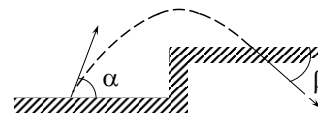


**Второй (заключительный) этап академического соревнования
Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по образовательному предмету «Физика»,
весна 2017 г.
Вариант № 2**

ЗАДАЧА 1.

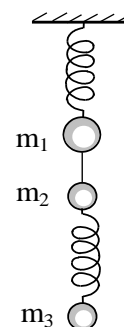
Тело бросили под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 10 \text{ м/с}$. Тело падает на ступеньку высотой $h = 3 \text{ м}$.



Под каким углом β тело подлетит к ступеньке? Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$

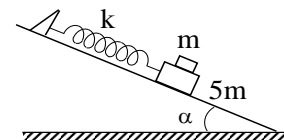
ЗАДАЧА 2.

Шарики с массами $m_1 = 4 \text{ кг}$, $m_2 = 3 \text{ кг}$ и $m_3 = 1 \text{ кг}$, подвешены к потолку с помощью двух невесомых пружин и лёгкой нити. Система покоится. Определите силу натяжения нити. Определите ускорение (направление и модуль) шара массой m_1 сразу после пережигания нити.



ЗАДАЧА 3.

На гладкой наклонной плоскости с углом наклона к горизонту α колеблется как одно целое вдоль прямой брусок массы $5m$ и шайба массы m под действием пружины жесткости k , прикреплённой к бруску. Амплитуда колебаний равна A . При каком минимальном коэффициенте трения скольжения между шайбой и бруском шайба не будет проскальзывать относительно бруска?

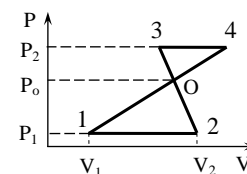


ЗАДАЧА 4.

Камень массой $m = 3 \text{ кг}$ падает без начальной скорости с высоты $h = 5 \text{ м}$ и попадает в ящик с песком массой $M = 15 \text{ кг}$, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью $v = 6 \text{ м/с}$. Найдите, на сколько увеличилась суммарная внутренняя энергия ящика песка, камня и окружающих тел.

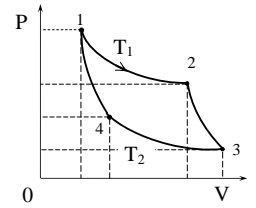
ЗАДАЧА 5.

Определите работу, которую совершает идеальный газ в замкнутом цикле $1 - 4 - 3 - 2 - 1$, изображённом на рисунке, если $P_1 = 10^5 \text{ Па}$, $P_0 = 6 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $P_2 = 8 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $V_2 - V_1 = 10 \text{ л}$, а участки цикла $4-3$ и $2-1$ параллельны оси V .



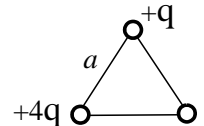
ЗАДАЧА 6.

Рабочим веществом идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно, являются два моля идеального одноатомного газа. КПД цикла известен и равен η . Определите температуру нагревателя, если работа, которую совершает газ при адиабатическом расширении, равна A .



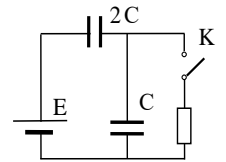
ЗАДАЧА 7.

Три одинаковых металлических шарика расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной a . Первому шарiku сообщили положительный заряд q , второму шарiku - положительный заряд $4q$. Затем второй шарик на некоторое время соединили с третьим незаряженным шариком. Определите потенциальную энергию системы после перераспределения зарядов.



ЗАДАЧА 8.

Какое количество тепла выделится на резисторе после замыкания ключа К? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

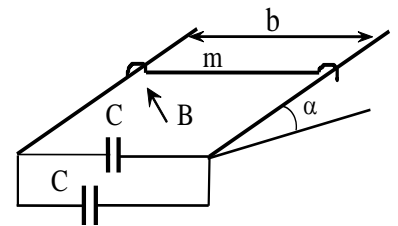


ЗАДАЧА 9.

В идеальном колебательном контуре происходят электромагнитные колебания с периодом $T = 8\pi \cdot 10^{-4} \text{ с}$. В некоторый момент времени заряд конденсатора $q = 5 \text{ нКл}$, а сила тока в контуре $I = 8 \text{ мкА}$. Найдите величину амплитуды колебаний заряда конденсатора q_m .

ЗАДАЧА 10.

По двум параллельным металлическим направляющим, наклоненным под углом α к горизонту и расположенным на расстоянии b друг от друга, скользит без трения металлическая перемычка массы m . Направляющие замкнуты снизу на батарею конденсаторов, емкость каждого из которых равна C .



