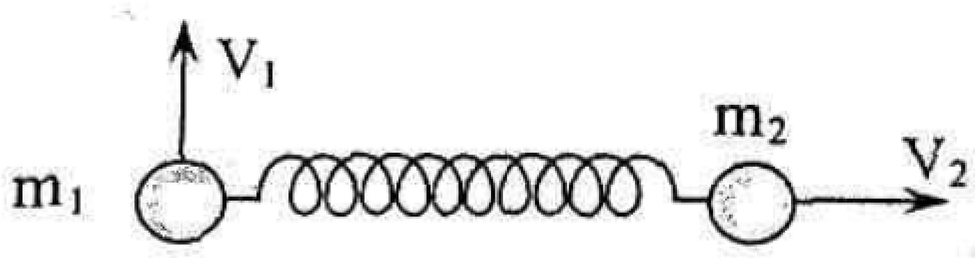
Второй (заключительный) этап олимпиады школьников
«Шаг в будущее» для 8-10 классов по общеобразовательному предмету
«Физика», 10 класс, весна 2018 г.
Вариант №3

Задача 1 (20 баллов)

Метеорологическая ракета, запущенная вертикально, достигла высоты h=10км. Во время работы двигателей ускорение ракеты $a = 40$ м/с^2. Сколько времени ракета находилась в состоянии невесомости на этапе подъёма? Принять ускорение g=10 м/с^2.

Задача 2 (20 баллов)

Механическая система состоит из двух шариков, соединенных между собой невесомой пружиной. Массы шариков равны $m_1=3m$ и $m_2=2m$. В начальный момент пружина не деформирована, шарики удерживаются в одной горизонтальной плоскости на некотором расстоянии от земли, и им сообщают начальные скорости: шарику массы m_1 - скорость $v_1= v$ в вертикальном направлении, а шарику массы m_2 - скорость $v_2 = 3v$ в горизонтальном направлении. Скорости шариков находятся в одной плоскости. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите величину импульса этой системы в момент времени, когда её центр масс достигнет половины максимальной высоты относительно первоначального уровня.



Задача 3 (20 баллов)

Петлю из резинового шнура длины L_0 и поперечного сечения S положили на пленку жидкости. Пленку прокололи внутри петли, в результате чего она растянулась в окружность радиуса R. Полагая, что при малых растяжениях для резины справедлив закон Гука и модуль Юнга (модуль упругости) для резины равен E. Зная коэффициент поверхностного натяжения б жидкости, определите окружность радиуса R до которого растянулась петля.

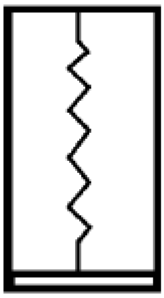
Задача 4 (20 баллов)

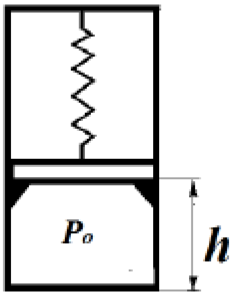
В баллоне находилось некоторое количество газа при атмосферном давлении $P_0 = 10^5$ Па. При открытом вентиле баллон был нагрет, после чего вентиль закрыли и газ остыл до начальной температуры $t=10°C$. При этом давление в баллоне упало до $P=0{,}7\cdot 10^5$ Па. Каково максимальное изменение температуры баллона?

Задача 5 (20 баллов)

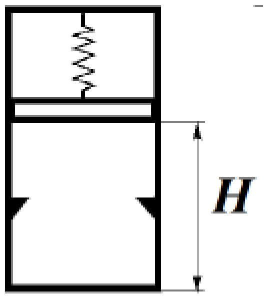
В вертикальном цилиндре с гладкими стенками под невесомым поршнем, соединенным с верхним торцом цилиндра пружинкой жесткости k, находится одноатомный идеальный газ. В отсутствие газа поршень расположен вплотную к нижнему торцу цилиндра и пружина в этом положении не деформирована (рис.1). В верхней части цилиндра вакуум. В начальном состоянии (рис.2) поршень площадью S поднят на высоту h и опирается на жёсткие выступы на внутренней стороне стенок цилиндра. Первоначальное давление газа p_0.

