Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

+1

111423

Шифр ____________
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Петров Владлен Игоревич

Город, № школы (образовательного учреждения) Москва, ГБОУ Лицей № 1580

11 класс

Регистрационный номер ШМ5241

Вариант задания №18

Дата проведения "11" март 2018 г.

С работой ознакомлен
16.03.18
ВПетров

Подпись участника ВПетров

$\Sigma = 44$ (сорок четыре) Ким-

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
–	6	8	5	10	15					44

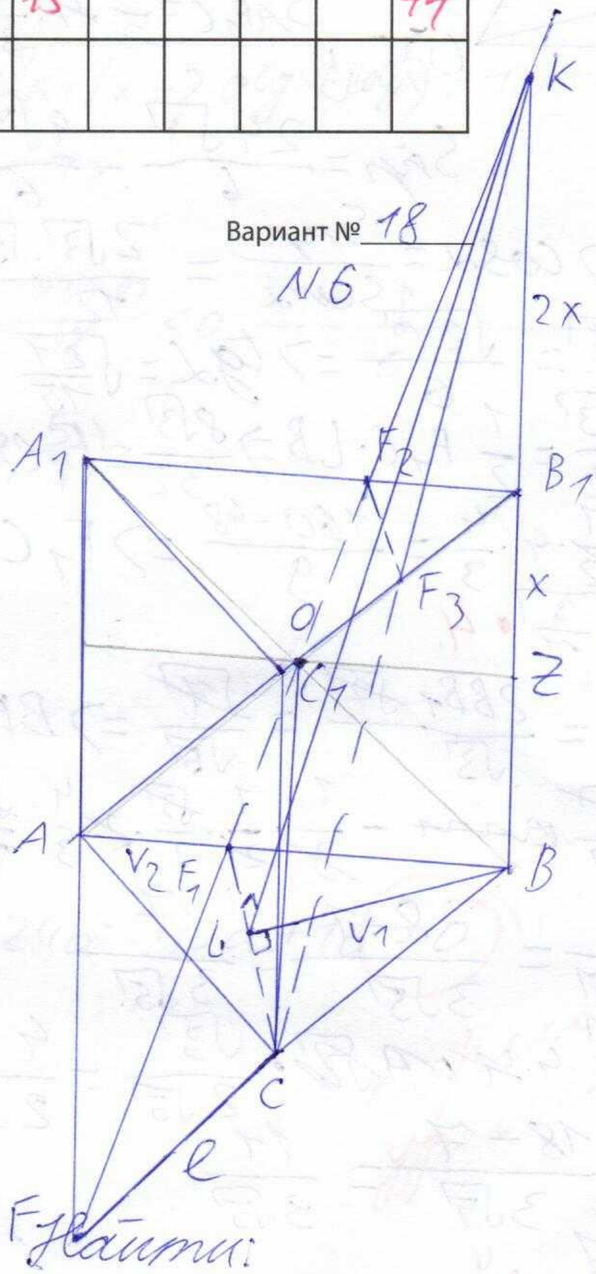
111423

Шифр ______________________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 18

N 6



Дано:

$ABCA_1B_1C_1$

$AB = 4$ $S_{сеч} = \frac{12}{\sqrt{5}}$

$\alpha = (CO; \parallel AC_1)$

Найти:

$\frac{V_1}{V_2}$ – ?

(V_1 – ?; V_2 – ?)

Решение:

1) Проведем $l \parallel AC_1$

2) $l \cap AA_1 = F$

3) $FO \cap BB_1 = K$

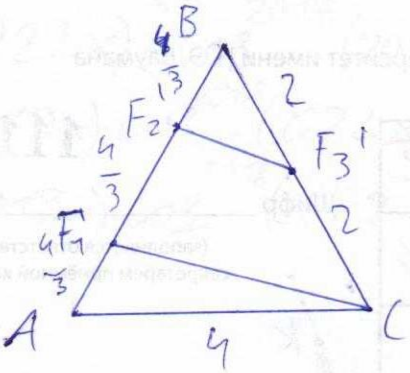
4) $AF_1 = F_2B_1$ $KB_1 = AF = CC_1$

5) $F_3B_1 = F_3C_1 = \frac{4}{2} = 2$

6) $KB_1 = 2B_1Z \Rightarrow \frac{KB_1}{KZ} = \frac{2}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{F_2B_1}{OZ} = \frac{2}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{4}{3} = F_2$

