Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

111502

Шифр ______________
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету Математика
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Николаевцев Артём Алексеевич

Город, № школы (образовательного учреждения) п. Балакирево, МБОУСОШ №36

Регистрационный номер ШМ4535

Вариант задания № 19

Дата проведения “11” марта 2018 г.

Подпись участника

сорок восемь баллов

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3	9	16	20	—	—					48

Шифр 111502

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

111502

Вариант № 19

№2

$\sin^4(2016x)+\cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2018}(2016x)=1$

$(1-\cos^2(2016x))^2+\cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2018}(2016x)=1$

$\cancel{1}-2\cos^2(2016x)+\cos^4(2016x)+\cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2018}(2016x)=\cancel{1}$

$\cos^2(2016x)(\cos^2(2016x)-2+\cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2016}(2016x))=0$

$\cos 2016x=0$

$2016x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$

$\boxed{x=\frac{\pi}{4032}+\frac{\pi n}{2016}, n\in Z}$ +

$\underbrace{\cos^2(2016x)}_{\cancel{\le 1}}+\underbrace{\cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2016}(2016x)}_{\cancel{\le 2}}=2$ (Λ)!!! ✓

$\begin{cases}\cos^2(2016x)=1\\ \cos^{2017}(2025x)\cdot\cos^{2016}(2016x)=1\end{cases}$

$\begin{cases}\cos 2016x=\pm 1\\ \cos^{2017}(2025x)=1\end{cases}$

$\begin{cases}2016x=\pi n, n\in Z\\ 2025x=2\pi k, k\in Z\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{\pi n}{2016}, n\in Z\\ x=\frac{2\pi k}{2025}, k\in Z\end{cases}$ +

$n=0$

$k=0$

$\boxed{x=0}$

$\Rightarrow$ ~~$x=2\pi m, m\in Z$~~

$n=4032$

$k=2025$

$\boxed{x=2\pi}$

Ответ: ~~$x=2\pi m, m\in Z$~~; $x=\frac{\pi}{4032}+\frac{\pi}{2016}, n\in Z$

⑨

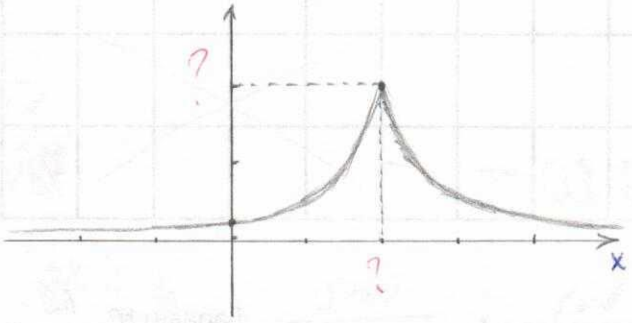
№ 4

$$\frac{2}{3} g\left(\frac{g(x)}{2}\right) + \sqrt{2-\frac{2}{g(x)}} \geq 13\, g\left(g^3(x)\right), \quad g(x) = \frac{6}{x^2-4x+7}$$

$$g(x) = \frac{6}{(x-2)^2+3}$$

$g(x) = t$

$t \in (0; 2]$



не туда вогнута!

$$\frac{2}{3} g\left(\frac{t}{2}\right) + \sqrt{2-\frac{2}{t}} \geq 13\, g(t^3)$$

$$\begin{cases} g\left(\frac{t}{2}\right) \in \left(\frac{6}{7}; \frac{3}{2}\right] \\ \frac{t}{2} \in (0; 1] \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3} g\left(\frac{t}{2}\right) \in \left(\frac{4}{7}; 1\right]$$

