

**Второй (заключительный) этап академического соревнования  
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету  
«Физика», весна 2018 г.**

**Вариант № 18**

**ЗАДАЧА 1.**

Найдите время, за которое затонет баржа прямоугольной формы длиной  $a = 40$  м, шириной  $b = 10$  м и высотой  $c = 3$  м, если в центре её днища образовалось отверстие диаметром  $d = 10$  см., а воду не откачивают. Баржа открыта сверху, начальная высота бортов над уровнем воды  $h = 2$  м, груза на ней нет. Вязкостью воды пренебречь.

**ЗАДАЧА 2.**

При буксировке водомётного катера по озеру с постоянной скоростью  $v$  сила натяжения буксировочного троса пропорциональна квадрату скорости:  $F = kv^2$ , где  $k = 5 \text{ Н} \cdot \text{с}^2 / \text{м}^2$ . При работающем двигателе катер движется с постоянной скоростью, забирая забортную воду и выбрасывая назад струю со скоростью  $u = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  относительно катера.

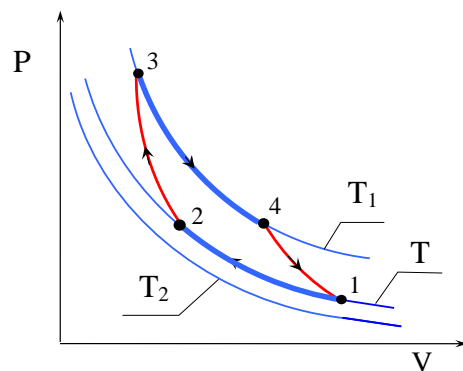
Площадь поперечного сечения струи  $S = 1 \text{ дм}^2$ . Плотность воды  $\rho = 10^3 \text{ кг} / \text{м}^3$ . Найдите скорость катера.

**ЗАДАЧА 3.**

В сосуде с подвижным поршнем находится мыльный пузырь радиуса  $r$ . Медленным вдвиганием поршня воздух в сосуде сжимают так, что радиус пузыря уменьшается в три раза. Найдите давление воздуха в сосуде вне пузыря в этот момент, если давление воздуха в сосуде вне пузыря в исходном состоянии равно  $P_0$ . Процесс считать изотермическим. Коэффициент поверхностного натяжения мыльной плёнки равен  $\sigma$ .

**ЗАДАЧА 4.**

Рабочее вещество тепловой машины совершает цикл Карно между изотермами  $T$  и  $T_1$  ( $T_1 > T$ ). Холодильником является резервуар, температура которого постоянна и равна  $T_2 = 250 \text{ К}$  ( $T_2 < T$ ). Теплообмен между рабочим веществом и холодильником осуществляется посредством теплопроводности. Количество теплоты, отдаваемое в единицу времени холодильнику,  $q = \alpha(T - T_2)$ , где  $\alpha = 1 \text{ кВт} / \text{К}$ . Теплообмен рабочего вещества с нагревателем происходит непосредственно при  $T_1 = 640 \text{ К}$ . Полагая, что продолжительность изотермических процессов одинакова, а адиабатических очень мала, найдите температуру «холодной» изотермы  $T$ , при которой мощность  $N$  тепловой машины наибольшая. Определите наибольшую мощность тепловой машины.

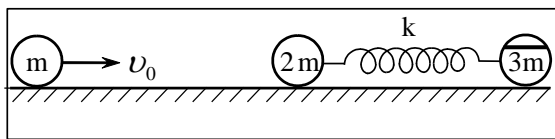


**ЗАДАЧА 5.**

Длинная сверхпроводящая цилиндрическая катушка индуктивности  $L$  и радиуса  $R$ , по которой течёт ток  $I$ , замкнута накоротко. Витки катушки намотаны плотно так что можно считать, что поле внутри катушки однородно. Какую работу нужно совершить, чтобы внести в катушку из бесконечности сверхпроводящий цилиндрический стержень, радиус которого равен  $R/3$ , а длина равна длине катушки? Оси катушки и стержня параллельны.

**ЗАДАЧА 6.**

Шарики одинакового размера массы  $2m$  и  $3m$  соединены невесомой пружиной жесткости  $k$  и длины  $L$  и лежат неподвижно на гладком горизонтальном столе. Шарик массы  $3m$  разрезан горизонтальной плоскостью на две части. По прямой, соединяющей центры шариков, со скоростью  $v_0$  движется третий шарик такого же размера, масса которого равна  $m$ , и упруго соударяется с шариком массы  $2m$ . Пренебрегая временем соударения шариков по сравнению с временем деформации пружины, определите минимальное значение коэффициента трения между частями разрезанного шарика, при котором эти части не будут проскальзывать относительно друг друга при дальнейшем движении шариков.



## Решение варианта №18

### ЗАДАЧА 1.

Ответ:  $\Delta t = \frac{4abh}{\pi d^2 \sqrt{2g(c-h)}} \approx 1,1 \cdot 10^4 \text{ c}$ .

Скорость воды в момент её затекания в баржу  $v = \sqrt{2g(c-h)} \approx 4,47 \text{ м/с}$ .

