Второй (заключительный) этап олимпиады школьников

«Шаг в будущее» для 8-10 классов по общеобразовательному предмету

«Физика», 10 класс, весна 2018 г.

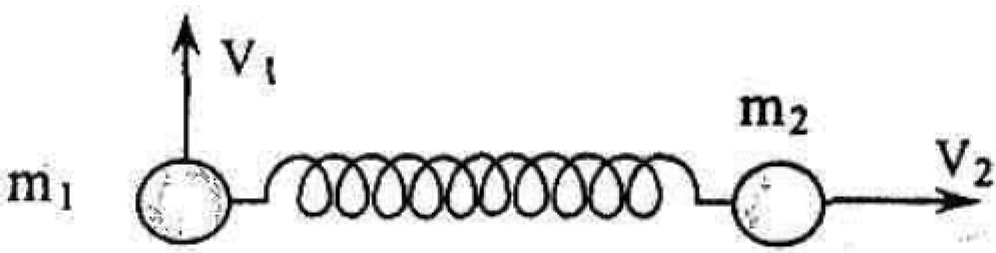
Вариант №4

Задача 1 (20 баллов)

Метеорологическая ракета, запущенная вертикально находилась в состоянии невесомости на этапе подъёма в течении 40с. Во время работы двигателей ускорение ракеты $a = 20$ м/с^2.Какой высоты достигла ракета? Принять ускорение g=10 м/с^2.

Задача 2 (20 баллов)

Механическая система состоит из двух шариков, соединенных между собой невесомой пружиной. Массы шариков равны m_1=2m и m_2=3m. В начальный момент пружина не деформирована, шарики удерживаются в одной горизонтальной плоскости на некотором расстоянии от земли, и им сообщают начальные скорости: шарику массы m_1 - скорость v_1= 2v в вертикальном направлении, а шарику массы m_2 - скорость v_2 =v в горизонтальном направлении. Скорости шариков находятся в одной плоскости. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите величину импульса этой системы в момент времени, когда её центр масс достигнет половины максимальной высоты относительно первоначального уровня.



Задача 3 (20 баллов)

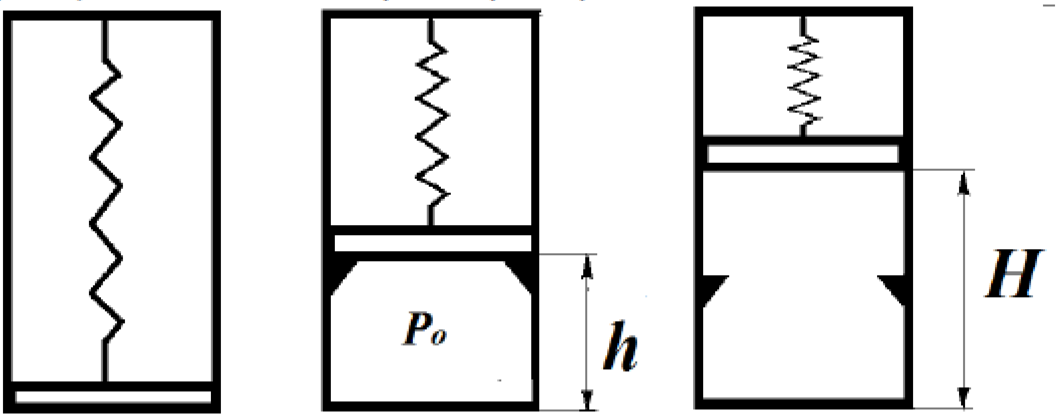
Петлю из резинового шнура длины L_0 и поперечного сечения S положили на пленку жидкости. Пленку прокололи внутри петли, в результате чего она растянулась в окружность радиуса R. Полагая, что при малых растяжениях для резины справедлив закон Гука и модуль Юнга (модуль упругости) для резины равен E. Зная коэффициент поверхностного натяжения б жидкости, определите начальную длину резинового шнура L_0.