На какую высоту H поднимется поршень, если газу при медленном его нагревании сообщить количество теплоты Q (рис.3)? Тепловыми потерями пренебречь.


(рис.1)



(рис.2)



(рис.3)

Решение варианта №, 10 класс

Задача 1

Дано:

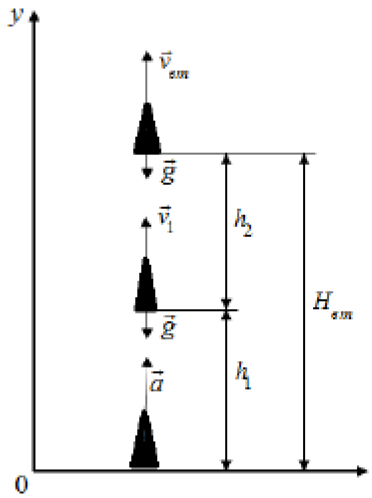
$a = 40\frac{м}{c^2}/$

$g = 10\frac{м}{c^2}$

$H_{max} = 10км = 1\cdot 10^4 м$

Найти:

$\tau = ?$



Решение:

$$y_1 = \frac{at_1^2}{2} = h_1 \qquad y_2 = h_1 + v_1\tau - \frac{g\tau^2}{2} = H_{max}$$

$$v_1 = at_1 \qquad v_2 = v_1 - g\tau = at_1 - g\tau = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{g\tau}{a}$$

$$H_{max} = \frac{at_1^2}{2} + at_1\tau - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{a}{2}\frac{g^2\tau^2}{a^2} + g\tau^2 - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g^2\tau^2}{2a} + \frac{g\tau^2}{2} =$$

$$H_{max} = \frac{g^2\tau^2}{2a} + \frac{g\tau^2}{2} = \frac{g(g+a)\tau^2}{2a} \Rightarrow$$

$$\tau = \sqrt{\frac{2aH_{max}}{g(g+a)}} = \sqrt{\frac{2\cdot 40\cdot 1\cdot 10^4}{10(10+40)}} = 40c$$

$$Ответ: \tau = \sqrt{\frac{2aH_{max}}{g(g+a)}} = 40c$$

Задача 2

Дано: $m_1 = 3m$ $m_2 = 2m$ $v_1 = v$ $v_2 = 3v$ $h_1 = \dfrac{H_m}{2}$ $p_1 - ?$	1).В произвольный момент времени t импульс системы равен $\vec{p} = \vec{p}_0 + (m_1 + m_2)\vec{g}t$, (1) где $\vec{p}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}_{0цм}$ 2).В проекциях на оси ox: $p_x = m_2v_2 = const$ (2) $oy: p_y = p_{0y} - (m_1 + m_2)gt_1 = m_1v_1 - (m_1 + m_2)gt_1$ (3) $ox: p_{0x} = m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_{0цмх}$ $v_{0цмх} = \dfrac{m_2v_2}{(m_1 + m_2)}$ - проекция начальной скорости центра масс на ось ох $oy: p_{0y} = m_1v_1 = (m_1 + m_2)v_{0цмy} \Rightarrow$ $v_{0цмy} = \dfrac{m_1v_1}{(m_1 + m_2)}$ - проекция начальной скорости центра масс на ось оу

$y_{цмy} = v_{0цмy}t - \dfrac{gt^2}{2}$ (5) - уравнение движения ЦМ системы вдоль оси оу

$v_{цмy} = v_{0цмy} - gt$ (6) - уравнение скорости ЦМ системы вдоль оси оу

В верхней точке $v_{цмy} = 0 \Rightarrow v_{цмy} = v_{0цмy} - gt_{am} = 0 \Rightarrow t_{am} = \dfrac{v_{0цмy}}{g}$

$y_{цмy} = v_{0цмy}t_{am} - \dfrac{gt_{am}^2}{2} = \dfrac{v_{0цмy}^2}{2g} = H_м$ - максимальная высота подъема центра масс

