Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

218204

Шифр ____________

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету Математика

(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Агониев Бахтияр Муратович

Город, № школы (образовательного учреждения) Алматы, НАО "РФМШ"

11 класс

Регистрационный номер ШМ 6152

Вариант задания №23

Дата проведения "18" 03 2018 г.

Подпись участника Б. Агон

57 (пятьдесят семь)

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
—	12	—	20	15	10					57

8204

Шифр 218204

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

218204

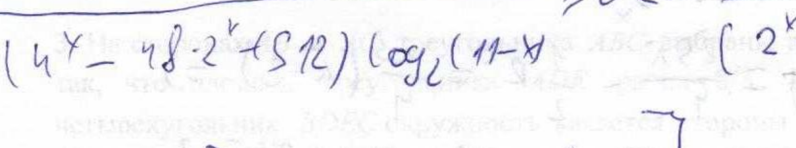
Вариант № 23

№2

$$\frac{(x+5-4\sqrt{x+2})\log_3(x-3)}{(4^x-48\cdot 2^x+512)\log_2(11-x)}\geq 0$$

ОДЗ: $\begin{cases} x\geq -2 \\ x>3 \\ x<10 \end{cases}$ $x\in(3;10)$

$$\frac{(x+5-4\sqrt{x+2})\log_3(x-3)}{(4^x-48\cdot 2^x+512)\log_2(11-x)}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x+2}-1)(\sqrt{x+2}-3)\log_3(x-3)}{(2^x-2^4)(2^x-2^5)\log_3(11-x)}\geq 0$$