Баржа затонет тогда, когда её борта сравняются с поверхностью воды, то есть уровень воды над дном баржи достигнет величины  $h$ . В этот момент внутри баржи будет объём воды

$V = abh = Sv \cdot \Delta t$ , где  $S = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$  - площадь отверстия,  $\Delta t$  - искомое время, за которое объём

воды в барже станет равен  $V$ . Отсюда находим  $\Delta t = \frac{4abh}{\pi d^2 \sqrt{2g(c-h)}} \approx 1,1 \cdot 10^4 \text{ c}$ .

### ЗАДАЧА 2.

Ответ:  $v = 14,6 \text{ м/с}$ .

Результирующая сила, действующая на катер со стороны воды  $F = \rho \cdot S \cdot u(u-v)$ . Она равна силе сопротивления, так как катер по условию движется с постоянной скоростью:

$\rho \cdot S \cdot u(u-v) = kv^2$ . Решая это квадратное уравнение, находим  $v = 14,6 \text{ м/с}$ .

### ЗАДАЧА 3.

Ответ:  $P = 27P_0 + \frac{96\sigma}{r}$ .

### ЗАДАЧА 4.

Ответ:  $T = \sqrt{T_1 \cdot T_2} = 400 \text{ K}$ ;

$$N_{MAX} = \frac{\alpha}{2} (T_1 - 2\sqrt{T_1 T_2} + T_2) = 45 \text{ кВт}.$$

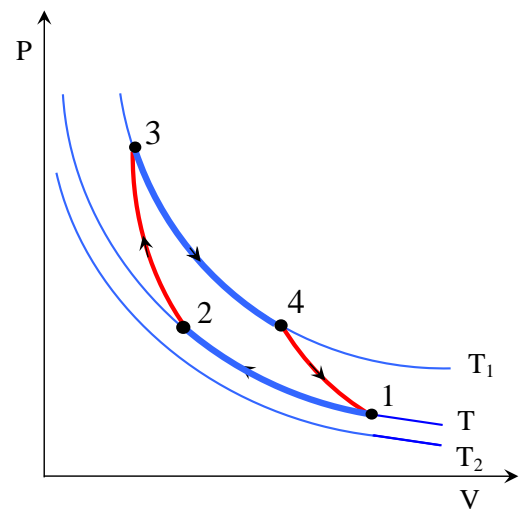
За время  $\tau$  холодильник получает количество теплоты, равное  $Q_x = \alpha(T - T_2)\tau$ .

Коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = \frac{T_1 - T}{T_1}.$$

Полезная работа тепловой машины равна

$$A = Q_H - Q_x = Q_H \left(1 - \frac{T}{T_1}\right) = Q_x \frac{T_1}{T} \left(1 - \frac{T}{T_1}\right) = \alpha(T - T_2)\tau \left(\frac{T_1}{T} - 1\right).$$



Мощность тепловой машины

$$N = \frac{A}{2\tau} = \frac{\alpha}{2} \left( T_1 - \frac{T_2 \cdot T_1}{T} - T + T_2 \right).$$

Эта величина достигает максимума при  $T = \sqrt{T_1 \cdot T_2} = 400 \text{ K}$ .

Выполнив вычисления, в этом случае получим

$$N_{MAX} = \frac{\alpha}{2} \left( T_1 - 2\sqrt{T_1 \cdot T_2} + T_2 \right) = \frac{1}{2} \left( 640 - 2\sqrt{800 \cdot 200} + 250 \right) = 45 \text{ кВт},$$

### ЗАДАЧА 5.

Ответ:  $A = \frac{L \cdot I^2}{16}$ .

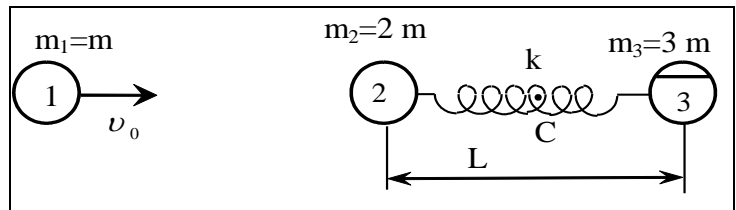
Искомая работа, равная разности энергий магнитного поля катушки после и до внесения в неё стержня, может быть найдена по формуле  $A = \frac{\Phi^2}{2} \cdot \left( \frac{1}{L_1} - \frac{1}{L} \right)$ , где равна  $L_1 = L \left( 1 - \frac{1}{3^2} \right)$ . Тогда

работа, которую нужно совершить, чтобы внести в катушку сверхпроводящий стержень, будет

равна  $A = \frac{L \cdot I^2}{2(3^2 - 1)} = \frac{L \cdot I^2}{16}$ .

### ЗАДАЧА 6.

Ответ:  $\mu = \frac{4}{3} \frac{v_o}{g} \sqrt{\frac{k}{30m}}$ .



Удар центральный абсолютно упругий. Используя законы сохранения энергии и импульса для абсолютно упругого удара, найдем скорость шарика 2 после удара:

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_o = \frac{2m}{m + 2m} v_o = \frac{2v_o}{3}.$$

Амплитудное значение ускорения шарика 3

$$a_3^{\max} = \frac{4v_o}{15} \sqrt{\frac{5k}{6m}}.$$

Условие начала проскальзывания верхней части шарика относительно нижней:

$$a_3^{\max} = \mu \cdot g,$$

откуда минимальное значение коэффициента трения между частями

разрезанного шарика,

$$\mu = \frac{a_3^{\max}}{g} = \frac{4}{3} \frac{v_o}{g} \sqrt{\frac{k}{30m}}.$$