Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 111219

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету Математика

(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Акимов Артём Вячеславович

Город, № школы (образовательного учреждения) Александров, МБОУСОШ №1, 11 класс

Регистрационный номер ШМ 4529

Вариант задания 19

Дата проведения "11" март 20 18 г.

Подпись участника

сорок четыре балла / [подпись]

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

111219
111219

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3	9	12	20	—	—					44

Шифр ____________________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 19

почему?

№1. $3\cdot5\cdot4\cdot3=180$ – кол-во вариантов, чтобы закрасить, не учитывая

2 ряда. в 2 рядах могут быть закрашены любые треуг. ⇒ домножим на 3^2 ⇒ ?

$3\cdot3\cdot3\cdot5\cdot4\cdot3=810\cdot2=1620$

3

Ответ: ~~1620~~ вариантов

№2. $\sin^4(2016x)+\cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2018}(2016x)=1$

$(1-\cos^2(2016x))^2+\cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2018}(2016x)=1$

$1-2\cos^2(2016x)+\cos^4(2016x)+\cos^{2017}(2025x)\cancel{+\cos(2016x)\cdot(\cos(2016x)}$

?

$\cancel{-2+\cos^{2017}(2025x)}+\cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2018}(2016x)=1$

$\cos^2(2016x)\cdot(\cos^2(2016x)-2+\cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2018}(2016x)=0$

$\cos^2(2016x)=0$

$\cos 2016x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in Z$

$x=\frac{\pi}{4032}+\frac{\pi n}{2016},\ n\in Z$

+

$\cos^2(2016x)+\cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2018}(2016x)=2$

$\begin{cases}\cos^2(2016x)=1\\ \cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2018}(2016x)=1\end{cases}$

$\cos 2016x=\pm1$

$\cos^{2017}(2025x)=\pm1$

$\begin{cases}2016x=\pi n,\ n\in Z\\ 2025x=2\pi k,\ k\in Z.\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{\pi n}{2016},\ n\in Z\\ x=\frac{2\pi k}{2025},\ k\in Z\end{cases}$

+

$n=0$, $k=0$ $x=0$

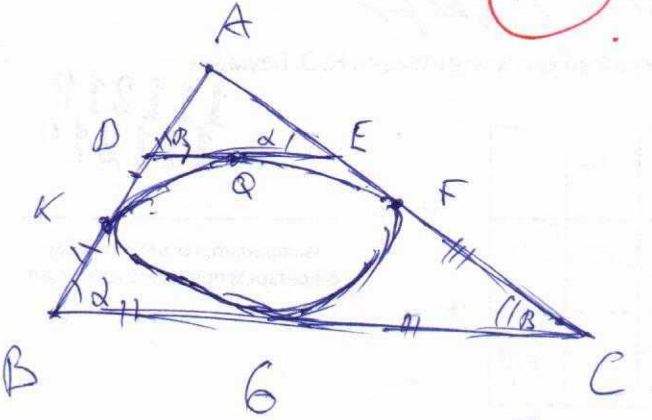
$n=4032$, $k=2025$ $x=2\pi$.

?

9

Ответ: $\cancel{x=2\pi m,\ m\in Z}$, $x=\frac{\pi}{4032}+\frac{\pi n}{2016},\ n\in Z$.

№3.



Дано: $S_{ADE} = \frac{8}{3}$, $BC = 6$

$AK = 4$

$AF = 4$ (свойство касат.)

Решение

$KD = DQ$ (свойство касат.), $QE = EF$

$P_{ADE} = 8$

т.к. можно вписать ~~у~~ в окруж: $\angle B + \angle E = 180°$.

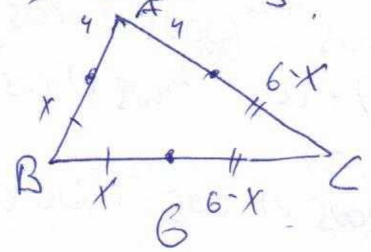
$\angle C + \angle D = 180 \Rightarrow \angle B = \angle \alpha \Rightarrow \angle DBA = \alpha$.

$\angle C = \angle \beta \Rightarrow \angle ADB = \beta \Rightarrow \triangle ABC \sim AED$.

$P_{ABC} = 4 + 4 + 6 + 6 = 20$ (свойство касат.)

$\left(\frac{P_{ABC}}{P_{ADE}}\right)^2 = \frac{S_{ADC}}{S_{ADE}} \Rightarrow \left(\frac{20}{8}\right)^2 = \frac{S_{ABC}}{\frac{8}{3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{50}{3}$.



