Второй (заключительный) этап XIX олимпиады школьников

«Шаг в будущее» для 8-10 классов по образовательному предмету

«Математика», 10 класс, весна 2017 г.

Вариант №1

1. Вычислить x^3+3x, где $x=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}}$ (15 баллов)

2. На автобазе имеется в наличии 5 красных, 6 синих и 5 желтых автобусов. Случайным образом составляется колонна из 7 автобусов. Какова вероятность, что первым в колонне будет красный автобус, а среди остальных нет красных, но зато ровно 4 синих?

(15 баллов)

3. Найти сумму квадратов корней уравнения: (15 баллов)

$$(x^2+4x)^2-2016(x^2+4x)+2017=0$$

4. На окружности с равными интервалами расположены 5 точек A, B, C, D и E. Даны два вектора $\overrightarrow{DA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{DB}=\vec{b}$. Выразите вектор $\overrightarrow{EC}$ через $\vec{a}$ и $\vec{b}$. (15 баллов)

5. Найти все значения параметров a, b и c, при которых множество действительных корней уравнения $x^5+4x^4+ax^2=bx+4c$ состоит ровно из двух чисел 2 и -2.

(20 баллов)

6. В прямоугольном треугольнике $ABC:\angle ACB=90^\circ$, $AC=6$, $BC=4$. На прямой BC отмечается такая точка D ($CD>BD$), что $\angle ADC=45^\circ$. На прямой AD отмечается такая точка E, что периметр треугольника CBE – наименьший из возможных. Затем, на прямой DC отмечается такая точка F, что периметр треугольника AFE – наименьший из возможных. Найти CF. (20 баллов)

Второй (заключительный) этап XIX олимпиады школьников

«Шаг в будущее» для 8-10 классов по образовательному предмету

«Математика», 10 класс, весна 2017 г.

Вариант №2

1. Вычислить x^3-3x, где $x=\sqrt[3]{7+4\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt[3]{7+4\sqrt{3}}}$ (15 баллов)

2. В коробке 3 красные, 4 золотые и 5 серебряных звёздочек. Случайным образом из коробки вынимают по одной звезде и вешают их на ёлку. Какова вероятность, что на макушке ёлки окажется красная звезда, больше на ёлке красных звёзд не будет, а золотых окажется ровно 3, если всего из коробки достали 6 звёздочек? (15 баллов)

3. Найти сумму квадратов корней уравнения: (15 баллов)

$$(x^2+6x)^2-1580(x^2+6x)+1581=0$$

4. На окружности с равными интервалами расположены 5 точек A, B, C, D и E. Даны два вектора $\overrightarrow{DA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{DB}=\vec{b}$. Выразите вектор $\overrightarrow{AC}$ через $\vec{a}$ и $\vec{b}$. (15 баллов)

5. Найти все значения параметров a, b и c, при которых множество действительных корней уравнения $x^5+4x^4+ax=bx^2+4c$ состоит ровно из двух чисел 2 и -2.

(20 баллов)

6. $CAKD$ – квадрат со стороной 6. На стороне CD выбирается точка B $(BD=2)$, а на прямой AD – такая точка E, что периметр треугольника BEC – наименьший из возможных. Затем, на прямой DC отмечается такая точка F, что периметр треугольника FEA – наименьший из возможных. Найти EF. (20 баллов)

Решение заданий для 10 класса. Вариант 1. Вариант 2.

Задача 1. (Вариант 1)

Вычислить x^3+3x, где $x=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}}$.

Решение: Пусть $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}=a$, тогда $x=a-\dfrac{1}{a}$,

$$x^3+3x=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3\left(a-\frac{1}{a}\right)=a^3-\frac{1}{a^3}=2+\sqrt{5}-\frac{1}{2+\sqrt{5}}=\frac{(2+\sqrt{5})^2-1}{2+\sqrt{5}}=$$

$$=\frac{8+4\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}=4.$$

Ответ: 4.

Задача 1. (Вариант 2)

Вычислить x^3-3x, где $x=\sqrt[3]{7+4\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{7+4\sqrt{3}}}$.

Решение: Пусть $\sqrt[3]{7+4\sqrt{3}}=a$, тогда $x=a+\dfrac{1}{a}$,

$$x^3-3x=\left(a+\frac{1}{a}\right)^3-3\left(a+\frac{1}{a}\right)=a^3+\frac{1}{a^3}=7+4\sqrt{3}+\frac{1}{7+4\sqrt{3}}=\frac{(7+4\sqrt{3})^2+1}{7+4\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{98+56\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}}=14.$$

Ответ: 14.

