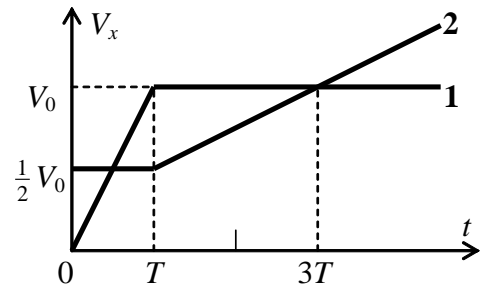


Второй (заключительный) этап олимпиады школьников
«Шаг в будущее» для 8-10 классов по общеобразовательному предмету
«Физика», 10 класс, весна 2018 г.

Вариант №14

1. (20 баллов) На рисунке даны зависимости скоростей двух гоночных автомобилей, движущихся по прямолинейному треку, от времени t . Координатная ось x направлена вдоль трека. Начало координат совпадает с положением автомобилей в начальный момент времени: $x_1(0) = x_2(0) = 0$.



Найдите моменты времени, в которые автомобили поравняются.

2. (20 баллов) Гидравлический пресс с двумя поршнями разного диаметра закреплен на бетонном полу в цехе. К штокам поршней прижаты два ящика. Масса левого ящика (№1) относится к массе правого ящика (№2) как 2:1. Минимальная сила, которую нужно приложить к левому ящику, чтобы сдвинуть оба ящика вправо, равна F_1 (рис. а). Аналогично, к правому ящику необходимо приложить силу, не меньшую F_2 (рис. б), чтобы сдвинуть оба ящика влево. Какую минимальную силу F необходимо приложить, чтобы сдвинуть оба этих ящика, стоящих вплотную друг к другу (рис. в)? Учитывать трение только между ящиками и полом.

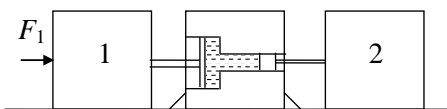


Рис. а

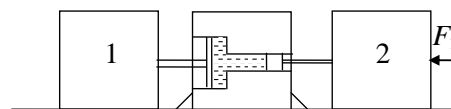


Рис. б

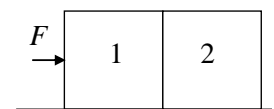
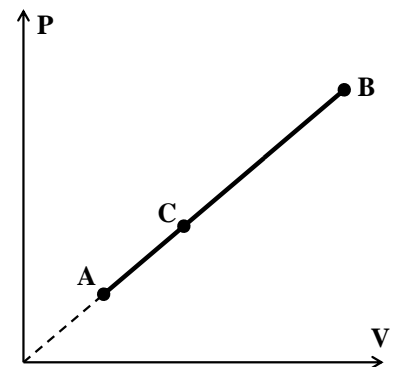


Рис. в

3. (20 баллов) С идеальным газом совершают процесс А-С-В, изображенный на рисунке. Температура газа в состоянии А равна T , а в состоянии В – $9T$. Определите температуру газа в состоянии С, если известно, что точка С делит отрезок АВ в отношении $AC : CB = 1 : 2$.



4. (20 баллов) В закрытом сосуде объема $V = 15$ л находится воздух при температуре $t_1 = 7^\circ\text{C}$ и давлении $p_1 = 2,0 \cdot 10^4$ Па. В сосуд впрыскивают $m = 15$ г воды, а затем содержимое сосуда нагревают до температуры $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Какими будут при этой температуре давление влажного воздуха и его относительная влажность?

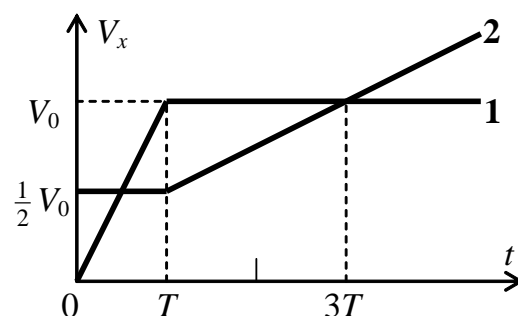
5. (20 баллов) Планетарная модель Резерфорда описывает не только атом водорода, но и положительно заряженные ионы, содержащие только один электрон. В этой модели электрон вращается по окружности вокруг неподвижного ядра. Рассмотрим планетарную модель иона лития Li^{2+} . Считая кинетическую энергию электрона известной и равной E_k , определите полную энергию иона. Заряд электрона равен $-e$, а ядра иона лития $+3e$.

