Второй (заключительный) этап олимпиады школьников «Шаг в будущее» для 8-10 классов по общеобразовательному предмету «Физика», 9 класс, весна 2018 г.

Вариант №3

1. Один пешеход движется вдоль оси X равномерно по закону $x_1 = A + 2Bt$, а второй по закону, согласно которому проекция его скорости связана с координатой соотношением $v_{2x} = 2B\sqrt{1 + Cx_2}$, причем в нулевой момент времени второй пешеход находится в начале координат. A, B, C— положительные константы. Известно, что пешеходы встретились дважды. Определить время и место их встреч.

2. Из моторной лодки, двигавшейся по течению с собственной скоростью $v = 20$ м/с, выпал баллон. Водитель заметил потерю и сразу стал выполнять маневр, в процессе которого лодка, не сбавляя собственной скорости, приобрела ускорение $a = 2$ м/с^2, относительно берега, в результате маневра через некоторое время удалось подобрать выпавший баллон. Через какое время после выпадения баллона лодка удалилась от него на максимальное расстояние и чему оно равно?

3. В результате неупругого удара первого шарика о неподвижную массивную стенку выделилось тепло Q_1. В результате неупругого удара второго шарика с той же скоростью об эту же стенку, выделилось тепло Q_2. Какое тепло выделится при неупругом соударении шариков движущихся с удвоенными по модулю скоростями навстречу друг другу?

4. Сопротивление источника тока, в электротехнике принято называть внутренним сопротивлением. Батарейка мобильного телефона имеет внутреннее сопротивление $r = 100$ мОм. В процессе зарядки батарейки часть энергии, подводимой к ней от зарядного устройства, в виде тепла выделяется на внутреннем сопротивлении и считается потерянной. В некоторый момент времени напряжение на полюсах батарейки составляло $U = 4$ В, а подводимая мощность $P = 40$ Вт. Чему равен в этот момент КПД процесса?

5. Маленький шарик массы 100 г подвешен на нерастяжимой невесомой нити. Шарик отводят в сторону так, что нить горизонтальна, но не провисает, и отпускают. Определить равнодействующую всех сил, приложенных к шарику в тот момент, когда его ускорение горизонтально.

Решения и критерии проверки заданий варианта №3, 9 класс

За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется X. Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна — две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1 — 2 балла. Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это 20 баллов. За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин, но при правильном решении задачи, можно снять 1— 2 балла. В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

Верные решения задач могут отличаться от авторских. Также никакие критерии не могут быть всеобъемлющими. Во всех случаях, не предусмотренных критериями, просьба руководствоваться соображениями здравого смысла и педагогическим опытом эксперта.

1. Один пешеход движется вдоль оси X равномерно по закону $x_1 = A + 2Bt,$ а второй по закону, согласно которому проекция его скорости связана с координатой соотношением $v_{2x} = 2B\sqrt{1 + Cx_2},$ причем в нулевой момент времени второй пешеход находится в начале координат. A, B, C— положительные константы. Известно, что пешеходы встретились дважды. Определить время и место их встреч.

РЕШЕНИЕ:

Приравнивая x_2 к нулю, видим, что начальная скорость второго пешехода равна $2B.$ Преобразовав, уравнение, описывающее движение второго пешехода получим:

$$x_2 = \frac{v_{2x}^2 - 4B^2}{4CB^2}.$$

Как видим, это формула перемещения в равноускоренном движении. Стало быть, второй пешеход движется с ускорением

$$a_{2x} = 2CB^2.$$

Тогда его закон движения имеет вид:

$$x_2 = 2Bt + CB^2t^2.$$

Приравнивая координаты пешеходов, имеем:

$$A + 2Bt = 2Bt + CB^2t^2.$$

Отсюда искомые времена встреч:

$$t = \pm\frac{\sqrt{\frac{A}{C}}}{B}.$$

Подставляя найденное время в любое из уравнений движения, найдем координаты встреч:

$$x = A \pm 2\sqrt{\frac{A}{C}}.$$

Ответ: $\boldsymbol{t = \pm\frac{\sqrt{\frac{A}{C}}}{B},\ x = A \pm 2\sqrt{\frac{A}{C}}}$.

Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются.	**Баллы. (Мах. балл за элемент решения ставится, когда он сделан верно и полно.)**
1	Определена начальная скорость второго пешехода.	1 — 4
2	Показано, что второй пешеход движется с постоянным ускорением.	1 — 4
3	Получено уравнение движения второго пешехода.	1 — 6
4	Найдены времена встреч.	1 — 4
5	Найдены координаты встреч.	1 — 2

2. Из моторной лодки, двигавшейся по течению с собственной скоростью $v = 20$ м/с, выпал баллон. Водитель заметил потерю и сразу стал выполнять маневр, в процессе которого лодка, не сбавляя собственной скорости, приобрела ускорение $a = 2$ м/с^2, относительно берега, в результате маневра через некоторое время удалось подобрать выпавший баллон. Через какое время после выпадения баллона лодка удалилась от него на максимальное расстояние и чему оно равно?

РЕШЕНИЕ:

Поскольку скорость течения постоянна, ускорение лодки относительно воды такое же, как и относительно берега. То есть относительно воды лодка движется по поверхности с постоянной по модулю скоростью и постоянным по модулю ускорением. Единственным движением, удовлетворяющим этому условию, является равномерное движение по окружности. Радиус окружности, очевидно, равен

$$R = \frac{v^2}{a} = \frac{400\,\frac{\text{м}^2}{c^2}}{2\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 200\text{ м.}$$

Стало быть, в системе отсчета лодка отдалится от баллона на максимальное расстояние, равное диаметру окружности:

$$l_{\text{макс}} = 2R = 400\text{ м.}$$

Поскольку расстояние между телам не зависит от системы отсчета, то таким же будет максимальное расстояние между лодкой и баллоном и в системе отсчета берега.

Время удаления на максимальное расстояние

$$T = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi v}{a} \cong 31\text{ с.}$$

Ответ: $\boldsymbol{l}_{\text{макс}} = \boldsymbol{2R} = \boldsymbol{400}$ м, $\boldsymbol{t} = \frac{\boldsymbol{\pi v}}{\boldsymbol{a}} \approx \boldsymbol{31}$ с.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются.	**Баллы. (Max. балл за элемент решения ставится, когда он сделан верно и полно.)**
1	Показано, что в системе отсчета воды лодка равномерно движется по окружности.	1 — 5
2	Найден радиус траектории лодки в системе отсчета воды	1 — 5
3	Найдено максимальное расстояние от баллона до лодки.	1 — 5
4	Найдено время удаления на максимальное расстояние.	1 — 5

3. В результате неупругого удара первого шарика о неподвижную массивную стенку выделилось тепло Q_1. В результате неупругого удара второго шарика с той же скоростью об эту же стенку, выделилось тепло Q_2. Какое тепло выделится при неупругом соударении шариков движущихся с удвоенными по модулю скоростями навстречу друг другу?

РЕШЕНИЕ:

При ударе первого шарика о стенку выделится тепло

$$Q_1 = \frac{m_1 v^2}{2}.$$

Здесь m_1 и v — соответственно масса и скорость шарика. Аналогично, при ударе второго шарика выделится тепло

$$Q_2 = \frac{m_2 v^2}{2}.$$

Для соударения шариков запишем закон сохранения импульса, с учетом направлений движения:

$$(m_1 - m_2)V = (m_1 + m_2)u.$$

Здесь $V = 2v$, а u — скорость слипшихся шариков после неупругого соударения. Тогда

$$u = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} V.$$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1 + m_2}{2} V^2 = \frac{m_1 + m_2}{2} u^2 + Q.$$

Здесь Q — тепло, выделившееся при соударении. Подставив в последнее уравнение значение скорости u, после некоторых преобразований находим тепло:

$$Q = \frac{2m_1 m_2 V^2}{m_1 + m_2} = \frac{8m_1 m_2 v^2}{m_1 + m_2}.$$

Подставляя m_1 и m_2 из двух первых уравнений, после некоторых преобразований находим

$$Q = \frac{16Q_1 Q_2}{Q_1 + Q_2}.$$

Ответ: $\boldsymbol{\frac{16Q_1Q_2}{Q_1+Q_2}}$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются.	**Баллы. (Max. балл за элемент решения ставится, когда он сделан верно и полно.)**
1	Записаны энергетические соотношения для выделения теплот при ударах шариков о стенку.	1 — 5
2	Записан закон сохранения импульса для соударения шариков.	1 — 5
3	Записан закон сохранения энергии для соударения шариков.	1 — 5
4	Выполнены последующие преобразования и получен верный ответ.	1 — 5

4. Сопротивление источника тока, в электротехнике принято называть внутренним сопротивлением. Батарейка мобильного телефона имеет внутреннее сопротивление $r = 100$ мОм. В процессе зарядки батарейки часть энергии, подводимой к ней от зарядного устройства, в виде тепла выделяется на внутреннем сопротивлении и считается потерянной. В некоторый момент времени напряжение на полюсах батарейки составляло $U = 4$ В, а подводимая мощность $P = 40$ Вт. Чему равен в этот момент КПД процесса?

