

+1
журн

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

218245

Шифр

(заполняется ответственным
секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Табалин Евгений Сергеевич

Город, № школы (образовательного учреждения) Алматы, № 134, 11 класс.

Регистрационный номер ШМ 6258

Вариант задания 21

Дата проведения “ 18 ” марта 20 18 г.

Подпись участника

Табалин

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
-	12	0	20	10	0					52

Шифр _____
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Вариант № 21

245

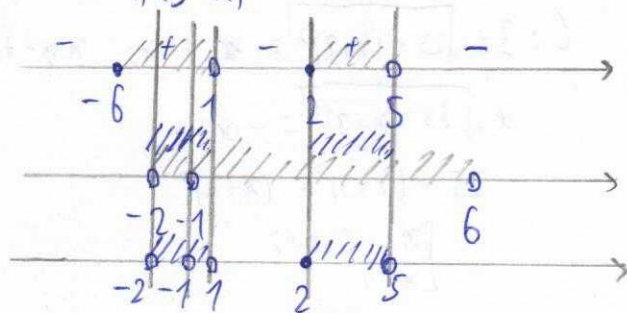
② $\frac{(x+10-4\sqrt{x+7}) \log_2(x+2)}{(5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5) \log_2(6-x)} \geq 0; \Rightarrow \frac{(x+10-4\sqrt{x+7})(x+2-1)}{(5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5)(6-x-1)} \geq 0;$

$$\frac{(x+10-4\sqrt{x+7})(x+1)}{(5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5)(5-x)} \geq 0, \begin{cases} x > -2; \\ x < 6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0; \\ 5^x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 25}}{5} = \frac{13 \pm 12}{5} = \begin{cases} 5 \Rightarrow x = 1 \\ 1/5 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\frac{(x+6)(x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)(5-x)} \geq 0;$$

$$\frac{(x+6)(x-2)}{(x-1)(5-x)} \geq 0, x \in (-2; -1) \cup (-1; 6);$$



$$x \in (-2; -1) \cup (-1; 1) \cup [2; 5];$$

Ответ: $x \in (-2; -1) \cup (-1; 1) \cup [2; 5];$

12

④ Дано: $\begin{cases} x^2 + y^2 + 6(x-y) \leq 7; \\ y \leq 3 - |x+2|; \end{cases}$

S-?

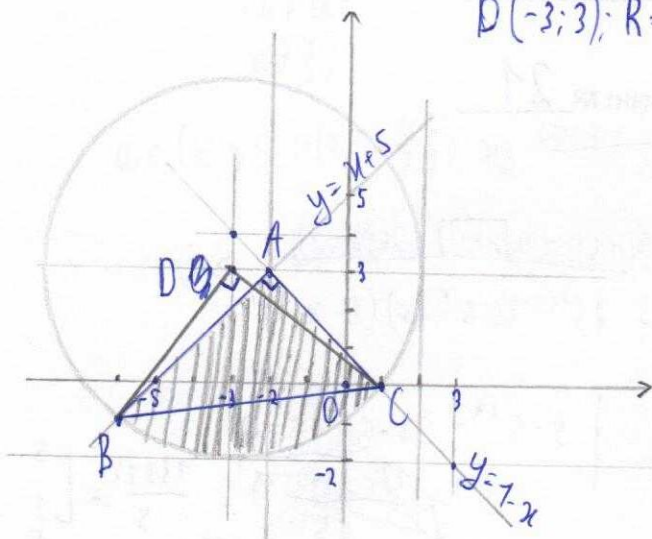
Перепишем: $x^2 + y^2 + 6(x-y) \leq 7;$

$$x^2 + 6x + y^2 - 6y \leq 7;$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 - 18 \leq 7$$

$$(x+3)^2 + (y-3)^2 \leq 25 \Rightarrow \text{окр. } (D; R);$$

$$D(-3; 3); R=5;$$



$$y \leq 3 - |x+2|;$$

$$y = 3 - |x+2|$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ y = 3 - x - 2 = 1 - x \\ x < -2 \\ y = 3 + x + 2 = x + 5 \end{cases}$$

