Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

(+1) Сир

Шифр 417006

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету ФИЗИКА

(наименование дисциплины)

Фамилия И.О. участника Новгородов Туйгун Александрович

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Якутск, ГБНОУ РС (Я) „Республиканский лицей-интернат", 11

Регистрационный номер ФИМ6728

Вариант задания 15

Дата проведения «17» февраля 2018 г.

Подпись участника

85 (восемьдесят пять)

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
12	12	16	10	20	15					85

Шифр 417006

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

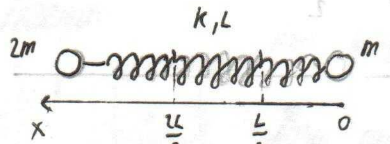
Вариант № 15

5. Дано: $2m; m; k$

Найти: $\omega = ?$

Решение:] L – длина ~~пр~~ пружины и другие силы, действ. на шарики

Т.к трения отсутствуют, то после действия на систему шарики будут колебаться вокруг центра масс. Найдем центр масс отн. шарика



массой m: $x_{ц.м} = \frac{m\cdot 0 + 2m\cdot L}{2m+m} = \frac{2m\cdot L}{3m} = \frac{2L}{3} \Rightarrow x_{ц.м} = \frac{2L}{3}$

Центр масс разделит на две пружины длинами $\frac{L}{3}$ и $\frac{2L}{3}$. Найдем их коэф. жесткости; использую форм. посл. соединения пружин $\left[\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right]$.

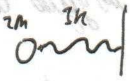
Первая пружина равна $\frac{1}{3}$ длины пружины, тогда:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_1} = \frac{3}{k_1} \Rightarrow k_1 = 3k$$

А вторая пружина равна по длине 2-ум первой пружины:

$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_1} = \frac{1}{3k} + \frac{1}{3k} \Rightarrow k_2 = \frac{3k}{2}$$

Рассмотрим колебания шарика массой $2m$ (m и 2m колебаются центра масс независимо от друг друга)



Т.к. эта система обыкновенная, то:

$\left[\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\right]$ – форм ~~пр. ма~~ пружин. кол. системы $\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{3k}{2m}}$

Отв: $\omega = \sqrt{\frac{3k}{2m}}$

2. Дано:

$T = const$

$P \to \frac{P}{2}$

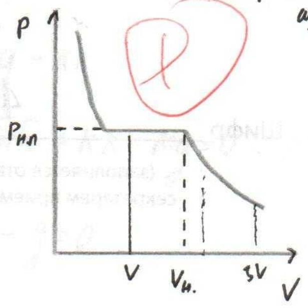
$V \to 3V$

Найти:

$\frac{m_2}{m_1} = ?$

Решение

$[PV = \nu RT]$ - ур. состояния $\left[P_{н.п} = \frac{m}{V}\frac{RT}{\mu}\right]$



Пар в начале был насыщенным. В объеме $V_н$ вся жидкость становится паром. Тогда:

$$P_{н.п} = \frac{m_1}{V}\frac{\cancel{RT}}{\cancel{\mu}} = \frac{m_н}{V_н}\frac{\cancel{RT}}{\cancel{\mu}}$$

$$\frac{m_1}{V} = \frac{m_н}{V_н} \quad (1)$$, где $m_н = m_2 + m_1$ – масса жидкости и газа.

По ур. состояния газа:

$$\begin{cases} P_{н.п} V_н = \nu RT & , где\ P_{н.п} = P \\ \frac{P}{2} 3V = \nu RT \end{cases} \Rightarrow \frac{3PV}{P_{н.п} V_н} = 2 \Rightarrow V_н = \frac{3V}{2} \quad (2)$$

Поставим форм. (2) на (1):

$$\frac{m_1}{V} = \frac{m_1 + m_2}{V_н} = \frac{2(m_1 + m_2)}{3V}$$

$$1 + \frac{m_2}{m_1} = \frac{3\cancel{V}}{2\cancel{V}} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

Отв: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2}$

1. Дано:

$m_1 = 4m$

$V_1 = 150$ м/с

$m_2 = 3m$

$V_2 = 100$ м/с

$m_3 = 1m$

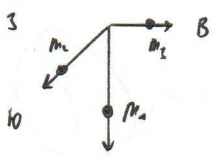
$m_4 = 3{,}5m$

$V_4 = 100$ м/с

Найти:

$V_3 = ?$

Решение



Т.к до взрыва скорость снаряда была равна нулю, то нач. импульс равна 0:

$P_0 = 0$

По З.С.И:

$\vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{P_3} + \vec{P_4} = P_0 = 0$. Значит

$\vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{P_3} = -\vec{P_4}$ Отсюда можно сделать вывод, что вектор $\vec{P_4}$ коллинеарен сумме векторов $\vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{P_3}$ и по модулю они равны

Найдем модуль суммы векторов.