РЕШЕНИЕ

Мощность, подводимая к батарейке, определяется известным соотношением

$$P_{\text{подв}} = UI.$$

Отсюда ток через батарейку

$$I = \frac{P}{U}$$

Мощность тепловых потерь на внутреннем сопротивлении

$$P_Q = I^2 r.$$

Тогда мощность, расходуемая на подзарядку

$$P_{\text{полезн}}(I) = UI - I^2 r.$$

Стало быть, КПД процесса

$$\eta = \frac{P_{\text{подв}} - P_Q}{P_{\text{подв}}} = 1 - \frac{Ir}{U} = 1 - \frac{Pr}{U^2} = 75\%.$$

Ответ: $\boldsymbol{\eta = 1 - \frac{Pr}{U^2} = 75\%}$.

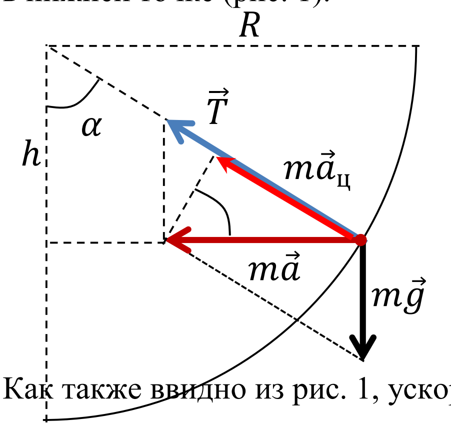
Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются.**	**Баллы.** **(Max. балл за элемент решения ставится, когда он сделан верно и полно.)**
1	Записано соотношение для подводимой мощности и определен ток.	1 — 5
2	Записано соотношение для мощности тепловых потерь.	1 — 5
3	Получено соотношение для мощности, расходуемой на подзарядку (полезной мощности).	1 — 5
4	Получено соотношение для КПД процесса и численный ответ.	1 — 5

5. Маленький шарик массы 100 г подвешен на нерастяжимой невесомой нити. Шарик отводят в сторону так, что нить горизонтальна, но не провисает, и отпускают. Определить равнодействующую всех сил, приложенных к шарику в тот момент, когда его ускорение горизонтально.

РЕШЕНИЕ

Пусть mи v — соответственно, масса шарика и скорость, приобретаемая им в искомый момент. Если пренебречь трением, то поскольку сила натяжения нити не выполняет работы, для шарика выполняется закон сохранения механической энергии, выбрав нуль потенциальной энергии в нижней точке (рис. 1).



$$mgR = \frac{mv^2}{2} + mgR(1 - \cos\alpha).$$

Отсюда

$$v^2 = 2gR\cos\alpha.$$

Как также ввидно из рис. 1, ускорение шарика

Рис. 1

$$ma = mg \operatorname{tg} \alpha.$$

В свою очередь, центростремительная составляющая ускорения

$$ma_ц = m\frac{v^2}{R} = ma \sin \alpha.$$

Таким образом

$$v^2 = gR \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha = gR \operatorname{tg}^2 \alpha \cos \alpha.$$

Приравнивая правые части последнего и второго уравнения, получим

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}.$$

Тогда равнодействующая сил, приложенных к шарику

$$F_{равн} = ma = mg\sqrt{2} \cong 1{,}4 \text{ Н}.$$

Ответ: $\boldsymbol{F}_{равн} = \boldsymbol{mg\sqrt{2}} \cong \mathbf{1,4}$ Н.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. Баллы за каждый верный элемент решения суммируются.	**Баллы. (Мах. балл за элемент решения ставится, когда он сделан верно и полно.)**
1	Обоснованно применен закон сохранения механической энергии.	1 — 4
2	Получена связь между силой тяжести и равнодействующей силой.	1 — 4
3	Получена связь между равнодействующей и центростремительной силой.	1 — 4
4	Найден угол, при котором ускорение горизонтально.	1 — 4
5	Выполнены дальнейшие преобразования и получен ответ.	1 — 4