Задача 4 (20 баллов)

В герметичном сосуде объема V = 5,6 дм^3 содержится воздух при давлении P=10^5 Па. Какое давление установится в сосуде, если воздуху сообщить количество тепла Q = 1430Дж? Молярная теплоемкость воздуха при постоянном объеме C_V=21 Дж/(моль К)

Задача 5 (20 баллов)

В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под невесомым поршнем, соединенным с верхним торцом цилиндра пружинкой жесткости k, находится одноатомный идеальный газ. В отсутствие газа поршень расположен вплотную к нижнему торцу цилиндра и пружина в этом положении не деформирована (рис.1). В верхней части цилиндра вакуум. В начальном состоянии (рис.2) поршень площадью S поднят на высоту h и опирается на жёсткие выступы на внутренней стороне стенок цилиндра. Первоначальное давление газа p_0. Какое количество теплоты Q нужно сообщить газу при медленном его нагревании, чтобы поршень оказался на высоте H (рис.3)? Тепловыми потерями пренебречь.



(рис.1) (рис.2) (рис.3)

Решение варианта №, 10 класс

Задача 1

Дано:

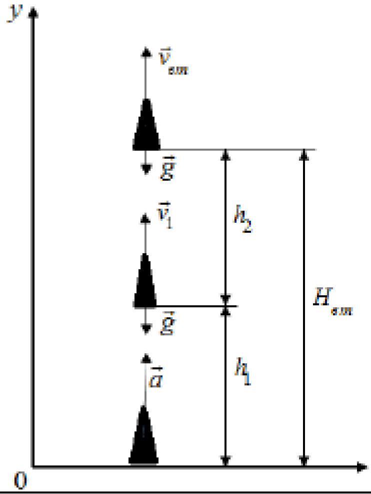
$a = 20\frac{м}{с^2}$

$g = 10\frac{м}{с^2}$

$\tau = 40 с$

Найти:

$H_{\max} = ?$



Решение:

$$y_1 = \frac{at_1^2}{2} = h_1 \qquad y_2 = h_1 + v_1\tau - \frac{g\tau^2}{2} = H_{\max}$$

$$v_1 = at_1 \qquad v_2 = v_1 - g\tau = at_1 - g\tau = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{g\tau}{a}$$

$$H_{\max} = \frac{at_1^2}{2} + at_1\tau - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{a}{2}\frac{g^2\tau^2}{a^2} + g\tau^2 - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g^2\tau^2}{2a} + \frac{g\tau^2}{2} =$$

$$H_{\max} = \frac{g^2\tau^2}{2a} + \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g(g+a)\tau^2}{2a} = \frac{10(10+20)40^2}{2\cdot 20} = 12000 м$$

Задача 2

Дано:

$m_1 = 2m$

$m_2 = 3m$

$v_1 = 2v$

$v_2 = v$

$h_1 = \frac{H_m}{2}$

$p_1 - ?$

1).В произвольный момент времени t импульс системы равен

$\vec{p} = \vec{p}_0 + (m_1 + m_2)\vec{g}t$, (1) где $\vec{p}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}_{0цм}$

2).В проекциях на оси

ox: $p_x = m_2 v_2 = const$ (2)

$oy: p_y = p_{0y} - (m_1 + m_2)gt_1 = m_1 v_1 - (m_1 + m_2)gt_1$ (3)

$ox: p_{0x} = m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v_{0цмx}$

$v_{0цмx} = \frac{m_2 v_2}{(m_1 + m_2)}$ - проекция начальной скорости центра масс на ось ох

$oy: p_{0y} = m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v_{0цмy} \Rightarrow$

$v_{0цмy} = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)}$ - проекция начальной скорости центра масс на ось оу

$y_{цмy} = v_{0цмy}t - \frac{gt^2}{2}$ (5) - уравнение движения ЦМ системы вдоль оси оу