т.к. они летят по коорд. осях.

$$|\vec{P_1}+\vec{P_2}+\vec{P_3}| = \sqrt{P_1^2+P_2^2+P_3^2} = \sqrt{(m_1V_1)^2+(m_2V_2)^2+(m_3V_3)^2} = \sqrt{600^2+300^2+1V_3^2}$$

И она равна

$$|\vec{P_1}+\vec{P_2}+\vec{P_3}| = |\vec{P_4}|$$

1

Отв: 200 м/с

$$\sqrt{600^2+300^2+V_3^2} = m_4V_4 = 700$$

1

$$600^2+300^2+V_3^2 = 700^2$$

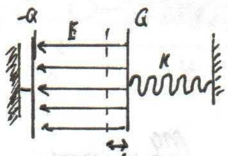
$$V_3 = 200 \text{ м/с}$$

Задача 4.

Дано: $k; S; \Delta x; Q$

Найти: $\Delta l = ?$

Решение:



Напр. конденсатора равна: $E = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$ $= E_1 + E_2 = 2E_1$

Тогда сила кулона действ на обкладке:

$$F_к = QE = \frac{Q^2}{\varepsilon_0 S}$$

$$\boxed{F = QE_1}$$

Тогда сила сопр. пружины равна силе Кулона:

0,5

$$F_к = F_{упр}$$

$$\frac{Q^2}{\varepsilon_0 S} = k\Delta l \quad \text{отсюда}$$

Отв: $\Delta l = \frac{Q^2}{\varepsilon_0 S k}$

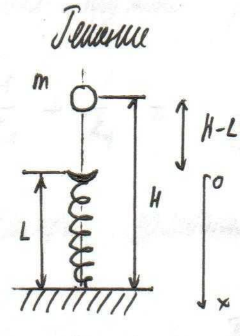
$$\Delta l = \frac{Q^2}{\varepsilon_0 S k}$$ 2 ?

Задача 3.

Дано: $k; L; H; m$

Найти: $V_{max} = ?$

Решение



Сначала найдем скорость падения на пружину:

$$S = H - L = \frac{V^2}{2g} \Rightarrow V = \sqrt{2g(H-L)}$$ 1

~~Теперь~~, ~~начиная с этого момента~~, ~~используем З.С.Э.~~

~~] W - полн. энергия. Тогда в начале:~~

$$\cancel{W} = \cancel{mgL} + \cancel{\frac{mV^2}{2}}$$

~~Теперь~~ ~~то~~ рассмотрим промеж. врем начиная от ~~т~~ падения шарика на пружину:

По II-ому з-ну Ньютона:

$m\ddot{x} = mg - kx$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}\underbrace{\left(x - \frac{mg}{k}\right)}\,= 0$$

$\cancel{m\ddot{x} = m} \cdot m\ddot{x} + kx - mg = 0$

заменим это через z $(\dot{z} = \dot{x};\ \ddot{z} = \ddot{x})$

$\ddot{x} + \frac{k}{m}x - g = 0$

$\ddot{z} + \frac{k}{m}z = 0$ — а это и есть ур-ние гарм. кол. движения

где $\omega^2 = \frac{k}{m}$

Тогда:

$z(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ A, B найдем из нач. условий

$z(0) = A = x(0) - \frac{mg}{k} = 0 - \frac{mg}{k} = -\frac{mg}{k} \Rightarrow A = -\frac{mg}{k}$

$z'(0) = B\omega = \dot{x}(0) = V \Rightarrow B = \frac{V}{\omega}$

Значит:

$z(t) = -\frac{mg}{k}\cos\omega t + \frac{V}{\omega}\sin\omega t$

$\dot{z}(t) = \frac{V}{\omega}\omega\cos\omega t + \frac{mg}{k}\omega\sin\omega t$

$\dot{z}(t) = V\cos\omega t + \frac{mg}{k}\omega\sin\omega t$

а $\dot{z}(t) = \dot{x}(t) = V(t)$

Значит $\dot{x}_{max} = V_{max} = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\omega\right)^2 + V^2} = \sqrt{\frac{m^2 g^2}{k^2}\frac{k}{m} + 2g(H-L)} =$