$x\in(3;4)\cup(4;5)\cup[7;10)$

Ответ: $x\in(3;4)\cup(4;5)\cup[7;10)$ 12

№4

$x^2+y^2+8(x-y)+7\leq 0$ $\Rightarrow$ $(x+4)^2+(y-4)^2\leq 25$ $(R=5)$

$y\leq 4-|x+3|$ $\quad y\leq 4-|x+3|$

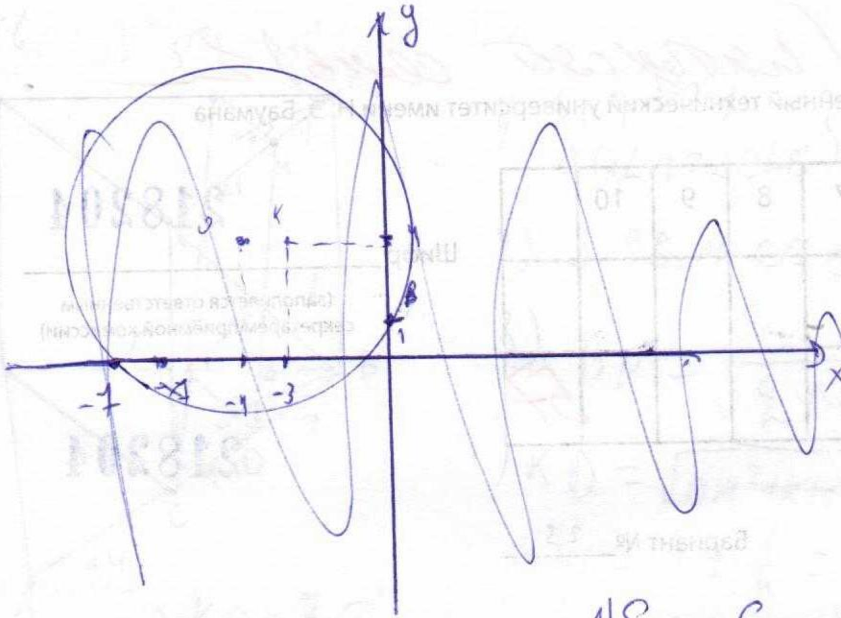
$O(-4;4)$

$A(-7;0)$

$B(0;1)$

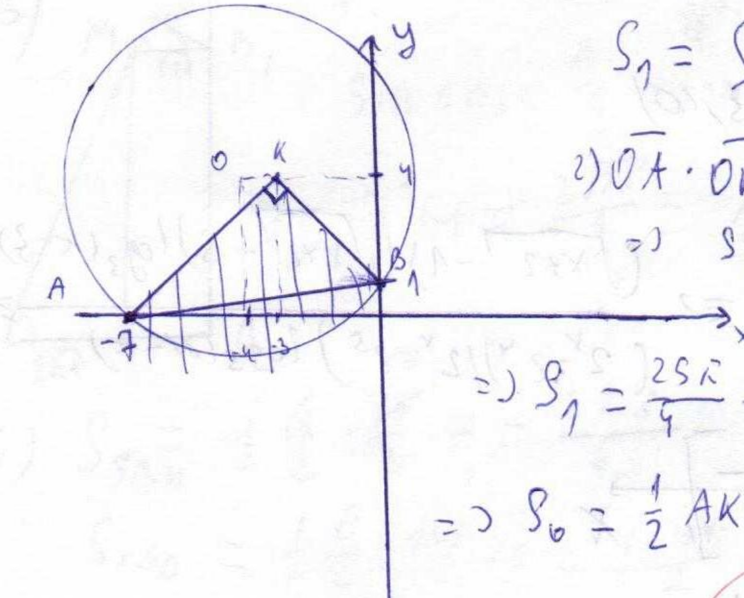
$K(-3;4)$

$\Rightarrow$ $\begin{cases} \overline{OA}(-3;-4) \\ \overline{OB}(4;-3) \\ |AK|=4\sqrt{2} \\ |KB|=3\sqrt{2} \end{cases}$



$1)\ S_0 = S_{AKB} + S_1$

$S_1 = S_2 - S_{AOB}$



$2)\ \overline{OA}\cdot\overline{OB} = 12-12=0 \Rightarrow OA\perp OB \Rightarrow$

$\Rightarrow S_2 = \frac{\pi R^2}{4} = \frac{25\pi}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_1 = \frac{25\pi}{4} - \frac{1}{2}R^2 = \frac{25}{4}(\pi-2) \Rightarrow$

$\Rightarrow S_0 = \frac{1}{2}AK\cdot KB + \frac{25}{4}(\pi-2) = \frac{25\pi-2}{4}$

Ответ: $S_0 = \frac{25\pi-2}{4}$ кв. ед.

20

№5. a - ? 2 разл. кор.

$$\begin{cases} \log_{|x-2|}(3a-ax) = 2\log_{|x-2|}(y-x) \\ \sqrt{x^2+y-4} = x \end{cases}$$

I $\sqrt{x^2+y-4} = x$; $x\geq 0 \Rightarrow y=4$ для всех $x\in[0;+\infty) \Rightarrow$

$\Rightarrow x\in(0;3)\cup(3;4)$ (т.к. $3a-ax>0$)

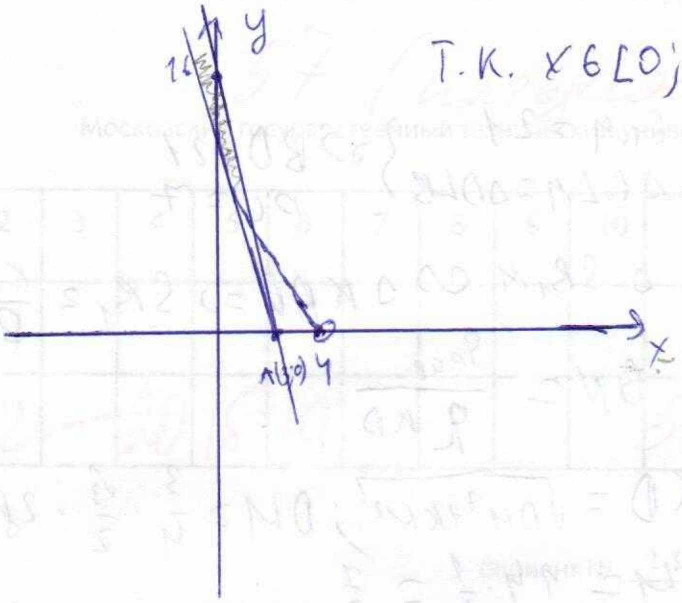
$x\neq 1;\ x\neq 2$

II $\begin{cases} a\neq 0 \\ x\in(0;3)\cup(3;4) \\ 3a-ax=(4-\cancel{x})^2 \end{cases}$

$f(x)=(x-4)^2$

$g(x)=-ax+3a$

$g(x)$ - прямая и точка $A(3;0)$ лежит на ней независимо от a.



т.к. $x \in [0;4)$ ~~f(x)~~ $E(f)=[0;16]$

когда $g(x)$ проходит через точку $(0;16)$, прямая может иметь от 1 до 2 пересечений с нашим графиком.