Основные физические постоянные: $g = 10$ м/с²,

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹; $R = 8,31$ Дж/(К·моль).

Решение и критерии оценивания варианта №14

1. (20 баллов) На рисунке даны зависимости скоростей двух гоночных автомобилей, движущихся по прямолинейному треку, от времени t . Координатная ось x направлена вдоль трека. Начало координат совпадает с положением автомобилей в начальный момент времени: $x_1(0) = x_2(0) = 0$.



Найдите моменты времени, в которые автомобили поравняются.

Ответ. $t_1 = T$, $t_2 = 5T$.

Решение.

а) $t \in [0, T]$. Точка 1 движется равноускоренно с ускорением $a_1 = \frac{v_0}{T}$, координата $x_1(t) = \frac{a_1 t^2}{2}$. Точка 2 движется равномерно, ее координата $x_2(t) = \frac{v_0}{2} t$. Условие встречи: $x_1(t_1) = x_2(t_1)$, \Rightarrow первая встреча в момент $t_1 = T$.

б) $t \in [T, \infty)$. Точка 1 движется равномерно, $x_1(t) = \frac{v_0 T}{2} + v_0(t - T)$. Точка 2 движется с ускорением $a_2 = \frac{v_0 - \frac{1}{2}v_0}{3T - T} = \frac{v_0}{4T}$, при этом ее координата изменяется по закону $x_2(t) = \frac{v_0 T}{2} + \frac{v_0}{2}(t - T) + \frac{a_2(t - T)^2}{2}$. Вторая встреча произойдет, если $x_1(t_2) = x_2(t_2)$. Такое t_2 существует и равно $t_2 = 5T$.

Критерии оценивания задачи 1.

1	Записаны уравнения для координат обоих автомобилей при $t \in [0, T]$	2 балла (по 1 баллу за каждую формулу)
2	Записаны уравнения для координат обоих автомобилей при $t \in [T, \infty)$	2 балла (по 1 баллу за каждую формулу)
3	Записано условие встречи	1 балл
4	Получен момент первой встречи t_1	от 1 до 5 баллов
5	Получен момент второй встречи t_2	от 1 до 10 баллов

2. (20 баллов) Гидравлический пресс с двумя поршнями разного диаметра закреплен на бетонном полу в цехе. К штокам поршней прижаты два ящика. Масса левого ящика (№1) относится к массе правого ящика (№2) как 2:1. Минимальная сила, которую нужно приложить к левому ящику, чтобы сдвинуть оба ящика вправо, равна F_1 (рис. а). Аналогично, к правому ящику необходимо приложить силу, не меньшую F_2 (рис. б), чтобы сдвинуть оба ящика влево. Какую минимальную силу F необходимо приложить, чтобы сдвинуть оба этих ящика, стоящих вплотную друг к другу (рис. в)? Учитывать трение только между ящиками и полом.

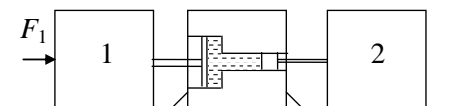


Рис. а

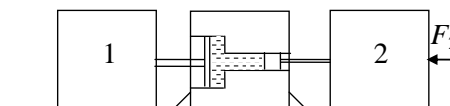


Рис. б

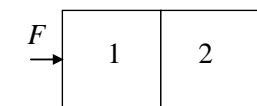


Рис. в

Ответ.
$$F = \frac{3F_1F_2}{F_1 + 2F_2}.$$

Решение

Пусть массы ящиков m_1 и m_2 . Тогда

Рис. а. Для левого ящика: $F_1 = \mu m_1 g + F_{д1}$, для правого ящика $F_{д2} = \mu m_2 g$,

$$\frac{F_{д1}}{S_1} = \frac{F_{д2}}{S_2}, \text{ где } F_{д1} \text{ и } F_{д2} - \text{силы давлений на левый и правый поршни гидравлического}$$