$= \sqrt{g\left(\frac{mg}{k} + 2(H-L)\right)}$ +

Отв: $V_{max} = \sqrt{g\left(\frac{mg}{k} + 2(H-L)\right)}$ +

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр 417006

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 15

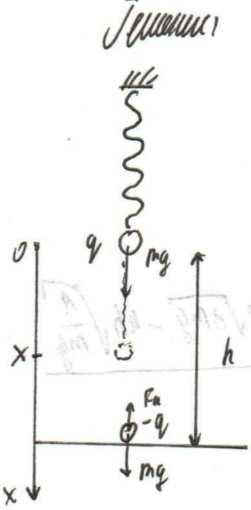
6. Дано:

$m; k; q$
h

Найти:

$q_{мин} = ?$

Решение:



При $q_{мин}$ второй шарик подпрыгивает при максимальном удлинении пружины, то есть при $V=0$.

Для этого используем З.н С.Э. (т.к система изолирована)

В нач. момент:

$$W = mgh + \lambda \frac{q^2}{h} \quad (1)$$

, где W - полн. энергия, $\lambda = k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

В момент, когда $V=0$:

$$W = mg(h-x) + \lambda \frac{q^2}{(h-x)} + k\frac{x^2}{2} \quad (2)$$

Т.к второй шарик приподнимается при $v=0$, то есть при нахождении шарика на X от нач. пол.:

$$mg = F_к$$

$$mg = \lambda \frac{q^2}{(h-x)^2} \Rightarrow (h-x) = q\sqrt{\frac{\lambda}{mg}} \quad (3)$$

$$x = h - q\sqrt{\frac{\lambda}{mg}} \quad (4)$$

Тогда: Поставим ф-лу (3) и (4) на (2) и сравним с ф-лой (1)

$$mg\, q\sqrt{\frac{\lambda}{mg}} + \lambda q\sqrt{\frac{mg}{\lambda}} + \frac{k}{2}\left(h - q\sqrt{\frac{\lambda}{mg}}\right)^2 = mgh + \lambda\frac{q^2}{h}$$

Отсюда получаем кв. уравнение:

$$q^2\left(\frac{k\lambda}{2mg}-\frac{\lambda}{h}\right)+q\left(2\sqrt{\lambda mg}-kh\sqrt{\frac{\lambda}{mg}}\right)+\left(\frac{k}{2}h^2-mgh\right)=0$$

$$D=\left(2\sqrt{\lambda mg}-kh\sqrt{\frac{\lambda}{mg}}\right)^2-4\left(\frac{k\lambda}{2mg}-\frac{\lambda}{h}\right)\left(\frac{kh^2}{2}-mgh\right)$$

$$q_{1,2}=\frac{-\cancel{2}\left(2\sqrt{\lambda mg}-kh\sqrt{\frac{\lambda}{mg}}\right)\pm\sqrt{\left(2\sqrt{\lambda mg}-kh\sqrt{\frac{\lambda}{mg}}\right)^2-4\left(\frac{k\lambda}{2mg}-\frac{\lambda}{h}\right)\left(\frac{kh^2}{2}-mgh\right)}}{\cancel{2}\frac{k\lambda}{mg}-\frac{2\lambda}{h}}$$

Т.к один из отрицателен, а $q>0$.

$$q=\frac{\sqrt{\left(2\sqrt{\lambda mg}-kh\sqrt{\frac{\lambda}{mg}}\right)^2-4\left(\frac{k\lambda}{2mg}-\frac{\lambda}{h}\right)\left(\frac{kh^2}{2}-mgh\right)}-\left(2\sqrt{\lambda mg}-kh\sqrt{\frac{\lambda}{mg}}\right)}{\frac{k\lambda}{mg}-\frac{2\lambda}{h}}$$

$D=2k\lambda h$

$$q=\frac{\sqrt{2k\lambda h}-2\sqrt{\lambda mg}+kh\sqrt{\frac{\lambda}{mg}}}{\frac{\lambda(kh-2mg)}{mgh}}$$

0,75

Ответ: $$q=\frac{\sqrt{2k\lambda h}-2\sqrt{\lambda mg}+kh\sqrt{\frac{\lambda}{mg}}}{\frac{\lambda(kh-2mg)}{mgh}}$$