7)



$S_{пр} = S_{F_1F_2'F_3'C}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

$S_{BF_2'F_3'} = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\cancel{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{6}$

$S_{AF_1C} = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{4}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{6}$

$S_{пр} = \frac{24\sqrt{3}}{6} - \frac{4\sqrt{3}}{6} - \frac{8\sqrt{3}}{6} = \frac{12\sqrt{3}}{6} = 2\sqrt{\ }$

8) $S_{сеч} = \frac{S_{пр}}{\cos\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{S_{пр}}{S_{сеч}} = \frac{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{15}}{6}$

9) $\sin\alpha = \sqrt{\frac{36-15}{36}} = \frac{\sqrt{21}}{6} \Rightarrow tg\,\alpha = \sqrt{\frac{21}{15}} = \sqrt{\frac{7}{5}} = \sqrt{1,4}$ ✓

10) $S_{BF_1C} = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{4}\cdot\frac{8}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = \frac{1}{2}F_1C\cdot LB \Rightarrow \frac{8\sqrt{3}}{3\cdot 2} = F_1C\cdot LB$

11) $F_1C^2 = 16 + \frac{16}{9} - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot\frac{4}{3} = \frac{160-48}{9} \Rightarrow F_1C = \frac{4\sqrt{7}}{3}$

12) $LB = \frac{8\sqrt{3}\cdot 3}{3\cdot 2\cdot 4\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{3}{7}}\cdot 4.$

13) $tg\,\alpha = \sqrt{\frac{7}{5}} = \frac{2BB_1}{LB} = \frac{2BB_1\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}} \Rightarrow BB_1 = \frac{\sqrt{3}\cdot 2}{\cancel{2}\sqrt{5}}$!

14) $V_1 = \frac{1}{3}\cdot\frac{8\sqrt{3}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\cancel{3}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\cancel{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} =$

$= \frac{8}{3\sqrt{5}} - \frac{\cancel{4}}{\cancel{2}\cdot 3\cdot\cancel{2}\sqrt{5}} = \frac{8-1}{3\sqrt{5}} = \frac{7}{3\sqrt{5}}$

15) $V_{призмы} = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\cdot 4\cdot\cancel{4}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \frac{4\cdot 3}{2\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

16) $V_2 = \frac{6}{\sqrt{5}} - \frac{7}{3\sqrt{5}} = \frac{18-7}{3\sqrt{5}} = \frac{11}{3\sqrt{5}}$

Ответ: $V_1 = \frac{7}{3\sqrt{5}}\cdot 4$

$V_2 = \frac{11}{3\sqrt{5}}\cdot 4$

15

№5

$6a+2ab\,tgx+2\sqrt{2(x+|x-2b\,tgx|-2b\,tgx)}=10+ax$

tgx - периодическая функция и пока tgx будет находиться в уравнении, решений будет бесконечное количество $\Rightarrow b=0$ - всегда

$\Downarrow$

$6a+2\cdot a\cdot 0\cdot tg\,x+2\sqrt{2(x+|x-2\cdot 0\,tgx|-2\cdot 0\,tgx)}=10+ax$

$6a+2\sqrt{2(x+|x|)}=10+ax$

1) $x<0$

$6a+0=10+ax \Rightarrow x=\frac{6a-10}{a}<0$

+ 0 − $\frac{5}{3}$ + a

$\Downarrow$

$x=\frac{6a-10}{a}$ при $a\in(0;\frac{5}{3})$

2) $x=0$

$6a=10 \quad a=\frac{5}{3}$

10

3) $x>0$

$6a+4\sqrt{x}=10+ax$

$ax-4\sqrt{x}+10-6a=0$

$D=16-4a(10-6a)=24a^2-40a+16=0$?

$6a^2-10a+4=0$

корни ур-ния $x_1, x_2 \geq 0$?