↓

1/4 окружности на границе
 $y = 1 - x$ и $y = x + 5;$

$$\begin{array}{l|l} y = 1 - x & y = x + 5 \\ \hline x/3 & x/0 \\ y/2 & y/5 \end{array}$$

$$S = S_{ABC} + S_{окр. трапеции BC} - S_{OBC};$$

Ал $y = 1 - x = x + 5; x = -2; y = 3; A(-2; 3);$
 $x = -2; y = 3; A(-2; 3);$

В: упр-е окр-ти: $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 25;$

$$(y-3)^2 = 25 - (x+3)^2$$

$$y-3 \pm \sqrt{25 - (x+3)^2};$$

$$y = 3 \pm \sqrt{25 - (x+3)^2};$$

B: $y = 3 \pm \sqrt{25 - (x+3)^2} = x + 5; x < -2;$

$$\pm \sqrt{25 - (x+3)^2} = x + 2;$$

$$25 - (x+3)^2 = (x+2)^2$$

$$25 - x^2 - 6x - 9 = x^2 + 4x + 4;$$

$$2x^2 + 10x - 12 = 0;$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0;$$

$$x = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix}; x = -6; y = -1;$$

$$B(-6; -1)$$

C: $3 \pm \sqrt{25 - (x+3)^2} = 1 - x; x \geq -2$

$$\pm \sqrt{25 - (x+3)^2} = -x - 2;$$

$$25 - (x+3)^2 = (x+2)^2$$

$$\begin{cases} x = -6, 1; \\ x = 1 \end{cases}$$

$$x = 1; y = 0;$$

$$C(1; 0);$$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(-2 + 6)^2 + (3 + 1)^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}; AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} =$$

$$= \sqrt{(-2 - 1)^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}; BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(-6 - 1)^2 + (-1 - 0)^2} = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

ΔABC - т/у; $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 12;$ ΔOBC - т/у $\&$ ($OB = OC = 5; BC^2 = OB^2 + OC^2$);

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} R^2 = \frac{25}{2}; S_{окр. трапеции BC} = \pi R^2 \cdot \frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{25\pi}{4};$$

$$S = 12 + \frac{25x}{4} - \frac{25}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{25x}{4};$$

$$\text{Ответ: } \frac{25x}{4} - \frac{1}{2};$$

20

$$\textcircled{5} \begin{cases} \log_{|x-3|}(4a-ax) = 2 \log_{|x-3|}(y-x) \\ \sqrt{x^2-2x+y-4} = x-1; \end{cases} \quad - 2 \text{ корня;}$$

$$\log_{|x-3|}(y-x) \Rightarrow y-x > 0;$$

$$\begin{cases} \log_{|x-3|}(4a-ax) = \log_{|x-3|}(y-x)^2 \\ x^2-2x+y-4 = x^2-2x+1, \quad x \geq 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a-ax = (y-x)^2, \quad 4a-ax > 0; y-x > 0; |x-3| \neq 0; |x-3| \neq 1; \\ y = 5, \quad x \geq 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-3| \neq 0; \\ |x-3| \neq 1; \end{cases} \Rightarrow x \neq 2; x \neq 3; x \neq 4$$

$$\begin{cases} 4a-ax = (5-x)^2 \\ y = 5; \quad x \geq 1; \\ a(4-x) > 0; \\ y > x; \\ x \neq 2; x \neq 3; x \neq 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a-ax = 25-10x+x^2; \\ y = 5 \\ a(4-x) > 0; \\ x < 5; \quad x \geq 1; \\ x \neq 2; 3; 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x(a-10) + (25-4a) = 0; \\ y = 5 \\ a(4-x) > 0; \\ x \in [1; 2) \cup (2; 3) \cup (3; 4) \cup (4; 5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{10-a \pm \sqrt{a^2-20a+100-100+16a}}{2}; \\ y = 5 \\ a(x-4) < 0; \\ x \in [1; 2) \cup (2; 3) \cup (3; 5); \end{cases}$$

$$a < 0 \Rightarrow$$

$$a < 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4 > 0; \quad x > 4; \\ x \in [1; 2) \cup (2; 3) \cup (3; 5); \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in (4; 5);$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{10-a \pm \sqrt{a^2-4a}}{2}; \\ y = 5 \\ a(x-4) < 0; \\ x \in [1; 2) \cup (2; 3) \cup (3; 5) \end{cases}$$

$$\text{н.к. } 2 \text{ корня} \Rightarrow a^2-4a > 0 \Rightarrow a \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty);$$

$$1) a \in (-\infty; 0): \begin{cases} x-4 > 0; \quad x > 4 \\ x \in [1; 2) \cup (2; 3) \cup (3; 5) \end{cases} \Rightarrow x \in (4; 5);$$

$$x_1 = \frac{10-a + \sqrt{a^2-4a}}{2} = 5 + \frac{\sqrt{a^2-4a}}{2} - a; \quad \sqrt{a}$$