Задача 2. (Вариант 1)

На автобазе имеется в наличии 5 красных, 6 синих и 5 желтых автобусов. Случайным образом составляется колонна из 7 автобусов. Какова вероятность, что первым в колонне будет красный автобус, а среди остальных нет красных, но зато ровно 4 синих?

Решение: Всего автобусов 5+6+5=16 штук. Необходимо, чтобы первый автобус был красный – вероятность равна $\dfrac{5}{16}$. Из остальных 15 выбираются 4 синих, 2 желтых и 0 красных, следовательно, такая вероятность равна $\frac{C_6^4 \cdot C_5^2 \cdot C_4^0}{C_{15}^6}$. Искомая вероятность получается путем произведения двух полученных: $\frac{5C_6^4 \cdot C_5^2 \cdot C_4^0}{16C_{15}^6}$. Вычислим отдельно эти выражения: $C_4^0 = 1; C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10; C_6^4 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 15; C_{15}^6 = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 505.$

Подставим полученные результаты в ответ: $\frac{5 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1}{16 \cdot 505} = \frac{750}{8080} = \frac{75}{808}$.

Ответ: $\frac{75}{808}$.

Задача 2. (Вариант 2)

В коробке 3 красные, 4 золотые и 5 серебряных звёздочек. Случайным образом из коробки вынимают по одной звезде и вешают их на ёлку. Какова вероятность, что на макушке ёлки окажется красная звезда, больше на ёлке красных звёзд не будет, а золотых окажется ровно 3, если всего из коробки достали 6 звёздочек?

Решение: Всего игрушек 3+4+5=12 штук. Необходимо, чтобы на верхушке была красная – вероятность равна $\frac{3}{12}$. Из остальных 11 выбираются 3 золотые, 2 серебряные и 0 красных, следовательно, такая вероятность равна $\frac{C_4^3 \cdot C_5^2 \cdot C_2^0}{C_{11}^5}$.

Искомая вероятность получается путем произведения двух полученных: $\frac{3 \cdot C_4^3 \cdot C_5^2 \cdot C_2^0}{12 \cdot C_{11}^5}$.

Вычислим отдельно эти выражения: $C_2^0 = 1$, $C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10$, $C_4^3 = 4$, $C_{11}^5 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 462$.

Подставим полученные результаты в ответ: $\frac{3 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 1}{12 \cdot 462} = \frac{5}{231}$.

Ответ: $\frac{5}{231}$.

Задача 3. (Вариант 1)

Найти сумму квадратов корней уравнения $(x^2+4x)^2-2016(x^2+4x)+2017=0$.

Решение: Сделаем замену: $x^2+4x+4=t$, тогда $x^2+4x=t-4$ и уравнение примет вид:

$$(t-4)^2-2016(t-4)+2017=0$$
$$t^2-2024t+10097=0$$

Дискриминант уравнения больше нуля, следовательно, уравнение имеет два корня. По теореме Виета: $t_1+t_2=2024$, $t_1\cdot t_2=10097$, значит, оба корня квадратного уравнения положительны. Сделаем обратную замену:

$$(x+2)^2=t_1 \qquad\qquad (x+2)^2=t_2$$
$$x+2=\pm\sqrt{t_1} \qquad\qquad x+2=\pm\sqrt{t_2}$$
$$x_{1,2}=-2\pm\sqrt{t_1} \qquad\qquad x_{3,4}=-2\pm\sqrt{t_2}$$

$$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}+x_4^{\ 2}=(-2+\sqrt{t_1})^2+(-2-\sqrt{t_1})^2+(-2+\sqrt{t_2})^2+(-2+\sqrt{t_2})^2=$$
$$=2(4+t_1)+2(4+t_2)=16+2(t_1+t_2)=16+2\cdot 2024=4064.$$

Ответ: 4064.

Задача 3. (Вариант 2)

Найти сумму квадратов корней уравнения $(x^2+6x)^2-1580(x^2+6x)+1581=0$.

