Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

+1 лист

111575

Шифр ____________
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математике
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Лежебоков Александр Владимирович

Город, № школы (образовательного учреждения) Москва, ГБОУ ЛИЦЕЙ 1502

Регистрационный номер ШМ 4727

Вариант задания 20

Дата проведения “11” 03 20 18 г.

Подпись участника

сорок пять

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
3	6	16	20	∅	∅					45

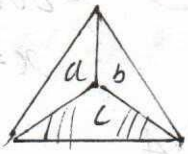
Шифр 111575

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

575

Вариант № 20

N 1



пусть c – закрашенная часть

тогда при укладывании стопки, чтобы был минимум один прозрачный столбик, ~~в [illegible]~~ нужно чтобы этот столбик состоял либо из a, либо из b, то есть 2 варианта

столбик состоит из пяти частей => кол-во вариантов $2^5 = 32$, однако, если 3 варианта, которые выглядят одинаково => считаются за 1

32-1 = 31 · 5!

кол-во вариантов = 30

Ответ: ~~30~~

3

2

$\sin^4(2019x) + \cos^{2019}(2022x)\cdot\cos^{2018}(2019x) = 1$

$(1-\cos^2(2019x))^2 + \cos^{2019}(2022x)\cdot\cos^{2018}(2019x) = 1$

$1 - 2\cos^2(2019x) + \cos^4(2019x) + \cos^{2019}(2022x)\cdot\cos^{2018}(2019x) = 1$

$2\cos^2(2019x) = \cos^4(2019x)\,(\cos^{2014}(2019x)\cos^{2019}(2022x)+1)$

1) $\cos(2019x)=0$

$2019x=\frac{\pi}{2}+\pi k \quad k\in Z$

$x=\frac{\pi}{4038}+\frac{\pi k}{2019} \quad k\in Z$

2) $\cos^2(2019x)(1+\cos^{2014}(2019x)\cos^{2019}(2022x)$

$\cos^2(2019x)\in[0;1]$

$1+\cos^{2014}(2019x)\cos^{2019}(2022x)\in[0;2]$

$\Downarrow$

$$\begin{cases}\cos^2 2019x=1\\ \cos^{2014}2019x=1\\ \cos^{2019}2022x=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\cos 2019x=\pm 1\\ \cos 2022x=1\end{cases}$$