пресса, S_1, S_2 – площади левого и правого поршней соответственно. \Rightarrow

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{F_{д1}}{F_{д2}} = \frac{F_1 - \mu m_1 g}{\mu m_2 g}$$

Рис. б. Для правого ящика: $F_2 = \mu m_2 g + F'_{д2}$, для левого ящика $F'_{д1} = \mu m_1 g$,

$$\frac{F'_{д1}}{S_1} = \frac{F'_{д2}}{S_2}, \text{ где } F'_{д1} \text{ и } F'_{д2} - \text{силы давлений на левый и правый поршни гидравлического}$$

пресса $\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\mu m_1 g}{F_2 - \mu m_2 g}.$

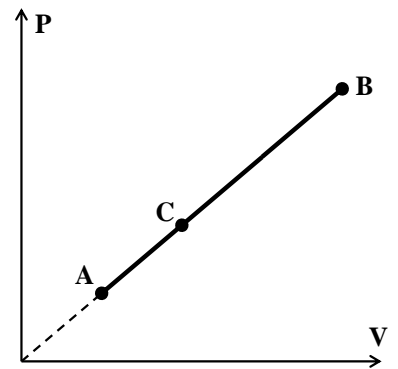
Приравнивая отношения площадей и учитывая, что $m_1 = 2m, m_2 = m, F = 3\mu m g$,

$$F = \frac{3F_1F_2}{F_1 + 2F_2}.$$

Критерии оценивания задачи 2.

1	Записаны уравнения 2 закона Ньютона для каждого ящика (в случае <i>a</i>)	От 1 до 2 баллов за каждое уравнение (всего 4 балла)
2	Записано условие равенство давлений для поршней гидравлического пресса (в случае <i>a</i>)	от 1 до 2 баллов
3	Записаны уравнения 2 закона Ньютона для каждого ящика (в случае <i>b</i>)	От 1 до 2 баллов за каждое уравнение (всего 4 балла)
4	Записано условие равенство давлений для поршней гидравлического пресса (в случае <i>b</i>)	от 1 до 2 баллов
5	Записаны уравнения 2 закона Ньютона в случае <i>в</i>	1 балл
6	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получен ответ	от 1 до 7 баллов

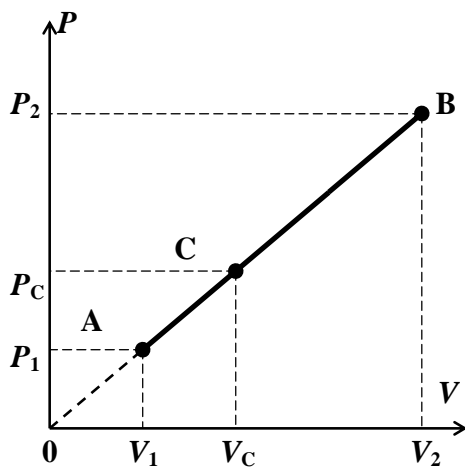
3. (20 баллов) С идеальным газом совершают процесс А-С-В, изображенный на рисунке. Температура газа в состоянии А равна T , а в состоянии В – $9T$. Определите температуру газа в состоянии С, если известно, что точка С делит отрезок АВ в отношении $AC : CB = 1 : 2$.



Ответ. $T_C = \frac{25}{9}T$.

Решение

Решим общую задачу, когда температура в состоянии А равна T_1 , а в состоянии В – T_2 , $AC : CB = 1 : n$ (см. рис.). При этом



$$P_C V_C = \nu R T_C.$$

Т.к. $P = kV$, то $P_1 = kV_1$, $P_2 = kV_2$, $P_C = kV_C$.

Откуда получим

$$\begin{cases} kV_1^2 = \nu R T_1, \\ kV_2^2 = \nu R T_2, \\ kV_C^2 = \nu R T_C. \end{cases} \Rightarrow kV_1 V_2 = \nu R \sqrt{T_1 T_2}.$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1,$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2,$$