$v_{цмy} = v_{0цмy} - gt$ (6) - уравнение скорости ЦМ системы вдоль оси оу

В верхней точке $v_{цмy} = 0 \Rightarrow v_{цмy} = v_{0цмy} - gt_{вт} = 0 \Rightarrow t_{вт} = \frac{v_{0цмy}}{g}$

$$y_{цму} = v_{0цму}t_{ат} - \frac{gt_{ат}^2}{2} = \frac{v_{0цму}^2}{2g} = H_м$$ - максимальная высота подъема центра масс

3)Найдем время t_1 движения центра масс системы до $h_1=\frac{H_м}{2}=\frac{v_{0цму}^2}{4g}$,

$$y_{цму} = v_{0цму}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = h_1 \Rightarrow \frac{gt_1^2}{2} - v_{0цму}t_1 - h_1 = 0 \Rightarrow t_{1_{12}} = \frac{v_{0цму} \pm \sqrt{v_{0цму}^2 - 2gh_1}}{g}$$

$$t_{1_{12}} = \frac{v_{0цму} \pm \sqrt{v_{0цму}^2 - 2g\frac{v_{0цму}^2}{4g}}}{g} = \frac{v_{0цму} \pm \sqrt{v_{0цму}^2 - \frac{v_{0цму}^2}{2}}}{g} = \frac{v_{0цму}}{g}\left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$t_{11} = \frac{v_{0цму}}{g}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ и } t_{12} = \frac{v_{0цму}}{g}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Найдем импульс центра масс в момент времени t_1

$$ox: p_{x1} = m_2v_2 \quad oy: p_{y1} = m_1v_1 - (m_1 + m_2)v_{0цму}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = m_1v_1 - m_1v_1\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$p_{y1} = m_1v_1\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow p_{1\Sigma} = \sqrt{p_{x1}^2 + p_{y1}^2} = \sqrt{(m_2v_2)^2 + \frac{1}{2}(m_1v_1)^2} =$$

$$= \sqrt{(3m \cdot v)^2 + \frac{1}{2}(2m \cdot 2v)^2} = \sqrt{17}mv$$

При повторном прохождении высоты h_1 скорость центра масс системы будет такой же. $\Rightarrow$ Модуль импульса бедет тем же.

$$p_{1\Sigma} = \sqrt{(m_2v_2)^2 + \frac{1}{2}(m_1v_1)^2} = \sqrt{17}mv$$

Задача 3

Дано:
R
σ
E
S

Найти:
$L_0 = ?$

Вырежем сектор, опирающийся на угол 2α и приложим силы, действующие на участок кольца

$0 = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{F}_H$ (условие равновесия)

На оси

oy: $F_H - T_1\sin\alpha - T_2\sin\alpha = 0$

ox : Foy: $0 = T_1\cos\alpha - T_2\cos\alpha \Rightarrow T_1 = T_2 = T_{12} \Rightarrow F_H = 2T_{12}\sin\alpha$

тк α мал $\Rightarrow \sin\alpha = \alpha \Rightarrow F_H = 2T_{12}\alpha$

Пленка двухсторонняя $\Rightarrow F_H = 2\sigma\Delta l$

$$\frac{\Delta l}{2\pi R} = \frac{2\alpha}{2\pi} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \Delta l = 2\alpha R \Rightarrow F_H = 2\sigma 2\alpha R = 4\sigma\alpha R$$

По закону Гука

$$\frac{T_{12}}{S} = E\frac{2\pi R - L_0}{L_0} \Rightarrow T_{12} = \frac{ES(2\pi R - L_0)}{L_0} \Rightarrow 4\sigma\alpha R = 2\frac{ES(2\pi R - L_0)}{L_0}\alpha$$

$$2\sigma R = \frac{ES(2\pi R - L_0)}{L_0} \Rightarrow 2\sigma RL_0 = 2\pi RES - L_0ES \Rightarrow 2\sigma RL_0 + L_0ES = 2\pi RES$$