$$\text{н.к. } a < 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2-4a}}{2} > 0 \Rightarrow x_1 > 5, \text{ но } x \in (4; 5) \Rightarrow \text{н.к.}$$

$$a \in (-\infty; 0) < 2 \text{ корня;}$$

$$2) a \in (4; +\infty): \begin{cases} x-4 < 0; \quad x < 4 \\ x \in [1; 2) \cup (2; 3) \cup (3; 5) \end{cases} \Rightarrow x \in [1; 2) \cup (2; 3) \cup (3; 4); \Rightarrow x \in [1; 4), \quad x \neq 2; \quad x \neq 3;$$

$$1 \leq \frac{10-a + \sqrt{a^2-4a}}{2} < 4; \Rightarrow 2 \leq 10-a + \sqrt{a^2-4a} < 8 \Rightarrow a-8 \leq \pm \sqrt{a^2-4a} < a-2; \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2-4a} < a-2 \\ \sqrt{a^2-4a} \geq a-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{a^2-4a} < a-2; \\ \sqrt{a^2-4a} \leq 8-a; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2-4a < a^2-4a+4, a > 2; \\ a^2-4a \leq 64-16a+a^2, 8 \geq a \geq 8; \end{cases} \begin{cases} 0 < 4, a > 2 \\ 12a \leq 64, a \leq 8 \end{cases} \begin{cases} a > 2 \\ a \leq \frac{16}{3}; \end{cases}$$

$$a \in (4; \frac{16}{3}]; x_{1,2} = \frac{10-a \pm \sqrt{a^2-4a}}{2} \neq 2; \neq 3;$$

$$10-a \pm \sqrt{a^2-4a} \neq 4;$$

$$\pm \sqrt{a^2-4a} \neq a-6;$$

$$a^2-4a \neq a^2-12a+36;$$

$$8a \neq 36;$$

$$a \neq \frac{9}{2};$$

$$10-a \pm \sqrt{a^2-4a} \neq 6$$

$$\pm \sqrt{a^2-4a} \neq a-4$$

$$a^2-4a \neq a^2-8a+16$$

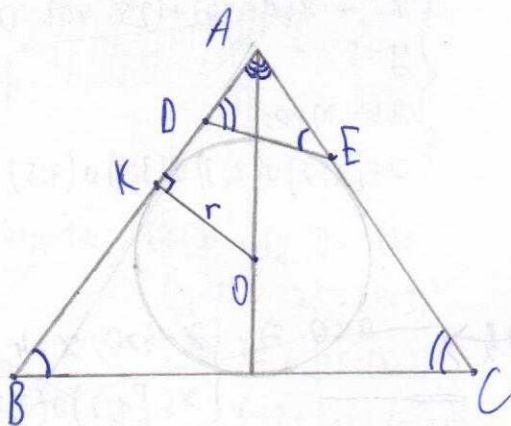
$$4a \neq 16;$$

$$a \neq 4;$$

$$a \in (4; 4.5) \cup (4.5; \frac{16}{3}]; x_{1,2} = \frac{10-a \pm \sqrt{a^2-4a}}{2}; y_{1,2} = 5;$$

Ответ: $a \in (4; 4.5) \cup (4.5; \frac{16}{3}]; (\frac{10-a+\sqrt{a^2-4a}}{2}; 5);$
 $(\frac{10-a-\sqrt{a^2-4a}}{2}; 5);$

3



Дано: $\triangle ABC$; $D \in AB$; $E \in AC$; $S_{ADE} = 0.5$;

$\omega(O; R)$ — окруж. в BDEC; ω кас AB = K; AK = 3

окруж. BDEC имеет центр O; $AK = 3$;

$$BC = 15$$

Найти: R_{ABC} ;

Решение: т.к. ~~окруж.~~ BDEC внут. $\omega \Rightarrow DE + BC = BD + EC$;

т.к. окруж. BDEC имеет центр O $\Rightarrow \angle B + \angle DEC = \angle C + \angle BDE = 180^\circ$;

$$\left. \begin{aligned} \angle DEC = 180^\circ - \angle B; \quad \angle AED = 180^\circ - \angle DEC = \angle B; \\ \angle BDE = 180^\circ - \angle C; \quad \angle ADE = 180^\circ - \angle BDE = \angle C; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle ADE = 180^\circ - \angle$$

$$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ACB \quad (\angle A - \text{общ.})$$



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

218245

Шифр

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 21