$\sqrt{2-\frac{2}{t}}$; $\quad 0 < t \leq 2$

$2 - \frac{2}{t} \geq 0$ $\quad \frac{1}{t} \geq \frac{1}{2}$

$\frac{2t-2}{t} \geq 0$ $\quad \frac{2}{t} \geq 1$

$+ \quad - \quad +$ at 0, 1 $\quad -\frac{2}{t} \leq -1$

$$0 < 2 - \frac{2}{t} \leq 1$$

$$0 < \sqrt{2-\frac{2}{t}} \leq 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\left(g\left(\frac{t}{2}\right)\right) + \sqrt{2-\frac{2}{t}}\right) \in \left(\frac{4}{7}; 2\right] \quad +$$

$g(x) = t \in (0; 2] \Rightarrow$

$\Rightarrow g^3(x) = t^3 \in (0; 8] = g(t^3) \in \left[\frac{2}{13}; 2\right]$

$g(0) = \frac{6}{7}$ $\quad \frac{6}{7} > \frac{2}{13}$

$g(8) = \frac{2}{13}$

$$\frac{2}{13} \leq g(t^3) \leq 2$$

$$2 \leq 13\, g(t^3) \leq 26$$

левая часть ≤ 2, а правая ≥ 2 =>

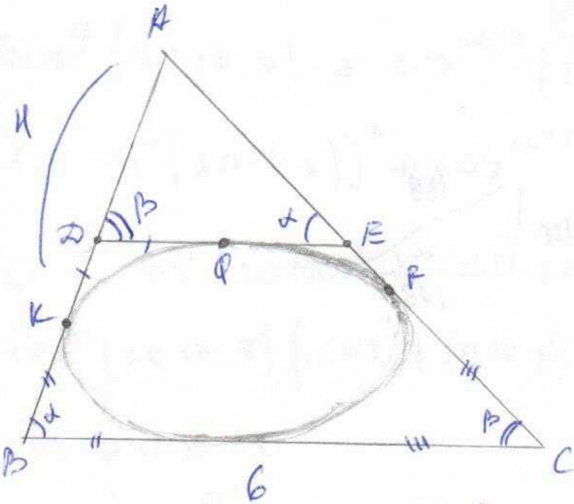
=> знак равенства

$$\begin{cases} \frac{2}{3} g\left(\frac{g(x)}{2}\right) + \sqrt{2 - \frac{2}{g(x)}} = 2 \\ 13 g(g^3(x)) = 2 \end{cases} \Rightarrow g(x) = 2$$

$\Rightarrow x = 2$

Ответ: $x = 2$ 20

№3



$S_{ADE} = \frac{8}{3}$, $BC = 6$

$AK = 4 \Rightarrow AF = 4$

(св-во кас.)

по св-ву кас. $KD = DQ$, $QE = EF$

$P_{ADE} = 8$

т.к. можно описать окр: $\angle B + \angle E = 180°$

$\angle C + \angle D = 180° \Rightarrow \angle B = \alpha \Rightarrow \angle DEA = \alpha$,

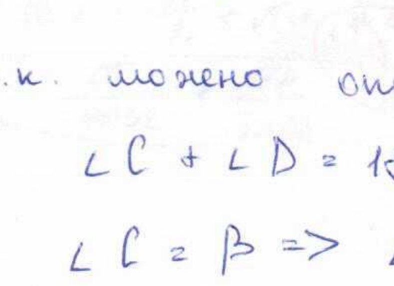
$\angle C = \beta \Rightarrow \angle ADE = \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AED$ +

$P_{ABC} = 4 + 4 + 6 + 6 = 20$ (по св-ву кас.)