Т.к. $AC : CB = 1 : n$, то, пользуясь теоремой об отрезках, которые отсекаются на сторонах угла параллельными прямыми, получим

$$\frac{V_C - V_1}{V_2 - V_C} = \frac{AC}{CB} = \frac{1}{n}, \Rightarrow V_C = \frac{nV_1 + V_2}{n+1}. \text{ Аналогично } P_C = \frac{nP_1 + P_2}{n+1}. \text{ Тогда}$$

$$\nu RT_C = kV_C^2 = k \frac{(nV_1 + V_2)^2}{(n+1)^2} = \frac{n^2kV_1^2 + 2nkV_1V_2 + kV_2^2}{(n+1)^2} = \frac{\nu R(n^2T_1 + 2n\sqrt{T_1T_2} + T_2)}{(n+1)^2}.$$

$$\Rightarrow T_C = \frac{(n\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2})^2}{(n+1)^2}.$$

Т.к. в данном варианте $T_1 = T$, $T_2 = 9T$, $n = 2$, $\Rightarrow T_C = \frac{25}{9}T$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются прибавляем количество баллов, если	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 20 баллов)
1	Записаны уравнения состояния в точках А, В и С	1 балл за каждое уравнение (всего 3 балла)
2	Для решения задачи используется пропорциональность давления и объема	2 балла
3	Получены уравнения связывающие объем в точке С и объемы в точках А и В (или аналогичные уравнения для давлений) любым способом	от 1 до 5 баллов
4	Сделаны необходимые алгебраические преобразования и получен ответ	от 1 до 10 баллов

4-14. (20 баллов) В закрытом сосуде объема $V = 15$ л находится воздух при температуре $t_1 = 7^\circ\text{C}$ и давлении $p_1 = 2,0 \cdot 10^4$ Па. В сосуд впрыскивают $m = 15$ г воды, а затем содержимое сосуда нагревают до температуры $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Какими будут при этой температуре давление влажного воздуха и его относительная влажность?

Ответ. $\varphi = \frac{P_{\text{пара}}}{P_{\text{насыщ.пара}}} = 1 (100\%)$, $P = P_1 \frac{T_2}{T_1} + P_{\text{пара}} = 1,5 \cdot 10^5$ Па .

Решение

$$P_{\text{пара}} = \frac{mRT_2}{\mu V} = 1,72 \cdot 10^5 \text{ Па} > P_{\text{насыщ.пара}} \Rightarrow \text{Пар насыщенный! И}$$

$$P_{\text{пара}} = P_{\text{насыщ.пара}} = 10^5 \text{ Па}$$

$$\varphi = \frac{P_{\text{пара}}}{P_{\text{насыщ.пара}}} = 1 (100\%).$$

$$P = P_1 \frac{T_2}{T_1} + P_{\text{пара}} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (MAX = 20 баллов)
1	Получена формула для давления сухого воздуха при температуре T_2	4 балла
2	Записана формула для давления пара	4 балла
3	Установлено, что пар насыщенный	2 балл
4	Записана формула для влажности	3 балл
5	Проведен численный расчет и получен числовой ответ для влажности	от 1 до 2 баллов
6	Записана формула для давления влажного воздуха	от 1 до 3 баллов
7	Проведен численный расчет и получен числовой ответ с правильными единицами давления влажного воздуха	от 1 до 2 баллов

5-14. (20 баллов) Планетарная модель Резерфорда описывает не только атом водорода, но и положительно заряженные ионы, содержащие только один электрон. В этой модели электрон вращается по окружности вокруг неподвижного ядра. Рассмотрим планетарную модель иона лития Li^{2+} . Считая кинетическую энергию электрона известной и равной E_k , определите полную энергию иона. Заряд электрона равен $-e$, а ядра иона лития $+3e$.

Ответ. $E = -E_k$.

Решение

$$\begin{cases} \frac{mv^2}{r} = k \frac{3e^2}{r^2}, \\ E_k = \frac{mv^2}{2} = k \frac{3e^2}{2r}, \end{cases} \Rightarrow E = \frac{mv^2}{2} - k \frac{3e^2}{r} = E_k - 2E_k = -E_k.$$

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются	Мах. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно. (МАХ = 20 баллов)
1	Записано уравнение движения электрона	от 1 до 3 баллов
2	Записана формула закона Кулона	1 балл
3	Записана формула для кинетической энергии	1 балл
4	Записана формула для полной энергии атома	от 1 до 5 баллов
5	Прделаны необходимые алгебраические преобразования и получен ответ	от 1 до 10 баллов