+1 [illegible]

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

111253

Шифр ____________________
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Сизов Михаил Артурович

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Москва, Лицей №1580, 4

Регистрационный номер ШМ5282

Вариант задания 18

Дата проведения "11" марта 2018 г.

Подпись участника [signature]

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

сорок девять

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	9	0	20	20						49

Шифр 111253

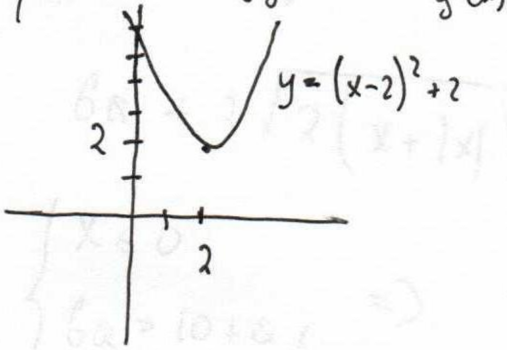
(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 18

(4) $\frac{3}{4} g\left(\frac{g(x)}{2}\right) + \sqrt{2 - \frac{2}{g(x)}} \geqslant 19\, g\left(g^3(x)\right)$

$g(x) = \frac{4}{x^2-4x+6} = \frac{4}{(x-2)^2+2}$

1) Исследуем $g(x)$:



$E_y \in [2;\infty) \Rightarrow E_g \in (0;2]$

2) Рассмотрим левую часть нер-ва:

ОДЗ: $2 - \frac{2}{g(x)} \geqslant 0$

$\frac{g(x)-1}{g x} \geqslant 0$

$g(x) \in (-\infty; 0) \cup [1; \infty)$

Учитывая ~~мн-во~~ E_g:

$\underline{g(x) \in [1; 2]}$

$K = \frac{g(x)}{2}$

$E_K \in [\frac{1}{2}; 2]$

$p = \frac{3}{4} g(k)$

При $k \in [\frac{1}{2}; 2]$ $y = (x-2)^2 + 2$ $\downarrow$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow g = \frac{4}{y} \uparrow$ $g(\frac{1}{2}) = \frac{4}{\frac{9}{4}+2} = \frac{16}{17}$

Тогда $E_p \in [\frac{12}{17}; 1]$ $g(1) = \frac{4}{3}$

$t = 2 - \frac{2}{g(x)}$

$E_t \in [0; 1]$

$m = \sqrt{t}$

$E_m \in [0; 1]$

3) Правая часть:

$h = g^3(x)$

$E_h \in [1; 8]$

$r = 19 g(h)$ $g(8) = \frac{4}{38} = \frac{2}{19}$

~~$E_g \in$~~ $g \in [\frac{2}{19}; 2]$

$E_r \in [2; 38]$

4) Учитывая полученные области значений, ур-во имеет решение только в том случае, когда ~~тогда~~ обе части равны 2. Это происходит при $x = 2$ Ответ $x = 2$

20

② $\cancel{\sin^4(2022x) + \cos^{2017}(2019x)\cdot\cos^{2018}(2022x) = 1}$

$\cancel{1 - \cos^4(}$

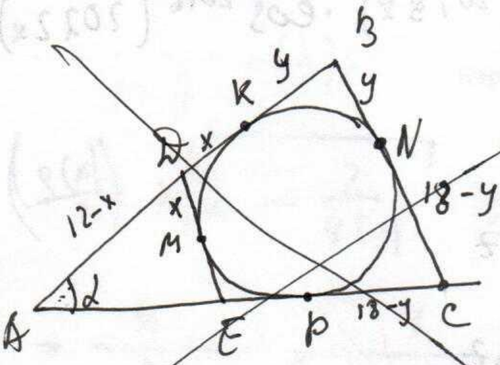
③

Дано: $S_{ADE} = 24$

$AK = 12$

$\operatorname{tg}\alpha - ?$

$BC = 18$



1) Можно впис. окружность $\Rightarrow$ $DE + BC = DB + EC$

$DE + 18 = DB + EC$

$\cancel{DE + 18 = x + y}$

② $\sin^4(2022x) + \cos^{2017}(2019x)\cdot\cos^{2018}(2022x) = 1$

$1 - 2\cos^2(2022x) + \cos^4(2022x) + \cos^{2017}(2019x)\cdot\cos^{2018}(2022x) = 1$

