Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

111077

Шифр ______________________
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Уляшин Вадим Владимирович

Город, № школы (образовательного учреждения) №1580, Москва

Регистрационный номер ШМ 5322

Вариант задания 20

Дата проведения "11" марта 2018г.

С работой ознакомлен 16.03.18 Уляш

Подпись участника Уляш

46 (сорок шесть)

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3	12	16	15	—						46

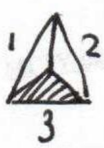
Шифр 111077

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

111077

Вариант № 20

№1



1) Т.к. всего треугольников 5, то ~~положить~~ выбрать первый $\triangle$ существует 5 способов.

2) ~~положи~~ выбрать из 4 оставшихся – 4 способа. Т.к. нам нужно, чтобы один ~~стойка~~ столбик из ~~3 незо~~ незакрашенных $\triangle$ остался => есть 2 способа положить 2-ой $\triangle$

3) ~~Адня~~ выбрать 3-ий – 3 способа, и, чтобы оставить пустой столбик – 2 способа расположения

4) для четвертого 2 способа выбрать и 2 способа располож.

5) он последний, поэтому мы можем выбрать только расположение $\triangle$ 2 способа

Всего $N = 5 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1920$ способов

Ответ: 1920 способов

3

№2

$\sin^4(2019x) + \cos^{2019}(2022x) \cdot \cos^{2018}(2019x) = 1$

$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$

$1 - 2\cos^2(2019x) + \cos^4(2019x) + \cos^{2019}(2022x) \cdot \cos^{2018}(2019x) = 1$

$$\cos^2(2019x)\left(\cos^2(2019x)+\cos^{2019}(2022x)\cdot\cos^{2016}(2019x)-2\right)=0$$

$$(**)\left[\begin{array}{l}\cos^2(2019x)=0\\ \cos^2(2019x)+\cos^{2019}(2022x)\cdot\cos^{2016}(2019x)=2\quad(*)\end{array}\right.$$

$(*)$ $\cos^2(2019x)\in[0;1]$

$\cos^{2019}(2022x)\in[-1;1]$ => макс. значение этого выражение =

$\cos^{2016}(2019x)\in[0;1]$ когда

когда

$$\left\{\begin{array}{l}\cos(2019x)=\pm1\\ \cos(2022x)=1\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}2019x=\pi n\\ 2022x=2\pi k\end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l}x=\frac{\pi n}{2019}\\ x=\frac{\pi k}{1011}\end{array}\right., n,k\in\mathbb{Z}$$

$\frac{\pi n}{2019}=\frac{\pi k}{1011}$; $k=\frac{1011}{2019}n=\frac{337}{673}n$, т.к $k\in\mathbb{Z}$, тогда $n=673l$, $l\in\mathbb{Z}$

тогда $k=337l$

$x=\frac{\pi l}{3}$

$(**)$

$$\left[\begin{array}{l}\cos^2(2019x)=0\\ x=\frac{\pi l}{3}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}2019x=\frac{\pi}{2}+\pi p\\ x=\frac{\pi l}{3}\end{array}\right., p\in\mathbb{Z}$$

$$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4038}+\frac{\pi p}{2019}\\ x=\frac{\pi l}{3}\end{array}\right.$$

Ответ: $\left\{\frac{\pi}{4038}+\frac{\pi p}{2019};\ \frac{\pi l}{3}\right\}$ $l,p\in\mathbb{Z}$ 12

№4

$$\frac{7}{9}g\left(\frac{g(x)}{3}\right)+2\sqrt{2-\frac{3}{g(x)}}\geq 13g(g^2(x)) \quad ; \quad g(x)=\frac{9}{x^2-6x+12}$$

Найдем наиб. знач $g(x)$, оно достигается, когда $f(x)=x^2-6x+12$ принимает наим. знач. в вершине

$x_B=\frac{6}{2}=3 \qquad f(3)=9-18+12=3$

$g(3)=\frac{9}{3}=3=g(x)$

$g\left(\frac{3}{3}\right)=\frac{9}{1-6+12}=\frac{9}{7}=g\left(\frac{g(x)}{3}\right)$

$g(9)=\frac{9}{81-54+12}=\frac{3}{13}=g(g^2(x))$

Подставим в нер-во

$\frac{7}{9}\cdot\frac{9}{7}+2\sqrt{2-\frac{3}{3}}\geq 13\cdot\frac{3}{13} \Rightarrow$

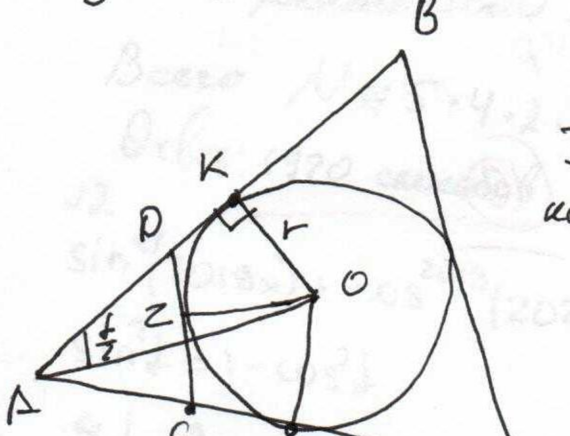
$3\geq 3$ - верно $\Rightarrow$

15

$\Rightarrow$ Если фия $g(x)$ будет принимать значения ≤ 3, то нер-во не будет выполнятся $\Rightarrow x=3$

Ответ: $x=3$

№3



Дано $AK=1$; $BC=5$; $S_{ADE}=\frac{1}{18}$

Пусть O - центр впис. окр-ти, L - точка касания с AC, пусть $\angle CAB=\angle$, r - рад. впис. окр-ти

$AL=AK=1$ - отрезки кас. $\Rightarrow AO$ - бис-са

$\angle KAO=\frac{\angle}{2}$

$OK\perp AB$. т.к радиус к кас. $\Rightarrow$

$\Rightarrow tg\frac{\angle}{2}=\frac{KO}{KA}=\frac{r}{1}$

$S_{ABC} = p_{ABC} r$

$p_{ABC} = \frac{AB+BC+AC}{2}$

Т.к в $EDBC$ можно впис. окр-ть, то $DE+BC = DB+EC$

Т.к около $EDBC$ можно опис окр-ть, то

$AE \cdot AC = AD \cdot AB \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \triangle EAD \sim \triangle DAC$

Z - точка кас впис в $EDBC$ - DE (общ. угол и подобие сторон)

$p_{ABC} = \frac{AD+DB+BC+EC+AE}{2} = \frac{BC+AD+BC+DE+AE}{2} = BC+AK$

$DE+AD+AE = AK+AL = 2AK$

$p_{ADE} = \frac{AD+DE+AE}{2} = AK$

$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \frac{(AK+BK)^2}{(AK)^2} = 36 \Rightarrow S_{ABC} = S_{ADE} \cdot 36 = 2$

$S_{ABC} = p_{ABC} \cdot r = (BC+AK) r = 6 \cdot r = 2 \Rightarrow r = \frac{1}{3}$ +

$tg\, t = \frac{2 tg\frac{t}{2}}{1-tg^2\frac{t}{2}} = \frac{2r}{1-r^2} = \frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{1-\frac{1}{9}} = \frac{3}{4}$

Ответ: $tg \angle ABC = \frac{3}{4}$

16