Решение: Сделаем замену: $x^2+6x+9=t$, тогда $x^2+6x=t-9$ и уравнение примет вид:

$$(t-9)^2-1580(t-9)+1581=0$$
$$t^2-1598t+15882=0$$

Дискриминант уравнения больше нуля, следовательно, уравнение имеет два корня. По теореме Виета $t_1+t_2=1598$, $t_1\cdot t_2=15882$, значит оба корня квадратного уравнения положительны. Сделаем обратную замену:

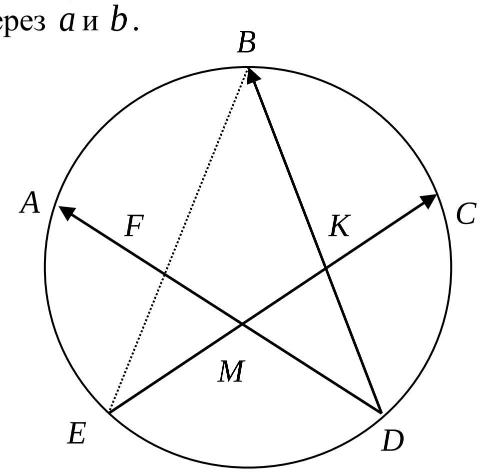
$$(x+3)^2=t_1 \qquad\qquad (x+3)^2=t_2$$
$$x+3=\pm\sqrt{t_1} \qquad\qquad x+3=\pm\sqrt{t_2}$$
$$x_{1,2}=-3\pm\sqrt{t_1} \qquad\qquad x_{3,4}=-3\pm\sqrt{t_2}$$

$$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}+x_4^{\ 2}=(-3+\sqrt{t_1})^2+(-3-\sqrt{t_1})^2+(-3+\sqrt{t_2})^2+(-3+\sqrt{t_2})^2=$$
$$=2(9+t_1)+2(9+t_2)=36+2(t_1+t_2)=36+2\cdot 1598=3232.$$

Ответ: 3232.

Задача 4. (Вариант 1)

На окружности с равными интервалами расположены 5 точек A, B, C, D и E. Даны два вектора $\overrightarrow{DA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{DB}=\vec{b}$. Выразите вектор $\overrightarrow{EC}$ через $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Решение:

Соединим B и E.

Рассмотрим замкнутую ломаную BKDMEFB.

По Теореме Менелая: $\frac{BK}{KD}\cdot\frac{DM}{MF}\cdot\frac{FE}{EB}=1.$

Пусть $KD=x$, $KM=y$,

тогда из условия симметрии

точек A, B, C, D и E следует, что

$MD=ME=EF=x,\ KM=FM=y,\ BK=KE=BF=x+y$, т.е.

$\frac{x+y}{x}\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{2x+y}=1$ или $x^2+xy=2xy+y^2$.

Решим полученное однородное уравнение и получим $\frac{x}{y}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Выразим вектор $\overrightarrow{MK}=\overrightarrow{DK}-\overrightarrow{DM}$ через $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$\overrightarrow{MK}=\frac{x}{2x+y}\vec{b}-\frac{x}{2x+y}\vec{a}=\frac{1+\sqrt{5}}{4+2\sqrt{5}}\vec{b}-\frac{1+\sqrt{5}}{4+2\sqrt{5}}\vec{a}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\vec{b}-\frac{3-\sqrt{5}}{2}\vec{a}.$$

Так как, $\overrightarrow{EC}=\frac{2x+y}{y}\overrightarrow{MK}$, то получаем ответ

$$\overrightarrow{EC}=\left(2+\sqrt{5}\right)\overrightarrow{MK}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\vec{b}-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\vec{a}.$$

Ответ: $\overrightarrow{EC}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\vec{b}-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\vec{a}$.

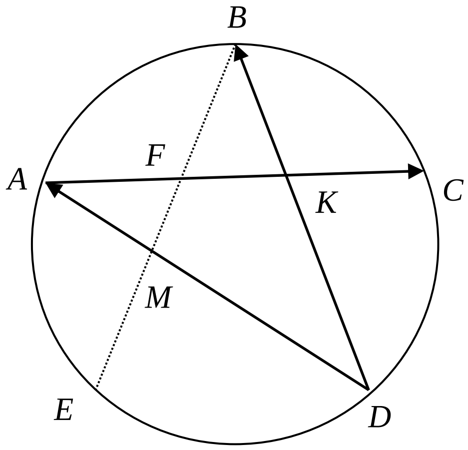
Задача 4. (Вариант 2)

На окружности с равными интервалами расположены 5 точек A, B, C, D и E. Даны два вектора $\overrightarrow{DA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{DB}=\vec{b}$. Выразите вектор $\overrightarrow{AC}$ через $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Решение.

Прямая BE пересекает AC и AD в точках F и M, соответственно. Рассмотрим замкнутую ломаную BKDMAFB.