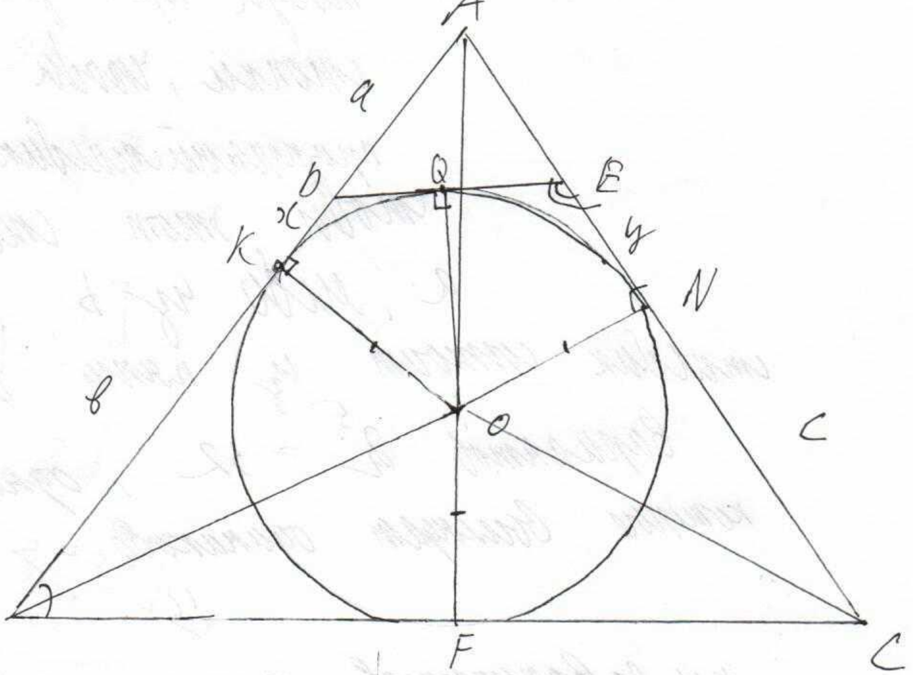
$\Downarrow$

$$\begin{cases}2019x=\pi k & k\in Z\\ 2022x=2\pi k & k\in Z\end{cases}$$

$x=0$

Ответ: $x=0$, $x=\frac{\pi}{4038}+\frac{\pi k}{2019}$ $k\in Z$ $\quad x=\frac{\pi n}{3}$ $\quad 6$

3



Дано

$BC=5$

$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{18}$

$Ak=1$

$AK=a$

$KD=в$

$NC=c$

1) Так как ~~во~~ около чет-ка $BDEC$ можно описать окруж. $\Rightarrow \angle B+\angle E=180°$

2) $\angle AED+\angle E=180° \Rightarrow \angle AED=\angle B \Rightarrow \triangle ADE\sim\triangle ACB$ (по двум углам)

3) $AK=AN=a$ так как $\triangle AKO=\triangle ANO$ (по 2 сторонам и углу меж ним)

$KB=BF=в$

аналогично

$NC=CF=c$

$KD=DQ=x$

$EN=QE=y$

=2

4) $\frac{P_{ABC}}{2} = \frac{2a+2B+2C}{2} = a+B+C = a+BC = 1+5=6$

5) $\frac{P_{ADE}}{2} = \frac{1-x+1-y+x+y}{2} = 1$

$K = \frac{\frac{P_{ABC}}{2}}{\frac{P_{ADE}}{2}} = \frac{6}{1} = 6$

$\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = K^2 = 36 \Rightarrow S_{ABC} = 36\, S_{ADE} = 2$

6) $S_{ABC} = (NC+1)(KB+1)\frac{1}{2}\cdot \sin BAC =$

$= (NC\cdot KB + NC + KB + 1)\frac{1}{2}\sin BAC = (6+NC\cdot KB)\cdot\frac{1}{2}\sin BAC$

7) ~~$S_{ABC} = p\sqrt{p\cdot(p-a)(p-B)(p-c)}$~~ $= \sqrt{6\cdot 5\,(6-B)(6-C)}$

$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a-B)(p-a-C)(p-(B+C))} = \sqrt{6\cdot 1(5-B)(5-C)} =$

$= \sqrt{6(25-5(B+C)+B\cdot C)} = \sqrt{6\cdot BC}$

8) $\sqrt{6BC} = 2$

$6BC = 4$

$B\cdot C = \frac{4}{6}$

из 6 пункт

9) $(6+\frac{4}{6})\cdot\frac{1}{2}\sin BAC = 2$

$\frac{40}{12}\sin BAC = 2$

$\sin BAC = \frac{24}{40} = \frac{6}{10} = 0{,}6$ $\qquad tg\,BAC = \frac{\sin BAC}{\cos BAC} = \frac{0{,}6}{0{,}8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\cos BAC = \sqrt{1-\sin^2 BAC} = 0{,}8$

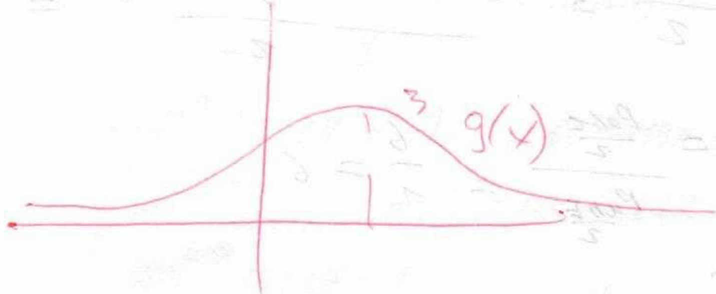
Ответ: $\frac{3}{4}$ ✓ 16

4

$$\frac{7}{9}\, g\left(\frac{g(x)}{3}\right) + 2\sqrt{2-\frac{3}{g(x)}} \geq 13\, g(g^2(x))$$