I $m(x)$: $(0;16)\in m(x)$, $(3;0)\in m(x)$ $\Rightarrow m(x)=-\frac{16}{3}x+16$, т.к. через две точки можно провести прямую и только одну

$m(x)\equiv g(x) \Rightarrow g(x)=-\frac{16}{3}x+16$

2) $g(x)=f(x) \Leftrightarrow -\frac{16x}{3}+16=x^2-8x+16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{8}{3} \end{array}\right.$

II рассмотрим все касательные к графику, которые проходят через A:

$\left[\begin{array}{l} y=0 \ (\text{н.у. } a\neq 0) \\ y=f'(x_0)(3-x_0)+f(x_0)=0 \end{array}\right. \Rightarrow y=-4x+12=g(x)$

III из I и II следует что $-\frac{16}{3}\le -a<-4 \Rightarrow$ ~~$a\in[\frac{16}{3};4)$~~ $a\in(4;\frac{16}{3}]$

IV $a=\frac{16}{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{8}{3} \end{array}\right.$

15

V ~~$a\in(\frac{16}{3};4)$~~ $a\in(4;\frac{16}{3})$: $3a-ax=x^2-8x+16 \Leftrightarrow x^2+x(a-8)+16-3a=0$

$x=\frac{8-a\pm\sqrt{a^2-4a}}{2}$

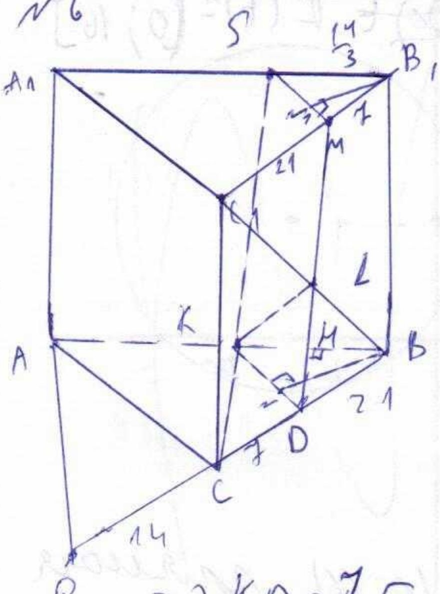
Ответ: $a\in(4;\frac{16}{3}]$; $a\in(4;\frac{16}{3})$: $x=\frac{8-a\pm\sqrt{a^2-4a}}{2}$

$y=\ ?$

$a=\frac{16}{3}$: $x\in\{0;2\}$

$y=\ ?$

№6



1) $C_1M = 21$, $\triangle C_1LM = \triangle DLB$ $\Rightarrow BD = 21$, $DC = 7$

2) $\triangle SB_1M \sim \triangle KBD \Rightarrow SB_1 = \frac{KB}{BD}\cdot 7 = \frac{14}{3}$

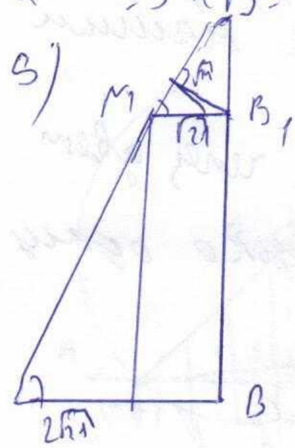
3) $BN = \frac{S_{PQB}}{2\cdot KD}$ +

4) $KD = \sqrt{DH^2+KH^2}$; $DH = \frac{3}{4}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 28 = \frac{21\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow$

$KH = 14\cdot\frac{1}{4} = \frac{7}{2}$

$\Rightarrow KD = 7\sqrt{7}$ +. $\Rightarrow BN = \frac{21\cdot 14\cdot\sqrt{3}}{\frac{7\sqrt{7}}{2}\cdot 2} = \frac{3\sqrt{21}}{2}$ +. $\Rightarrow B_1N_1 = \frac{\sqrt{21}}{2}$

5)



$\sin\angle N_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin\angle N = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \operatorname{ctg}\angle N = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ +.

$\Rightarrow h = \frac{2\sqrt{21}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 2\sqrt{42}$ +.

6) $S_{SB_1M} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\cancel{14}^{\,7}}{3}\cdot 7 = \frac{49\sqrt{3}}{6}$

$S_{KBD} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 14\cdot 21 = \frac{147\sqrt{3}}{2}$

$S_{ASMC_1} = \overset{28}{7\sqrt{3}} - \frac{49\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{6}(42\cdot 28 - 49)$

$S_{AKDC} = \frac{245\sqrt{3}}{2}$

10