По Теореме Менелая: $\frac{BK}{KD}\cdot\frac{FM}{BF}\cdot\frac{AD}{MA}=1.$



Пусть $KB = x$, $FM = y$,

тогда из условия сисмметрии точек

A, B, C, D и E следует, что

$MA = AF = BF = BK = KC = x,$

$KF = FM = y, DK = KA = BM = DM = x + y$,

т.е. $\frac{x}{x+y} \cdot \frac{y}{x} \cdot \frac{2x+y}{x} = 1$ или $x^2 + xy = 2xy + y^2$.

Решим полученное однородное уравнение и получим $\frac{x}{y} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Выразим вектор $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{DK} - \overrightarrow{DA}$ через $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$\overrightarrow{AK} = \frac{x+y}{2x+y}\vec{b} - \vec{a} = \frac{3+\sqrt{5}}{4+2\sqrt{5}}\vec{b} - \vec{a} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}\vec{b} - \vec{a}.$$

Так как, $\overrightarrow{AC} = \frac{2x+y}{x+y}\overrightarrow{AK}$, то получаем

$$\overrightarrow{AC} = \frac{2\left(2+\sqrt{5}\right)}{3+\sqrt{5}}\overrightarrow{AK} = \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}-1\right)}{4}\vec{b} - \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)}{2}\vec{a} = \vec{b} - \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)}{2}\vec{a}.$$

Ответ: $\overrightarrow{AC} = \vec{b} - \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)}{2}\vec{a}$.

Задача 5. (Вариант 1). Найти все значения параметров a, b и c, при которых множество действительных корней уравнения $x^5 + 4x^4 + ax^2 = bx + 4c$ состоит ровно из двух чисел 2 и -2.

Решение: Так как числа 2 и -2 корни уравнения, то

$$\begin{cases} 32 + 64 + 4a = 2b + 4c \\ -32 + 64 + 4a = -2b + 4c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c - 16 \\ b = 16 \end{cases}$$, подставим в исходное уравнение:

$$x^5 + 4x^4 + (c-16)x^2 - 16x - 4c = 0$$
$$x(x^4 - 16) + 4x^2(x^2 - 4) + c(x^2 - 4) = 0$$
$$(x-2)(x+2)(x^3 + 4x^2 + 4x + c) = 0$$

Уравнение $x^3 + 4x^2 + 4x + c = 0$ (1) имеет как минимум один корень. Узнаем при каких значениях параметра c корнями уравнения являются числа 2 и -2.

$x=2$ при $c=-32$, $x=-2$ при $c=0$.

Проверим , не имеет ли уравнение (1) при данных значениях c другие корни:

$c=-32$

$$x^3+4x^2+4x-32=0$$

$$(x-2)(x^2+6x+16)=0$$

$$x=2$$

$c=0$

$$x^3+4x^2+4x=0$$

$$x(x^2+4x+4)=0$$

$$x=-2;0$$

Следовательно, $c=0$ постороннее значение.

В ответ идут: $c=-32$, $b=16$, $a=-48$.

Ответ: $a=-48$, $b=16$, $c=-32$.

Задача 5. (Вариант 2). Найти все значения параметров a, b и c, при которых множество действительных корней уравнения $x^5+4x^4+ax=bx^2+4c$ состоит ровно из двух чисел 2 и -2.

Решение: Так как числа 2 и -2 корни уравнения, то

$$\begin{cases} 32+64+2a=4b+4c \\ -32+64-2a=4b+4c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=16-c \\ a=-16 \end{cases}$$, подставим в исходное уравнение:

$$x^5+4x^4+(c-16)x^2-16x-4c=0$$

$$x(x^4-16)+4x^2(x^2-4)+c(x^2-4)=0$$

$$(x-2)(x+2)(x^3+4x^2+4x+c)=0$$

Уравнение $x^3+4x^2+4x+c=0$ (1) имеет как минимум один корень. Узнаем при каких значениях параметра c корнями уравнения являются числа 2 и -2.

$x=2$ при $c=-32$, $x=-2$ при $c=0$.