$\left(\frac{P_{ABC}}{P_{ADE}}\right)^2 = \frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} \Rightarrow \left(\frac{20}{8}\right)^2 = \frac{S_{ABC}}{\frac{8}{3}}$

$S_{ABC} = 16\frac{2}{3} = \frac{50}{3}$



ф. Герона

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$\frac{50}{3} = \sqrt{10(10-6)(10-4-x)(10-4-6+x)}$

$\frac{2500}{9} = 10 \cdot 4 \cdot (6-x) \cdot x$

$$x^2 - 6x + \frac{125}{18} = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{\frac{37}{18}}$$

$$x = 3 \pm \sqrt{\frac{37}{18}}$$

$$AB = 4 + 3 + \sqrt{\frac{37}{18}} = 7 + \sqrt{\frac{37}{18}}$$

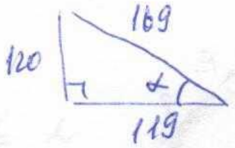
$$AC = 4 + 6 - 3 - \sqrt{\frac{37}{18}} = 7 - \sqrt{\frac{37}{18}}$$

$$BC = 6$$

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{\left(7+\sqrt{\frac{37}{18}}\right)\left(7-\sqrt{\frac{37}{18}}\right)\cdot 6}{4\cdot\frac{50}{3}} = \frac{845}{200} = \frac{169}{40}$$

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \qquad \frac{6}{\sin A} = \frac{2\cdot 169}{40}$$

$$\sin A = \frac{6\cdot 40}{2\cdot 169} = \frac{120}{169}$$

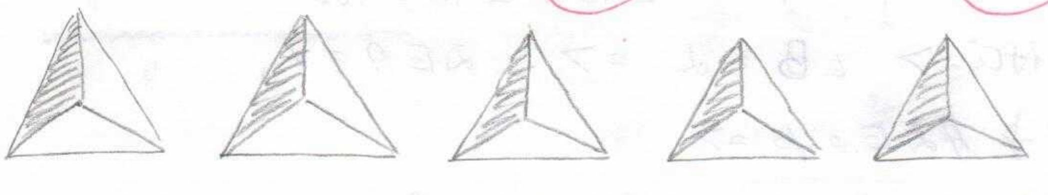


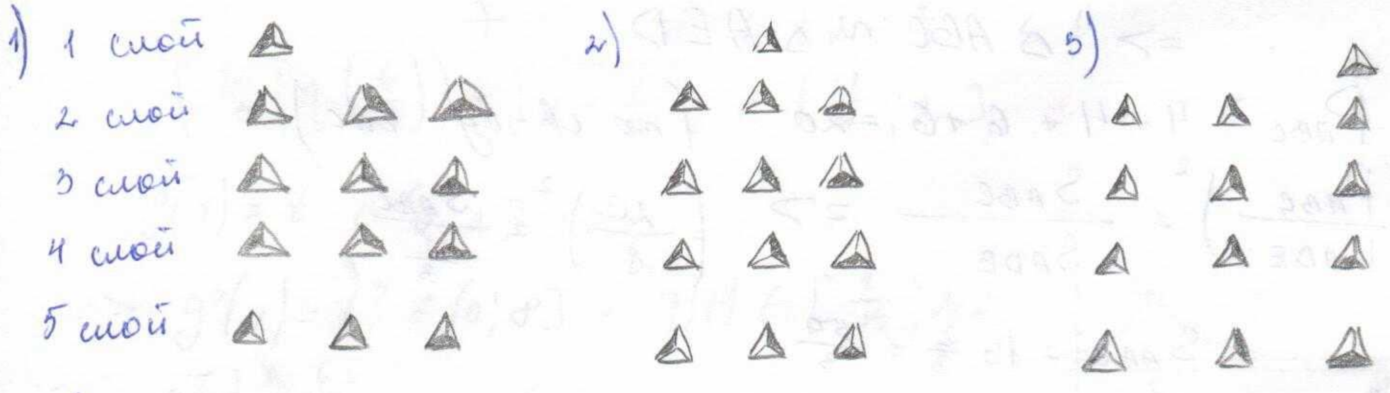
$$tg\ A = \frac{120}{119}$$

Ответ: $\frac{120}{119}$

№1

16





$1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 - 20 = 61$?

$$\begin{array}{r} \times\ 61 \\ 3 \\ \hline 183 \\ \times\ \cancel{111}\ 5 \\ \hline 915 \end{array}$$

Ответ: ~~915~~

3