3)Найдем время t_1 движения центра масс системы до $h_1 = \dfrac{H_м}{2} = \dfrac{v_{0цмy}^2}{4g}$,

$$y_{цмy} = v_{0цмy}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = h_1 \Rightarrow \frac{gt_1^2}{2} - v_{0цмy}t_1 - h_1 = 0 \Rightarrow t_{1_{12}} = \frac{v_{0цмy} \pm \sqrt{v_{0цмy}^2 - 2gh_1}}{g}$$

$$t_{1_{12}} = \frac{v_{0цмy} \pm \sqrt{v_{0цмy}^2 - 2g\dfrac{v_{0цмy}^2}{4g}}}{g} = \frac{v_{0цмy} \pm \sqrt{v_{0цмy}^2 - \dfrac{v_{0цмy}^2}{2}}}{g} = \frac{v_{0цмy}}{g}\left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$t_{11} = \frac{v_{0цмy}}{g}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ и } t_{12} = \frac{v_{0цмy}}{g}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Найдем импульс центра масс в момент времени t_1

$$ox: p_{x1} = m_2v_2 \quad oy: p_{y1} = m_1v_1 - (m_1 + m_2)v_{0цмy}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = m_1v_1 - m_1v_1\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$p_{y1} = m_1v_1\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow p_{1\Sigma} = \sqrt{p_{x1}^2 + p_{y1}^2} = \sqrt{(m_2v_2)^2 + \frac{1}{2}(m_1v_1)^2} =$$

$$\sqrt{(2m3v)^2 + \frac{1}{2}(3mv)^2} = 9\frac{\sqrt{2}}{2}mv$$

При повторном прохождении высоты h_1 скорость центра масс системы будет такой же. $\Rightarrow$ Модуль импульса бедет тем же.

$$p_{1\Sigma} = \sqrt{(m_2v_2)^2 + \frac{1}{2}(m_1v_1)^2} = 9\frac{\sqrt{2}}{2}mv$$

Задача 3

Дано:	
σ	Вырежем сектор, опирающийся на угол 2α и приложим силы, действующие на участок кольца
L_0	$0 = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{F}_H$ (условие равновесия)
E	На оси
S	оу: $F_H - T_1 \sin\alpha - T_2 \sin\alpha = 0$
	ox : Foy: $0 = T_1 \cos\alpha - T_2 \cos\alpha \Rightarrow T_1 = T_2 = T_{12} \Rightarrow F_H = 2T_{12}\sin\alpha$
Найти:	тк α мал $\Rightarrow \sin\alpha = \alpha \Rightarrow F_H = 2T_{12}\alpha$
$R = ?$	

Пленка двухсторонняя $\Rightarrow F_H = 2\sigma\Delta l$

$$\frac{\Delta l}{2\pi R} = \frac{2\alpha}{2\pi} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \Delta l = 2\alpha R \Rightarrow F_H = 2\sigma 2\alpha R = 4\sigma\alpha R$$

По закону Гука

$$\frac{T_{12}}{S} = E\frac{2\pi R - L_0}{L_0} \Rightarrow T_{12} = \frac{ES(2\pi R - L_0)}{L_0} \Rightarrow 4\sigma\alpha R = 2\frac{ES(2\pi R - L_0)}{L_0}\alpha$$

$$2\sigma R = \frac{ES(2\pi R - L_0)}{L_0} \Rightarrow 2\sigma R L_0 = 2\pi RES - L_0 ES \Rightarrow L_0 ES = R(2\pi ES - 2\sigma L_0)$$

Ответ: $R = \dfrac{L_0 ES}{2\pi ES - 2\sigma L_0}$

Задача 4

Дано:

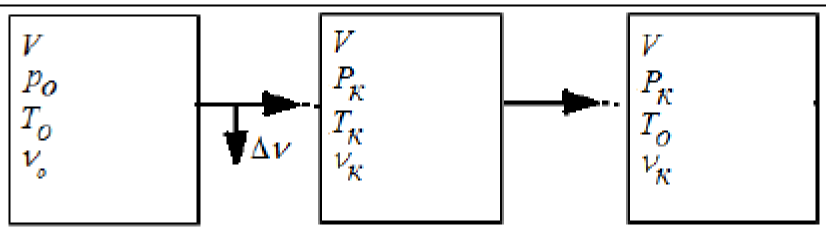
$P_0 = 1 \cdot 10^5\ Па$

$P_K = 0{,}7 \cdot 10^5\ Па$

$T_0 = 283K = T_K$

Найти:

$\Delta T - ?$



Решение:

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева

$p_o V = \nu_o R T_o$ (1)- в начале процесса

$p_o V = \nu_1 R T_1$ (2) - после нагрева до температуры $T_1 = (T_o + \Delta T)$ (4)

$p_к V = \nu_1 R T_o$ (3)- в конце процесса

Из (1),(2) и (4)

$$\nu_o R T_o = \nu_1 R T_1 \Rightarrow \nu_o R T_o = \nu_1 R(T_o + \Delta T) \Rightarrow \nu_1 = \frac{\nu_o R T}{R(T_o + \Delta T)} \Rightarrow \nu_1 = \frac{\nu_o T}{(T_o + \Delta T)} \quad (5)$$

Разделим (3) на (2)

$$\frac{p_к V}{p_o V} = \frac{\nu_1 R T_o}{\nu_1 R T_1} \Rightarrow \frac{p_к}{p_o} = \frac{T_o}{(T_o + \Delta T)} \quad (6)$$

$$p_к(T_o + \Delta T) = p_o T_o \Rightarrow p_к T_o + p_к \Delta T = p_o T_o \Rightarrow \Delta T = \frac{(p_o - p_к)}{p_к} T_o \Rightarrow \Delta T = \left(\frac{p_o}{p_к} - 1\right) T_o \Rightarrow$$

$$\Delta T = \left(\frac{1 \cdot 10^5}{0{,}7 \cdot 10^5} - 1\right) 283 = 121K$$

Задача 5

Дано:
k
S
h
R
i
P_0
Q

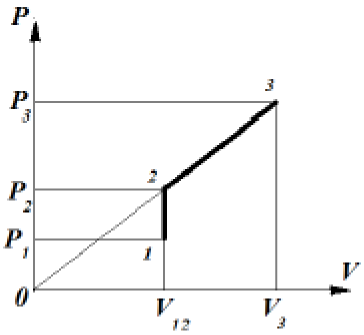
$H = ?$

Решение:

$PS = kx$ домножим правую и левую части на S

$PS^2 = kxS$

$xS = V \Rightarrow PS^2 = kV \Rightarrow P = \frac{k}{S^2}V$



Запишем 1-е начало термодинамики для процесса 1-2-3

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(P_2 + P_3)(V_3 - V_{12})$$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}(P_2V_3 - P_2V_{12} + P_3V - P_3V_{12})$$

$$\frac{P_2}{V_{12}} = \frac{P_3}{V_3} \Rightarrow P_2V_3 = P_3V_{12} \Rightarrow Q_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) + \frac{1}{2}\nu R(T_3 - T_2)$$

Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева для точек 1,2 и 3

$P_1V_{12} = \nu RT_1;\ P_2V_{12} = \nu RT_2;\ P_3V_3 = \nu RT_3$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}(P_3V_3 - P_1V_{12}) + \frac{1}{2}(P_3V_3 - P_2V_{12})$$

Давление в точках $P_1 = P_0;\ P_2 = \frac{kh}{S};\ P_3 = \frac{kH}{S};$

Объемы в точках $V_{12} = Sh;\ V_3 = \mathrm{SH}$

Подведенное тепло:

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\left(\frac{kH}{S}\mathrm{SH} - P_0Sh\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{kH}{S}\mathrm{SH} - \frac{kh}{S}Sh\right)$$

$$Q_{123} = \frac{i}{2}\left(\mathrm{kH}^2 - P_0Sh\right) + \frac{1}{2}\mathrm{k}\left(\mathrm{H}^2 - \mathrm{h}^2\right)$$

$$2Q_{123} = i\mathrm{kH}^2 - iP_0Sh + \mathrm{kH}^2 - k\mathrm{h}^2$$

Высота подъема поршня:

$$\mathrm{H} = \sqrt{\frac{2Q_{123} + iP_0Sh + k\mathrm{h}^2}{\mathrm{k}(i+1)}}$$