

111549

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА  
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математике  
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника

Зарав Роберт Эдуардович

Город, № школы (образовательного учреждения)

Москва, школа 1410

Регистрационный номер

ШМ 4491

Вариант задания

18

Дата проведения " 11 " 03 20 18 г.

Подпись участника

[Подпись]

45 (Сорок пять)

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

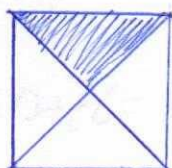
111549

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3	6	16	20	φ	-					
										45

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

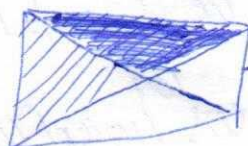
Вариант № 18



- 5 см

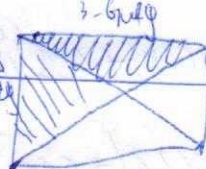
1) когда 5 кв. в ряд - 4 клет.

2) когда 4 кв. в ряд и 1 выделено



3 вар на 1 стороне 4 клет  
то  $3 \cdot 4 = 12$  вар, а клетка  
то 11.  $5 = 60$  вар

3) когда 5 кв. в ряд и 1 выделено



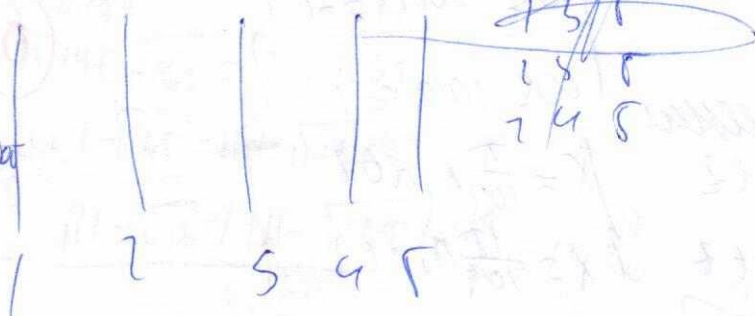
3 вар на 1 стороне 4 клет  
то  $3 \cdot 4 = 12$  вар, а клетка  
то 11.  $5 = 60$  вар



$$6 \cdot 4 \cdot 5 = 36$$

4) когда 5 кв. в ряд - 2 выделено : 1 3 4

3/3-2  
в ряд в ряд





$\begin{matrix} 123 \\ 234 \\ 154 \\ 145 \\ 145 \\ 135 \\ 165 \\ 124 \\ 145 \\ 155 \end{matrix}$

10-кратное число

$$6 \cdot 4 = 24 - 6 \text{ кратное число; } 4 \cdot 10 = 40 - \text{бор}$$

$$4 \mid 240 + 60 + 4 = 304$$

5!

3

Остаток: 304

23520

12

$$\sin^4(1012x) + \cos^{1012}(1019x) \cdot \cos^{1018}(1014x) = 1$$

$$1 - \cos^2(1012x) + \cos^{1012}(1019x) \cdot \cos^{1018}(1014x) = 1$$

$$1 - 2\cos^2(1012x) + \cos^4(1012x) + \cos^{1012}(1019x) \cdot \cos^{1018}(1014x) = 1$$

$$\cos^2(1012x) - 1 + \cos^2(1012x) + \cos^{1012}(1019x) \cdot \cos^{1018}(1014x) = 0$$

$$\cos^2(1012x) = 0$$

$$1012x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4048} + \frac{\pi n}{1012}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos^2(1012x) + \cos^{1012}(1019x) \cdot \cos^{1018}(1014x) = 2$$

$$\cos^2(1012x) = 1$$

$$\cos^{1012}(1019x) \cdot \cos^{1018}(1014x) = 1$$

$$\text{Левая часть} \leq 2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \cos^2(1012x) = 1 \\ \cos^{1012}(1019x) \cdot \cos^{1018}(1014x) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(1012x) = 1 \\ \cos(1019x) = 1 \end{cases}$$

Общ. решение

$$\begin{cases} 1012x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ 1019x = \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(2012x) = -1 \\ \cos(1019x) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{1012} k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{2\pi}{1019} n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