ОДЗ $2-\frac{3}{g(x)} \geq 0$

$g(x) \geq 1{,}5$



1) $g(x) \in [1{,}5;\ 3]$

2) $\frac{g(x)}{3} \in [0{,}5;\ 1]$

3) $2\sqrt{2-\frac{3}{g(x)}} \in [0;\ 2]$

4) $g^2(x) \in [2{,}25;\ 9]$

5) $g\left(\frac{g(x)}{3}\right) \in \left[\frac{9}{9{,}25};\ \frac{9}{7}\right]$

6) $\frac{7}{9}\, g\left(\frac{g(x)}{3}\right) \in \left[\frac{7}{9{,}25};\ 1\right]$

7) $g(g^2(x)) \in \left[\frac{9}{39};\ 3\right]$

8) $13\, g(g^2(x)) \in [3;\ 39]$

9) $\frac{7}{9}\left(\frac{g(x)}{3}\right) + 2\sqrt{2-\frac{3}{g(x)}} \in \left[\frac{7}{9{,}25};\ 3\right]$

$\Downarrow$

$$\frac{7}{9}\left(\frac{g(x)}{3}\right) + 2\sqrt{2-\frac{3}{g(x)}} = 3 = 13\, g(g^2(x))$$

$x = 3$

Ответ: 3

20

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

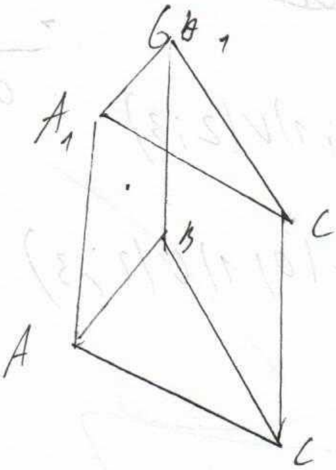
Шифр 111575

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 20

5

~~$2a - ab\ ctg$~~



∅

5

$$2a - ab\,ctg\,x + 2\sqrt{2(x+|x+b\,ctg\,x|)+b\,ctg\,x} = 6+ax$$

1) $x + b\,ctg\,x \le 0$

$2a - ab\,ctg\,x - ax = 6$

$2a - a(x + b\,ctg\,x) = 6$

$a(2 - (x + b\,ctg\,x)) = 6$

$2 - (x + b\,ctg\,x) > 2$

$a \in [0;3]$

$b \in (-\infty; -2)$

2) $x + b\,ctg\,x \ge 0$

$2a - ab\,ctg\,x + 2\sqrt{4(x + b\,ctg\,x)} = 6 + ax$

$2a - ab\,ctg\,x - ax + 4\sqrt{x + b\,ctg\,x} - 6 = 0$

$a(2 - (x + b\,ctg\,x)) + 4\sqrt{x + b\,ctg\,x} - 6 = 0$

$\sqrt{x - b\,ctg\,x} = t \quad t \ge 0$

$2a - at^2 + 4t - 6 = 0$

$D = 16 + 4a(2a - 6) > 0$

$16 + 24 - 8a > 0 \quad a < 5$

$x_1 \cdot x_2 > 0$

$\frac{4}{a} > 0$

$6-2a$

$-at^2+4t+2a-6$

$D = 16+4(a(2a-6)) =$

$= 16+4(2a^2-6a) = 16+8a^2-24a$

1) $8a^2-24a+16>0$

$a^2-3a+2>0$

$(a-2)(a-1)>0$

2) $\frac{2a-6}{-a}>0$

$\frac{6-2a}{a}>0$

$a \in (0;1) \cup (2;3)$

Ответ: $a \in (0;1) \cup (2;3)$