$$\left[\begin{array}{l} \cos^2(2022x) = 0 \\ \cos^2(2022x) + \cos^{2017}(2019x)\cdot\cos^{2016}(2022x) = 2 \end{array}\right.$$

1) $\cos(2022x) = 0$

$2022x = \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{4044} + \frac{\pi}{2022}k,\ k\in\mathbb{Z}$

2) $\cos^2(2022x) + \cos^{2017}(2019x)\cdot\cos^{2016}(2022x) = 2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |\cos(2022x)| = 1 \\ \cos(2019x) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2022x = \pi k_1 \\ 2019x = 2\pi k_2 \end{cases} \xrightarrow{k_1, k_2 \in\mathbb{Z}} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2022}k_1 \\ x = \frac{2\pi}{2019}k_2 \end{cases} \quad k_1, k_2\in\mathbb{Z}$$

9

$\frac{\pi}{2022}k_1 = \frac{2\pi}{2019}k_2$

$2019k_1 = 4044k_2$

$673k_1 = 1348k_2$

$673k_1 = 4\cdot 337k_2$

ошибочно. П. корни

673 и 337 — простые $\Rightarrow n = 673\cdot 337\cdot 4$

Тогда $x = \frac{\pi}{2022}\cdot(673\cdot 337\cdot 4)k,\ k\in\mathbb{Z}$

Ответ: $x = \frac{\pi}{4044} + \frac{\pi}{2022}k,\ k\in\mathbb{Z}$

$x = \frac{\pi}{2022}\cdot 673\cdot 337\cdot 4n,\ n\in\mathbb{Z}$??

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

111253

Шифр ____________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 18

(5) $6a + 2ab\,tg\,x + 2\sqrt{2(x+|x-2b\,tg\,x|-2b\,tg\,x)} = 10 + ax$

~~$y = tg\,x$~~ Так как ур-ние с тригоном. ф-цей имеет бесконечно много решений, то рассмотрим случай, когда $b=0$:

$$6a + 2\sqrt{2(x+|x|)} = 10+ax$$

$\begin{cases} x \le 0 \\ 6a = 10 + ax \end{cases} \Rightarrow \quad x \le 0, \quad x = \dfrac{6a-10}{a} \le 0 \Rightarrow a \in \left(0; \dfrac{5}{3}\right]$

$\begin{cases} x > 0 \\ 6a + 4\sqrt{x} = 10+ax \end{cases}$

$\sqrt{x} = t > 0$

$at^2 - 4t - 6a + 10 = 0$

$a = 0 \Rightarrow \quad t = \dfrac{5}{2}, \quad x = \dfrac{25}{4}$ –

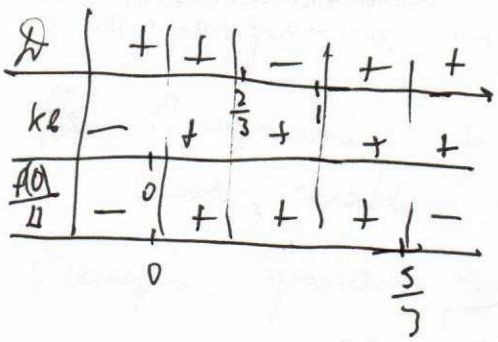
$a \ne 0$

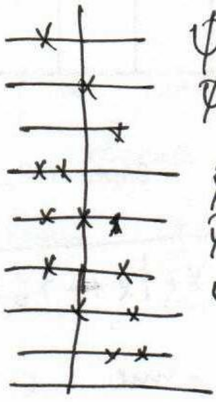
$\frac{1}{4}D = 4 - a(-6a+10) = 6a^2 - 10a + 4$ $\quad + \quad - \quad +$ ($\frac{2}{3}$, 1)

