Второй (заключительный) этап академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету

«Физика», весна 2018 г.

Вариант № 19

З А Д А Ч А 1.

Найдите время, за которое затонет пустая металлическая бочка цилиндрической формы диаметром $D = 1$ м, высотой $c = 2$ м открытая сверху и плавающая в воде в вертикальном положении, если в центре её днища образовалось отверстие диаметром $d = 5$ см.. Первоначально над водой находилась часть бочки высотой $h = 1$ м. Вязкостью воды пренебречь.

З А Д А Ч А 2.

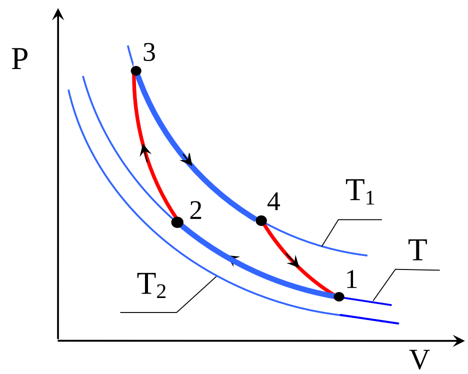
При буксировке водомётного катера по озеру с постоянной скоростью υ сила натяжения буксировочного троса пропорциональна квадрату скорости: $F = k\upsilon^2$, где $k = 10\ H \cdot c^2/м^2$. После того, как трос отцепили и включили двигатель, катер движется с постоянной скоростью, забирая забортную воду и выбрасывая назад струю со скоростью $u = 15\frac{м}{c}$ относительно катера. Площадь поперечного сечения струи $S = 2\ дм^2$. Плотность воды $\rho = 10^3 кг/м^3$ Найдите скорость катера.

З А Д А Ч А 3.

В сосуде с подвижным поршнем находится мыльный пузырь радиуса r. Медленно выдвигая поршень, давление воздуха в сосуде уменьшают так, что радиус пузыря увеличивается вдвое. Найдите давление воздуха в сосуде вне пузыря в этот момент, если давление воздуха в сосуде вне пузыря в исходном состоянии было равно P_0. Процесс считать изотермическим. Коэффициент поверхностного натяжения мыльной плёнки равен σ.

З А Д А Ч А 4.

Рабочее вещество тепловой машины совершает цикл Карно между изотермами T и T_1 ($T_1 > T$). Холодильником является резервуар, температура которого постоянна и равна $T_2 = 300$ К ($T_2 < T$). Теплообмен между рабочим веществом и холодильником осуществляется посредством теплопроводности. Количество теплоты, отдаваемое в единицу времени холодильнику, $q = \alpha(T - T_2)$, где $\alpha = 2\ кВт/К$. Теплообмен рабочего вещества с нагревателем происходит непосредственно при $T_1 = 1200\ К$. Полагая, что продолжительность изотермических процессов одинакова, а адиабатических очень мала, найдите температуру «холодной» изотермы T, при которой мощность N тепловой машины наибольшая. Определите наибольшую мощность тепловой машины.

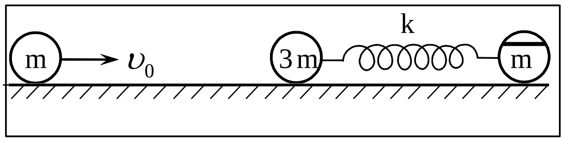


З А Д А Ч А 5.

Длинная сверхпроводящая цилиндрическая катушка индуктивности L и радиуса R, по которой течёт ток I, замкнута накоротко. Витки катушки намотаны плотно, так что можно считать, что поле внутри катушки однородно. Какую работу нужно совершить, чтобы внести в катушку из бесконечности сверхпроводящий цилиндрический стержень, радиус которого равен R/4, а длина равна длине катушки? Оси катушки и стержня параллельны.

З А Д А Ч А 6.

Шарики одинакового размера массы $3m$ и m соединены невесомой пружиной жесткости k и длины L и лежат неподвижно на гладком горизонтальном столе. Шарик массы m разрезан горизонтальной плоскостью на две части. По прямой, соединяющей центры шариков, со скоростью υ_0 движется третий шарик такого же размера, масса которого равна m, и упруго соударяется с шариком массы $3m$. Пренебрегая временем соударения шариков по сравнению с временем деформации пружины, определите минимальное значение коэффициента трения между частями разрезанного шарика, при котором эти части не будут проскальзывать относительно друг друга при дальнейшем движении шариков.



Решение варианта №19

З А Д А Ч А 1.

Ответ: $\boxed{\Delta t = \dfrac{D^2 \cdot h}{d^2\sqrt{2g(c-h)}} \approx 89{,}5\ c}$.

Скорость воды в момент её затекания в бочку $\upsilon = \sqrt{2g(c-h)} \approx 5\text{м}/c$.
Бочка затонет тогда, когда её борта сравняются с поверхностью воды, то есть уровень воды над дном бочки достигнет величины *h*. В этот момент внутри бочки будет объём воды $V = \dfrac{\pi D^2}{4}h = S\upsilon \cdot \Delta t$, где $S = \dfrac{\pi \cdot d^2}{4}$ - площадь отверстия, Δt - искомое время, за которое объём воды в бочке станет равен *V*. Отсюда находим

$$\Delta t = \frac{\pi D^2 \cdot h \cdot 4}{4 \cdot \pi d^2\sqrt{2g(c-h)}} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \cdot \frac{h}{\upsilon} = \frac{400}{4{,}47} \approx 89{,}5\ c$$

З А Д А Ч А 2.