$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$\frac{50}{3} = \sqrt{10(10-6)(10-4-x)(10-4-6+x)}$

$\frac{2500}{9} = 10 \cdot 4 \cdot (6-x)x$

$x^2 - 6x + \frac{125}{18} = 0$.

$x = 3 \pm \sqrt{\frac{37}{18}}$.

$AB = 4 + 3 + \sqrt{\frac{37}{18}} = 7 + \sqrt{\frac{37}{18}}$

$AC = 4 + 6 - 3 - \sqrt{\frac{37}{18}} = 7 - \sqrt{\frac{37}{18}}$.

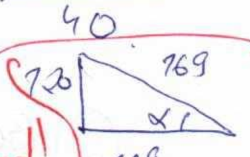
$BC = 6$

$R = \frac{abc}{4S} = \frac{\left(7 + \sqrt{\frac{37}{18}}\right)\left(7 - \sqrt{\frac{37}{18}}\right) \cdot 6}{4 \cdot \frac{50}{3}} = \frac{845}{200} = \frac{169}{40}$.

$\frac{BC}{\sin A} = 2R$ $\qquad \frac{B}{\sin A} = \frac{2 \cdot 169}{40}$

$\sin A = \frac{6 \cdot 40}{2 \cdot 169} = \frac{120}{169}$

$tg\, A = \frac{120}{169}$



?! =

Ответ: $\frac{120}{169}$

Fetal!

Ну здесь же верно!

$tg\, \alpha = \frac{?}{?}$..

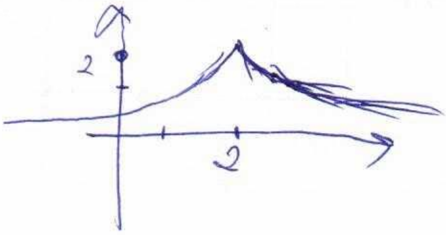
12

№4

$$\frac{2}{3}g\left(\frac{g(x)}{2}\right)+\sqrt{2-\frac{2}{g(x)}} \geq 13g(g^3(x))$$

$g(x)=\frac{6}{x^2-4x+7}$

$g(x)=\frac{6}{(x-2)^2+3}$



$g(x)\in(0;2]$

$g(x)=t.$

$$\begin{cases} g\left(\frac{t}{2}\right)\in\left(\frac{6}{7};\frac{3}{2}\right] \\ \frac{t}{2}\in(0;1] \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3}\cdot g\left(\frac{t}{2}\right)\in\left(\frac{4}{7};1\right].$$

$\sqrt{2-\frac{2}{t}}$

$\frac{2t-2}{t}\geq 0.$

$+ \quad - \quad +$

$0 \quad 1$

+

$0<t\leq 2$

$\frac{1}{t}\geq\frac{1}{2}$

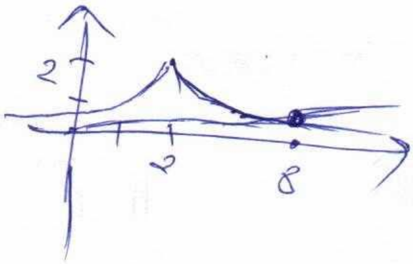
$\frac{2}{t}\geq 1$

$-\frac{2}{t}\leq -1$

$0<2-\frac{2}{t}\leq 1.$

$0<\sqrt{2-\frac{2}{t}}\leq 1$ +

$$\left(\frac{2}{3}\left(g\left(\frac{t}{2}\right)\right)+\sqrt{2-\frac{2}{t}}\right)\in\left(\frac{4}{7};2\right]$$



$g(x)=t\in(0;2]\Rightarrow$

$g^3(x)=t^3\in(0;8]\Rightarrow g(t^3)\in\left[\frac{2}{13};2\right]$

$g(0)=\frac{6}{7}$ $\quad \frac{6}{7}>\frac{2}{13}$

$g(8)=\frac{2}{13}$

$\frac{2}{13}\leq g(t^3)\leq 2$

$2\leq 13g(t^3)\leq 25.$

все!!

левая часть меньше ≤ 2 $\Rightarrow$ знак равенства

$$\begin{cases} \frac{2}{3}g\left(\frac{g(x)}{2}\right)+\sqrt{2-\frac{2}{g(x)}}=2 \Rightarrow g(x)=2 \Rightarrow x=2 \\ 13g(g^3(x))=2 \end{cases}$$

Ответ: 2. +

20