$t_{12} = \dfrac{2 \pm \sqrt{6a^2-10a+4}}{a} \Rightarrow x_{12} = (t_{12})^2$

$t_b = \frac{1}{a}$ $\quad \overset{-\quad +}{\underset{0}{\longrightarrow}}$

$\frac{f(0)}{A} = \frac{-6a+10}{a}$ $\quad \overset{-\quad +\quad -}{\underset{0 \quad \frac{5}{3}}{\longrightarrow}}$





∅

∅

$a \in \{\frac{2}{3}; 1\}$ − 1к

∅

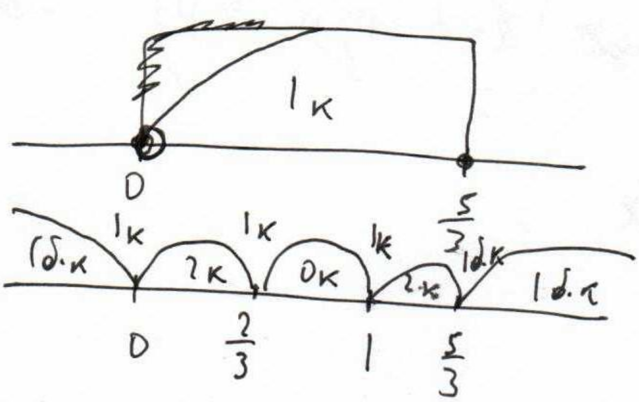
∅

$a \in (-\infty; 0) \cup (\frac{5}{3}; +\infty)$ − 1 д.к.

$a = \frac{5}{3}$ − 1 д.к.

∅ $a \in (0; \frac{2}{3}; 1; \frac{5}{3})$ − 2к

$t > 0$



При $a \in (-\infty; 0] \cup (\frac{2}{3}; 1) \cup (\frac{5}{3}; \infty)$ ур-ние имеет 1 решение

1) $a \in (-\infty; 0) \cup (\frac{5}{3}; \infty) \Rightarrow \quad x = \left(\frac{2+\sqrt{6a^2-10a+4}}{a}\right)^2$

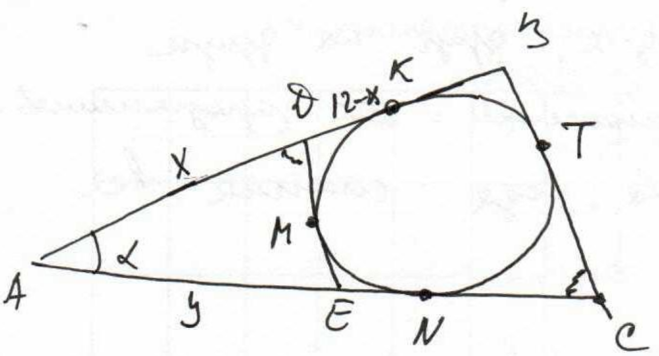
2) $a = 0 \Rightarrow \quad x = \frac{25}{4}$

3) $a \in (\frac{2}{3}; 1) \Rightarrow \quad x = \frac{6a-10}{a}$

При этом $\underline{b = 0}$

20

③



$S_{ADE} = 24$

$BC = 18$

$AK = AN = 12$ (2 кас.)

$tg\,\alpha$ - ?

1) Можно опис. окр. вокруг EDBC =>

=> $\angle BCA = 180 - \angle BDE$

$\angle ADE = 180 - \angle BDE = \angle BCA$

Тогда $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (по 3-м углам) V.

нет реш-ия!

0