$3a^2-5a+2=0$

$D=25-24=1$

$a_1=\frac{5+1}{6}=1$

$a_2=\frac{2}{3} \Rightarrow x-4\sqrt{x}+4=0 \quad (\sqrt{x}-2)^2=0 \Rightarrow x=4$

$\frac{2}{3}x-4\sqrt{x}+6=0$

$(\sqrt{\frac{2}{3}x}-\sqrt{6})^2=0 \quad \frac{2}{3}x=6 \quad x=9$

Ответ: $b=0 \quad a\in(0;\frac{5}{3}) \quad x=\frac{6a-10}{a}$

$b=0 \quad a=\frac{5}{3} \quad x=0$

$b=0 \quad a=1 \quad x=4$

$b=0 \quad a=\frac{2}{3} \quad x=9$

№2

$$\sin^4(2022x)+\cos^{2017}(2019x)\cdot\cos^{2018}(2022x)=1$$

$$\cos^{2017}(2019x)\cdot\cos^{2018}(2022x)=1-\sin^4(2022x)$$

$$\cos^{2017}(2019x)\cdot\cos^{2018}(2022x)=\underbrace{(1-\sin^2(2022x))}_{\cos^2(2022x)}(1+\sin^2(2022x))$$

$\Downarrow$

$$\left[\begin{array}{ll}\cos^2(2022x)=0 & ①\\ \cos^{2017}(2019x)\cdot\cos^{2016}(2022x)=1+\sin^2(2022x) & ②\end{array}\right.$$

~~(не может быть больше 1)~~

1) $\cos(2022x)=0$

$2022x=\frac{\pi}{2}+\pi n$

$x=\frac{\pi+2\pi n}{4044}\quad n\in Z$

2) Если $\sin^2 2022x=0$

$\Downarrow$

$\cos^2 2022x=1$

$\cos^{2017}(2019x)=1$

$\cos^{\cancel{2017}}(2019x)=1$

$x=\frac{2\pi k}{2019}\quad k\in Z$

?

Если $\sin^2 2022x\neq 0$, то решения нет, т.к.

$1+\sin^2 2022x>1$

$\cos^{2017}(2019x)\cdot\cos^{2016}(2022x)\neq 1$

6

Ответ: $\left[\begin{array}{ll}x=\frac{\pi+2\pi n}{4044} & n\in Z\\ x=\frac{2\pi k}{2019} & k\in Z\end{array}\right.$

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

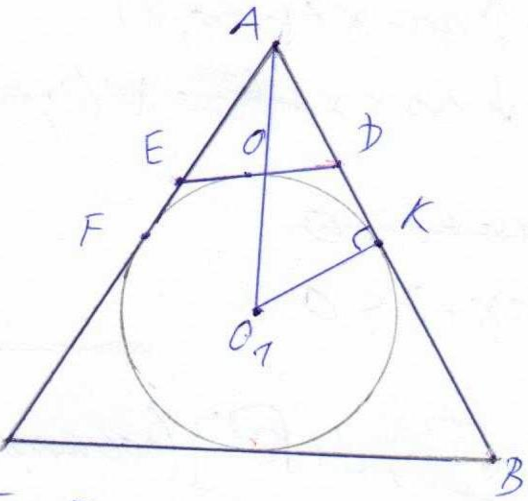
111423

Шифр ______________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 18

№3



Дано:

$S_{AED}=24$

$AK=12$

$BC=18$

Найти:

$tg\, BAC-?$

Решение:

1) $AK=AF=12$; т.к провед. из одной точки

2) $BC+ED=\underbrace{FE+DK}_{=ED}+FC+KB \Rightarrow FC+KB=18$

3) $P_{ABC}=FA+AK+BC+FC+KB=12+12+18+18=60$ V

4) $S_{ABC}=\frac{P}{2}\cdot r_{впис}=\frac{P}{2}\cdot O_1K=30\cdot O_1K$ V

5) $\frac{P_{CEDB}}{2}=\cancel{\frac{18+18+6}{2}=24}=\frac{18+18}{2}+6=24$? 25,2 !

6) $S_{CEDB}=24\cdot r_{впис}=S_{ABC}-24$

$6O_1K=24$

$O_1K=\cancel{4}$ 5

$AO_1=\sqrt{144+16}=4\sqrt{10}$

7) $\sin O_1AK=\frac{4}{4\sqrt{10}}=\frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \cos O_1AK=\frac{3}{\sqrt{10}}$