Проверим , не имеет ли уравнение (1) при данных значениях c другие корни:

$c=-32$

$$x^3+4x^2+4x-32=0$$

$$(x-2)(x^2+6x+16)=0$$

$$x=2$$

$c=0$

$$x^3+4x^2+4x=0$$

$$x(x^2+4x+4)=0$$

$$x=-2;0$$

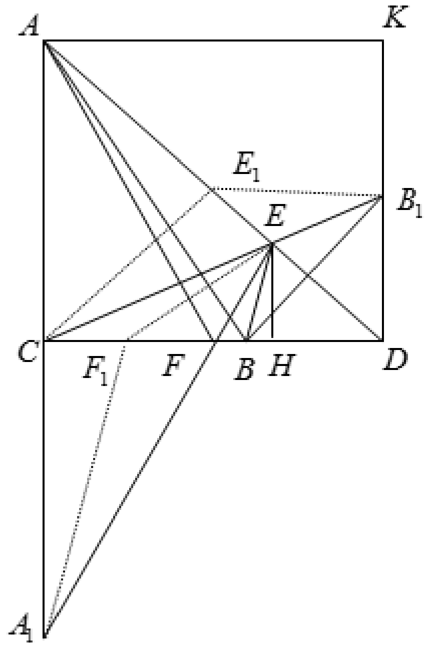
Следовательно, $c=0$ постороннее значение.

В ответ идут: $c=-32$, $a=-16$, $b=48$.

Ответ: $a=-16$, $b=48$, $c=-32$.

Задача 6. (Вариант 1).

В прямоугольном треугольнике ABC: $\angle ACB=90^\circ$, $AC=6$, $BC=4$. На прямой BC отмечается такая точка D ($CD>BD$), что $\angle ADC=45^\circ$. На прямой AD отмечается такая точка E, что периметр треугольника CBE – наименьший из возможных. Затем, на прямой DC отмечается такая точка F, что периметр треугольника AFE – наименьший из возможных. Найти CF.



Построение и доказательство:

Для удобства, построим квадрат ACDK (AD – диагональ его, т.к. $\angle ADC=45^0$. Отметим точку B_1 на стороне DK ($B_1D=BD \Rightarrow B_1B\perp AD$).

Проведем прямую B_1C, которая пересечет AD в точке E.

Периметр треугольника CBE – наименьший, так как из всех возможных точек E_1 на прямой AD – сумма длин отрезков B_1E+EC наименьшая ($B_1E+EC<B_1E_1+E_1C$ – неравенство треугольника) и $B_1E=EB$. Аналогично, отметим точку A_1 на стороне AC ($A_1C=AC$). Проведем прямую A_1E, которая пересечет CD в точке F.

Периметр треугольника AFE – наименьший, так как из всех возможных точек F_1 на прямой AD – сумма длин отрезков A_1F+EF наименьшая ($A_1F+EF<A_1F_1+F_1E$ – неравенство треугольника) и $A_1F=FA$.

Решение:

$CD=AC=6 \Rightarrow BD=B_1D=6-4=2$. Так как треугольники ACE и B_1ED подобные ($\angle AEC=\angle B_1ED$ – вертикальные и $\angle EAC=\angle B_1DE=45^0$), то

$$EC:B_1E=AC:DB_1=AE:ED=6:2=3:1$$

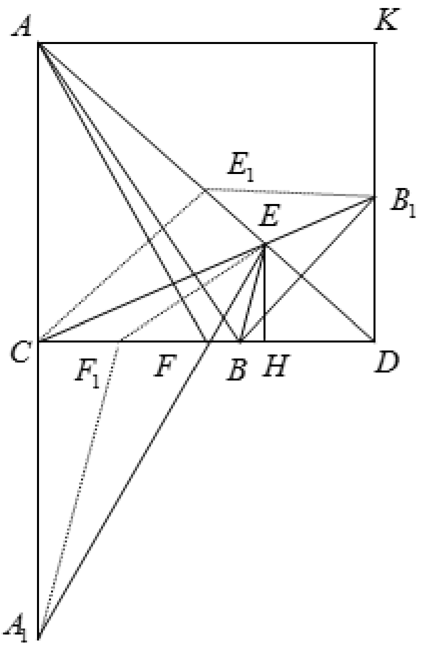
Пусть $EH\perp DC \Rightarrow$ прямоугольные треугольники ACD и EHD подобны ($\angle ACD$ – общий), тогда $CD:HD=AC:EH=AD:ED=4:1 \Rightarrow EH=HD=1{,}5 \Rightarrow CH=4{,}5$.

Прямоугольные треугольники FHE и FCA_1 подобны ($\angle EFH=\angle A_1FC$ вертикальные), тогда $CF:HF=A_1F:EF=A_1C:EH=6:1{,}5=4:1; CH=4{,}5 \Rightarrow CF=0{,}8\cdot 4{,}5=3{,}6$

Ответ: 3,6.

Задача 6. (Вариант 2).