Ответ: $\boxed{\upsilon = 11\ \text{м}/c}$.

Результирующая сила, действующая на катер со стороны воды $F = \rho \cdot S \cdot u(u-\upsilon)$. Она равна силе сопротивления, так как катер по условию движется с постоянной скоростью: $\rho \cdot S \cdot u(u-\upsilon) = k\upsilon^2$. Решая это квадратное уравнение, находим $\upsilon = 11\ \text{м}/c$.

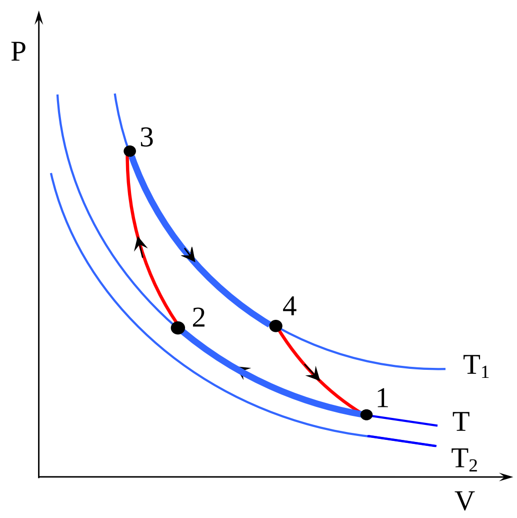
З А Д А Ч А 3.

Ответ: $\boxed{P = \dfrac{P_0}{8} - \dfrac{3\sigma}{2r}}$.

З А Д А Ч А 4.

Ответ: $\boxed{T = \sqrt{T_1 \cdot T_2} = 600\,K}$;

$$\boxed{N_{MAX} = \frac{\alpha}{2}\left(T_1 - 2\sqrt{T_1 \cdot T_2} + T_2\right) = 300\ \text{кВт}}.$$



За время τ холодильник получает количество теплоты, равное $Q_\alpha = \alpha(T - T_2)\tau$.
Коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = \frac{T_1 - T}{T_1}.$$

Полезная работа тепловой машины равна

$$A = Q_H - Q_x = Q_H\left(1 - \frac{T}{T_1}\right) = Q_x\frac{T_1}{T}\left(1 - \frac{T}{T_1}\right) = \alpha(T - T_2)\tau\left(\frac{T_1}{T} - 1\right).$$

Мощность тепловой машины

$$N = \frac{A}{2\tau} = \frac{\alpha}{2}\left(T_1 - \frac{T_2 \cdot T_1}{T} - T + T_2\right).$$

Эта величина достигает максимума при $T = \sqrt{T_1 \cdot T_2} = \sqrt{1200 \cdot 300} = 600\,K$.
Выполнив вычисления, в этом случае получим

$$N_{MAX} = \frac{\alpha}{2}\left(T_1 - 2\sqrt{T_1 \cdot T_2} + T_2\right) = \frac{2}{2}\left(1200 - 2 \cdot 600 + 300\right) = 300 \;\; кВт,$$

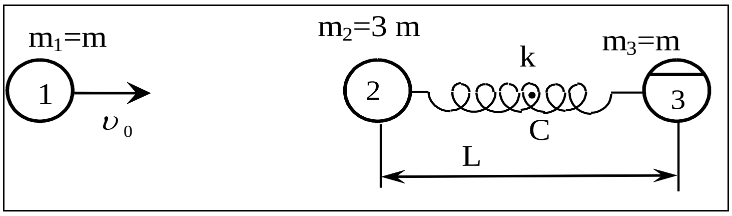
З А Д А Ч А 5.

Ответ: $\boxed{A = \frac{L \cdot I^2}{30}}$.

Искомая работа , равная разности энергий магнитного поля катушки после и до внесения в неё стержня, может быть найдена по формуле $A = \frac{\Phi^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{L_1} - \frac{1}{L}\right)$, где равна $L_1 = L\left(1 - \frac{1}{4^2}\right)$. Тогда работа, которую нужно совершить, чтобы внести в катушку сверхпроводящий стержень, будет равна $A = \frac{L \cdot I^2}{2(4^2 - 1)} = \frac{L \cdot I^2}{30}$.

З А Д А Ч А 6.

Ответ: $\boxed{\mu = \frac{a_3^{\max}}{g} = \frac{\upsilon_o}{4g}\sqrt{\frac{3k}{m}}}$.



Удар центральный абсолютно упругий.

Используя законы сохранения энергии и импульса для абсолютно упругого удара, найдём скорость шарика 2 после удара $\boxed{\upsilon_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_o = \frac{2m}{m + 3m}\upsilon_o = \frac{\upsilon_o}{2}}$.

Амплитудное значение ускорения шарика 3

$$\boxed{a_3^{\max} = \frac{3}{16}\upsilon_o\sqrt{\frac{3m}{k}} \cdot \left(\sqrt{\frac{4k}{3m}}\right)^2 = \frac{\upsilon_o}{4}\sqrt{\frac{3k}{m}}}.$$

Условие начала проскальзывания верхней части шарика относительно нижней :

$\boxed{a_3^{\max} = \mu \cdot g}$, откуда минимальное значение коэффициента трения между частями разрезанного шарика, $\boxed{\mu = \frac{a_3^{\max}}{g} = \frac{\upsilon_o}{4g}\sqrt{\frac{3k}{m}}}$..