Ответ: $L_0 = \dfrac{2\pi RES}{2\sigma R + ES}$

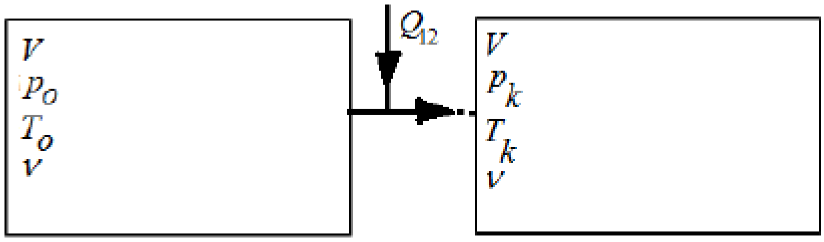
Задача 4

<table>
<tr>
<td>

Дано:
$V = 5,6\cdot 10^{-3}\,м^3$
$P_0 = 1\cdot 10^5\,Па$
$C_V = 21\dfrac{Дж}{моль\cdot K}$
$Q = 1430\,Дж$

Найти:
$P_к - ?$

</td>
<td>



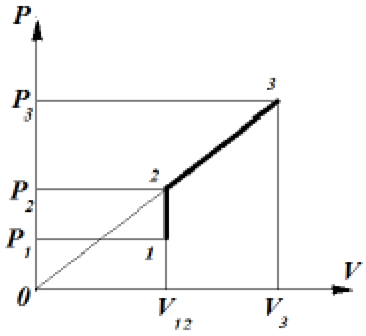
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Решение:
$Q = C_V\cdot\nu\cdot(T_k - T_o)$ - подведенное тепло в процессе
Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева
$p_oV = \nu RT_o$ - в начале процесса
$p_kV = \nu RT_k$ - в конце процесса
$\nu R(T_k - T_o) = (p_k - p_o)V \Rightarrow \nu(T_k - T_o) = \dfrac{(p_k - p_o)V}{R}$
$Q = C_V\cdot\dfrac{(p_k - p_o)V}{R} \Rightarrow p_k = p_o + \dfrac{QR}{V\cdot C_V} = 1\cdot 10^5 + \dfrac{1430\cdot 8,31}{5,6\cdot 10^{-3}\cdot 21} =$
Ответ: $p_k = p_o + \dfrac{QR}{V\cdot C_V} = 1\cdot 10^5 + \dfrac{1430\cdot 8,31}{5,6\cdot 10^{-3}\cdot 21} = 2.0\cdot 10^5\,Па$

</td>
</tr>
</table>

Задача 5

Дано:	Решение:
k S h R i P_0 H	$PS = kx$ домножим правую и левую части на S $PS^2 = kxS$ $xS = V \Rightarrow PS^2 = kV \Rightarrow P = \frac{k}{S^2}V$
$Q = ?$	



Запишем 1-е начало термодинамики для процесса 1-2-3

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(P_2 + P_3)(V_3 - V_{12})$$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(P_2V_3 - P_2V_{12} + P_3V - P_3V_{12})$$

$$\frac{P_2}{V_{12}} = \frac{P_3}{V_3} \Rightarrow P_2V_3 = P_3V_{12} \Rightarrow Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}\nu R(T_3 - T_2)$$

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева для точек 1,2 и 3

$P_1V_{12} = \nu RT_1;\ P_2V_{12} = \nu RT_2;\ P_3V_3 = \nu RT_3$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}(P_3V_3 - P_1V_{12}) + \frac{1}{2}(P_3V_3 - P_2V_{12})$$

Давление в точках $P_1 = P_0;\ P_2 = \frac{kh}{S};\ P_3 = \frac{kH}{S};$

Объемы в точках $V_{12} = Sh;\ V_3 = \mathrm{SH}$

Подведенное тепло:

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\left(\frac{kH}{S}\mathrm{SH} - P_0Sh\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{kH}{S}\mathrm{SH} - \frac{kh}{S}Sh\right)$$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}(\mathrm{kH}^2 - P_0Sh) + \frac{1}{2}\mathrm{k}(\mathrm{H}^2 - \mathrm{h}^2)$$

Ответ: $Q_{123} = \frac{i}{2}(\mathrm{kH}^2 - P_0Sh) + \frac{1}{2}\mathrm{k}(\mathrm{H}^2 - \mathrm{h}^2)$