8) $\sin BAC=2\cdot\frac{3}{10}=\frac{3}{5}$ $\cos BAC=\frac{4}{5}$

9) $tg\, BAC=\frac{3\cdot5}{5\cdot4}=\frac{3}{4}$

Ответ: $tg\, BAC=\frac{3}{4}$

8

№4

$$\frac{3}{4}g\left(\frac{g(x)}{2}\right)+\sqrt{2-\frac{2}{g(x)}}\geq 19g(g^3(x))$$

$$g(x)=\frac{4}{x^2-4x+6}$$

$$\frac{3}{4}g\left(\frac{2}{x^2-4x+6}\right)+\sqrt{-x^2+4x-2}\geq 19g\left(\frac{64}{(x^2-4x+6)^3}\right)$$

$x^2-4x+6=4$ $\qquad$ $x=2\pm\sqrt{2}$

$\Downarrow$

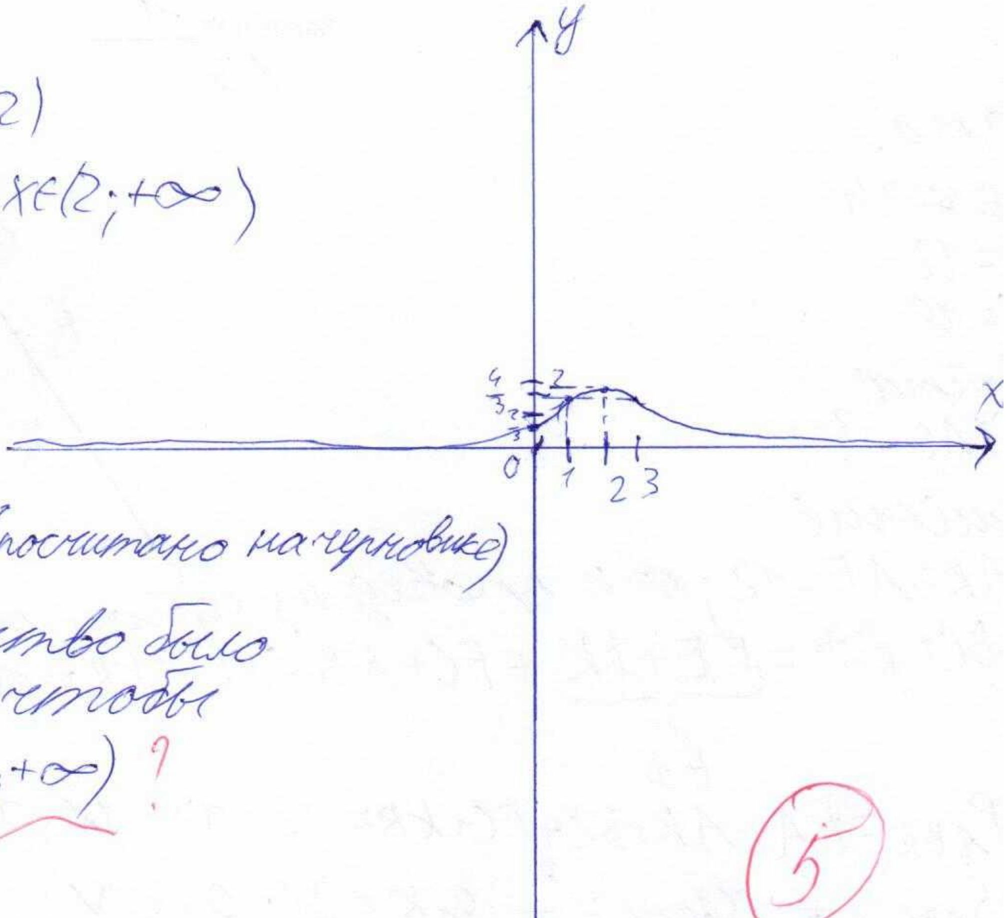
$g(x)-\uparrow$ при $x\in(-\infty;2)$

$g(x)-\downarrow$ при ~~$x\in$~~ $x\in(2;+\infty)$

~~$x^2-4x+2\geq 0$~~

$x^2-4x+2\leq 0$

$\Downarrow$



$x\in[2-\sqrt{2};2+\sqrt{2}]$ (посчитано на черновике)

Чтобы неравенство было верным, нужно чтобы

$g(g^3(x))-\downarrow \Rightarrow x\in(2;+\infty)$?

$$\begin{cases} x\in(2;+\infty) \\ x\in[2-\sqrt{2};2+\sqrt{2}] \end{cases}$$

$\Downarrow$

Ответ: $x\in(2;2+\sqrt{2}]$

5

?