с}$$

Ответ: 10 м/с; $\sqrt{\frac{2g(m - \rho(V+V_в))}{S_{2 крыльев} \cdot \rho \cdot C_y}}$

N 5

Дано: $\tau = 8$ мин

$\eta = 0{,}2$

Найти: Успеют ли донести:

Решение:

Пусть Q – нужно охладить; $Q>0$
кол-е тепоты

Тогда, если смогут донести, то

Запишем Q потерь; (затем превратим Q в прогрессию) $Q_{потерь} \geq 0$

$Q_{1\,потерь} = \eta Q + (1-\eta) Q \eta + Q(1-\eta-(1-\eta)\eta)\eta + \ldots$ $\quad (1-\eta)\cdot(1-\eta)$

$+ Q_{потерь\ 3}$; заметим, что каждая последующая потеря $= (1 -$ предыдущая потеря$)\eta$

$Q_{потерь} = Q_1 + (1-Q_1)\eta + (1-Q_1-(1-Q_1)\eta) + \ldots$

$Q - Q_{потерь}$; $\geq 0{,}83$

$Q - Q_{потерь} > 0$ $\quad \boxed{Q_{потерь} = \dfrac{Q\cdot(1-(1-\eta)^{\tau})}{1-(1-\eta)} \leq 1}$

Ответ: да, успеют; $\dfrac{1-(1-\eta)^{\tau}}{\eta} \leq 1$