6

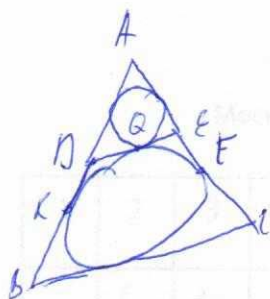
$$x = 0, k = 0$$

$$n = 1019$$

$$k = 4048$$

$$x = \pi \Rightarrow x = \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Остаток: } x = \pi m, m \in \mathbb{Z}$$



L3

Дано:  $\triangle ABC$

$$S_{\triangle ABC} = 24$$

$$AK = 12, BC = 18$$

Найти:  $\lg A$

$$1/ AK = AF = 12 - \text{что знаем.}$$

$$DK = DQ$$

$$P_{\triangle ABC} = 24 + 2 \cdot 18 = 60$$

$$EQ = EF$$

$$S_{\triangle ADE} = 14 \Rightarrow S = pr$$

$$14 = 11r$$

$$BD + EC = DE + AB \quad r = 2 \quad \checkmark$$

$$AB \cdot AD = AC \cdot AE$$

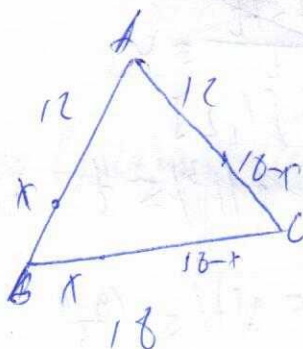
$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$$

$\angle A$  - общий

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \left( \frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle ADE}} \right)^2 = \left( \frac{60}{24} \right)^2 = 6.25$$

$$S_{\triangle ABC} = 6.25 \cdot 24 = 150$$

$$\frac{18}{S_{\triangle ABC}} = 12$$



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$150 = \sqrt{15(15-12-x)(15-12+x)(15-18+r)(15-18-r)}$$

$$x \cdot 10 = 15(18-x) \cdot x \cdot 12$$

$$x^2 - 18x + 162, r = 0$$

$$D = 324 - 4 \cdot 162, r = 324 - 648 = -324 = (2\sqrt{162})^2$$

$$x_{1,2} = 9 \pm \sqrt{162}$$

$$AB = 12 + 4\sqrt{162} = 21 + \sqrt{162}$$

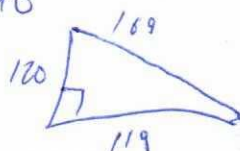
$$AC = 12 + 4\sqrt{162} = 21 + \sqrt{162}$$

$$BC = 18$$

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{(21 + \sqrt{162})(21 + \sqrt{162}) \cdot 18}{4 \cdot 150} = 12 \frac{17}{40}$$

$$\frac{18}{S_{\triangle ABC}} = 12$$

$$\sin A = \frac{18}{12} = \frac{160}{169}; \quad \lg A = \frac{160}{119}$$



$$\text{Ans: } \lg A = \frac{160}{119} \quad \checkmark$$



$$\frac{3}{4} g\left(\frac{g(x)}{x}\right) + \sqrt{2 - \frac{2}{g(x)}} \geq 19 g(g^3(x))$$

$$g(x) = \frac{u}{x^2 + 6} = \frac{u}{x^2 + 4}$$

$$g(x) = t, t \in [0, 1]$$

$$\frac{3}{4} g\left(\frac{1}{t}\right) + \sqrt{2 - \frac{2}{t}} \geq 19 g(t^3)$$

$$t \in [0, 1] = \frac{1}{t} \in [1, \infty] \Rightarrow g\left(\frac{1}{t}\right) \in \left[\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right]$$

$$t \in [0, 8]; g(t^3) \in \left[\frac{2}{9}, 2\right] \quad \checkmark$$

$$0 < t \leq 2 \Rightarrow \frac{1}{t} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{t} \geq 1$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \leq \frac{3}{4} g\left(\frac{1}{t}\right) \leq \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} \quad -\frac{2}{t} \leq -1$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{3}{4} g\left(\frac{1}{t}\right) \leq 1$$