$CAKD$ – квадрат со стороной 6. На стороне CD выбирается точка B $(BD = 2)$, а на прямой AD – такая точка E, что периметр треугольника BEC – наименьший из возможных. Затем, на прямой DC отмечается такая точка F, что периметр треугольника FEA – наименьший из возможных. Найти EF.



Построение и доказательство:

Отметим точку B_1 на стороне DK (B_1D=BD$\Rightarrow B_1B \perp AD$). Проведем прямую B_1C, которая пересечет AD в точке E. Периметр треугольника CBE – наименьший, так как из всех возможных точек E_1 на прямой AD – сумма длин отрезков B_1E+EC наименьшая (B_1E+EC<B_1E_1+E_1C – неравенство треугольника) и B_1E=EB.

Аналогично, отметим точку A_1 на стороне AC (A_1C=AC). Проведем прямую A_1E, которая пересечет CD в точке F. Периметр треугольника AFE – наименьший, так как из всех возможных точек F_1 на прямой AD – сумма длин отрезков A_1F+EF наименьшая (A_1F+EF<A_1F_1+F_1E – неравенство треугольника) и A_1F=FA.

Решение:

$CD = AC = 6$, $BD = B_1D = 2$. Так как треугольники ACE и B_1ED подобные ($\angle AEC = \angle B_1ED$ – вертикальные, $\angle EAC = \angle B_1DE = 45^0$),

то $EC : B_1E = AC : DB_1 = AE : ED = 6 : 2 = 3 : 1$.

Пусть $EH \perp DC \Rightarrow$ прямоугольные треугольники ACD и EHD подобны ($\angle ACD$ – общий), тогда $CH : HD = AC : EH = AD : ED = 4 : 1 \Rightarrow EH = HD = 1,5 \Rightarrow CH = 4,5$.

Прямоугольные треугольники FHE и FCA_1 подобны ($\angle EFH = \angle A_1FC$ – вертикальные), тогда: $CF : HF = A_1F : EF = A_1C : EH = 6 : 1,5 = 4 : 1; CH = 4,5 \Rightarrow$

$HF = 0,2 \cdot 4,5 = 0,9 \Rightarrow FE^2 = HF^2 + EH^2$.

$FE = \sqrt{0,81 + 2,25} = \sqrt{3,06} = 0,3\sqrt{34}$.

Ответ: $0,3\sqrt{34}$.

Критерии проверки заданий

Задание	1	2	3	4	5	6	Итого
Баллы	15	15	15	15	20	20	100

Задача 1.

Баллы	
15	Обоснованное и грамотно выполненное решение задачи.
10	При верном и обоснованном ходе решения имеется арифметическая ошибка.
0	Решение не соответствует вышеперечисленным требованиям.

Задача 2.

Баллы	
15	Обоснованное и грамотно выполненное решение задачи.
12	При правильном ответе есть замечания к четкости его изложения и обоснования.
0	Решение не соответствует вышеперечисленным требованиям.

Задача 3.

Баллы	
15	Обоснованное и грамотно выполненное решение задачи.
12	При верном и обоснованном ходе решения имеется арифметическая ошибка в конце решения или решение недостаточно обосновано.
6	Верно начато решение задачи, доказано, что уравнение имеет четыре корня, дальнейшее решение отсутствует.
0	Решение не соответствует вышеперечисленным требованиям.

Задача 4.

Баллы	
15	Обоснованное и грамотно выполненное решение задачи.
12	При верном и обоснованном ходе решения имеется арифметическая ошибка или решение недостаточно обосновано.
6	Верно начато решение задачи, получены некоторые промежуточные результаты, дальнейшее решение неверно или отсутствует.
0	Решение не соответствует вышеперечисленным требованиям.

Задача 5.

Баллы	
20	Обоснованное и грамотно выполненное решение задачи.
16	Верно найдены возможные значения параметра, проверка не выполнена.
8	Верно начато решение, задача сведена к уравнению с одним параметром, дальнейшее решение неверно или отсутствует.
0	Решение не соответствует вышеперечисленным требованиям.

Задача 6.

Баллы	
20	Обоснованное и грамотно выполненное решение задачи.
16	При верном и обоснованном ходе решения имеется арифметическая ошибка или решение недостаточно обосновано.
12	При верном ответе нет доказательства минимальности периметра.
4	Верно начато решение задачи, получены некоторые промежуточные результаты, дальнейшее решение неверно или отсутствует.
0	Решение не соответствует вышеперечисленным требованиям.