$$0 \leq \sqrt{2 - \frac{2}{t}} \leq 1$$

$$\begin{cases} 0 \leq \frac{1+t}{t} \\ \frac{1+t}{t} \leq 0 \end{cases}$$

$$t \in [1, 2]$$

$$\frac{2}{3} \leq g(t^3) \leq \frac{4}{3}$$

$$\frac{19 \cdot 2}{3} \leq g(t^3) \leq \frac{19 \cdot 4}{3}$$

$$\frac{38}{3} \leq g(t^3) \leq \frac{76}{3}$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{3}{4} g\left(\frac{1}{t}\right) + \sqrt{2 - \frac{2}{t}} \leq 2$$

$$19 g(t^3) = 2 \Rightarrow t = 2$$

$$g(t^3) = \frac{2}{9}; g\left(\frac{1}{t}\right) = g(1) = \frac{1}{8}$$

$$t = 2, g(t) = 2, x = 1 \Rightarrow g\left(\frac{1}{t}\right) = 2, x = 2 \quad \checkmark$$

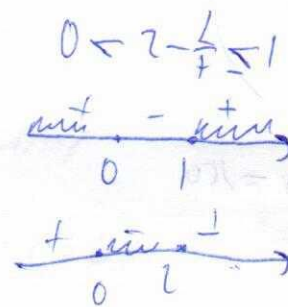
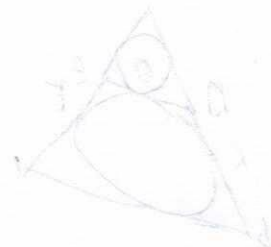
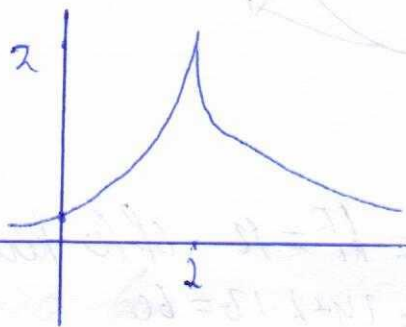
Нужно проверить, что все члены меньше 1, нулевой член больше 2, нулевой

$$t = g(t) = g(1) = 2$$

$$g(t+1) = g\left(\frac{1}{t}\right)$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} + \sqrt{2 - \frac{2}{t}} = 19 \cdot \frac{2}{9}$$

$$t+1 = 2 \Rightarrow \text{верно} \quad \text{очевидно } x=2 \quad \checkmark$$



(20)

111549

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Вариант № 19

$$6a + 2ab \lg x + 10 \sqrt{2/r + 1/r - 2b \lg x - 2b \lg x} = 10ax$$

$$6a + 2ab \lg x - 10ax + 2 \sqrt{2/r + 1/r - 2b \lg x - 2b \lg x} = 0$$

$$6a - a/r - 2b \lg x - 10 + 2 \sqrt{2/r - 2b \lg x - 2b \lg x} = 0$$

$$(x - 2b \lg x) = t$$

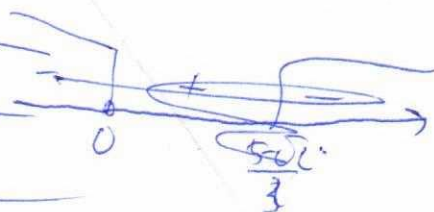
$$6a - at - 10 + 2 \sqrt{t + 10} = 0$$

$$t \in [-8; 0]$$

$$6a - at - 10 + 10 = 0$$

$$t = \frac{10 - 2\sqrt{t + 10} - 6a}{a} \leq 0$$

$$t \in [-8; 0]$$



$$6a - at - 10 + 2 \sqrt{4t} = 0$$

$$4\sqrt{t} = 10 - at - 6a$$

$$16t = 100 + a^2 t^2 - 6a^2 + 10at + 10at - 10a^2 t$$

$$t \geq \frac{10 - 6a}{a}$$

$$t \geq \frac{10 - 6a}{a}$$

$$a^2 t^2 + 4at + (a - 3a^2) - 16a^2 - 10at - 100 = 0$$

2...

?

$$f \in [0, \infty)$$

$$6a - at - 10 + 15t = 0$$

$$11t = 10 - 15t - 6a$$

$$t = \frac{10 - 15t - 6a}{11} \geq 0$$

$$f \in (0, \frac{5-\sqrt{2}}{2})$$

$$\frac{10 - 15t - 6a}{11} \geq 0$$