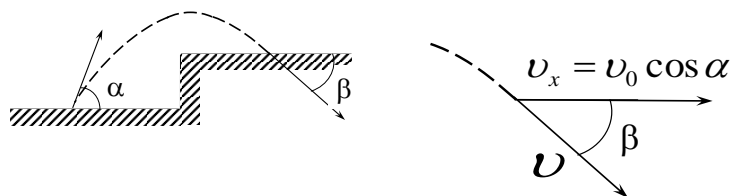
Вся конструкция находится в магнитном поле, индукция которого \mathbf{B} направлена перпендикулярно плоскости, в которой перемещается перемычка. Определите ускорение перемычки. Сопротивлением направляющих, перемычки и индуктивностью контура пренебречь.

Решение варианта №2

ЗАДАЧА 1. (8 баллов)

Ответ:

$$\beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}\right) = 38^\circ.$$



Из рисунка видно, что

$$\beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{v}\right).$$

Модуль скорости v найдём из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh, \text{ откуда } v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}, \text{ тогда } \beta = \arccos\left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}\right).$$

Подставив $\alpha = 60^\circ$, $v_0 = 10 \text{ м/с}$, $h = 3 \text{ м}$,

$$\text{получим } \beta = \arccos\left(\frac{10 \cos 60^\circ}{\sqrt{10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 3}}\right) = \arccos\frac{5}{\sqrt{40}} = \arccos\frac{5}{2\sqrt{10}} = \arccos 0,79,$$

$$\beta = 38^\circ.$$

ЗАДАЧА 2. (8 баллов). Чешев 1.53 стр. 13

Ответ: $T = (m_2 + m_3)g = 40 \text{ Н}; \quad a = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1} = 10 \text{ м/с}^2.$

Вектор ускорения направлен вверх

1. Сила натяжения нити $T = (m_2 + m_3)g$.

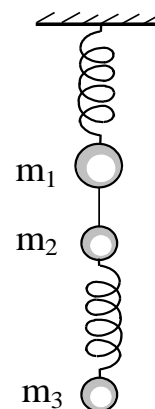
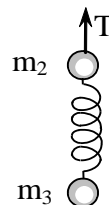
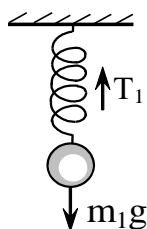
2. Сила упругости в верхней пружине $T_1 = (m_1 + m_2 + m_3)g$.

3. Ускорение шарика массой

m_1 :

После пережигания нити исчезает сила T и,

следовательно, на шар массой m_1 действуют сила тяжести mg и сила



упругости T_1 . Ускорение этого шара $a = \frac{T_1 - m_1 g}{m_1} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3 - m_1)g}{m_1} = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1}$.

При $m_1 = 4 \text{ кг}$; $m_2 = 3 \text{ кг}$; $m_3 = 1 \text{ кг}$; $T = (3 + 1) \cdot 10 = 40 \text{ Н}$; $T_1 = (4 + 3 + 1) \cdot 10 = 80 \text{ Н}$

$a = \frac{(3 + 1) \cdot 10}{4} = 10 \text{ м/с}^2$. Вектор ускорения направлен вверх.

ЗАДАЧА 3. (10 баллов)

Ответ: $\mu_{\min} = \text{tg} \alpha + \frac{A \cdot k}{6mg \cos \alpha}$.

В соответствии со вторым законом Ньютона для

шайбы

$$m\vec{a} = \vec{F}_{TP} + m\vec{g} + \vec{N}. \quad (1)$$

где F_{TP} - сила трения между шайбой и бруском.

При колебательном движении шайбы сила трения достигает максимального значения в крайнем нижнем положении шайбы. При этом ускорение шайбы

$a = A\omega^2$, где A – амплитуда колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{k}{6m}}$ - циклическая частота.

Для этого положения шайбы уравнение (1) в проекции на ось x будет иметь вид:

$$mA\omega^2 = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha \quad (2)$$

Совместные колебания шайбы и бруска будут возможны, если максимальная сила трения покоя будет больше или равна силе трения скольжения между шайбой и бруском:

$\mu mg \cos \alpha \geq mg \sin \alpha + mA\omega^2$. Отсюда минимальный коэффициент трения

$$\mu_{\min} = \text{tg} \alpha + \frac{A\omega^2}{g \cos \alpha} = \text{tg} \alpha + \frac{A \cdot k}{6mg \cos \alpha}.$$

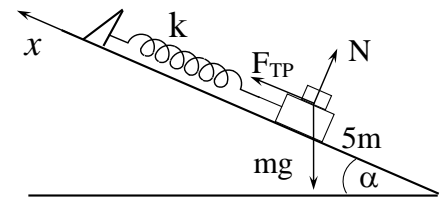
ЗАДАЧА 4. (10 баллов)

Ответ: $Q = mgh + \frac{mMv^2}{2(m+M)} = 195 \text{ Дж}$.

В соответствии с законом сохранения импульса

$Mv = (M + m)u$, (1) где u - скорость ящика с упавшим в него камнем.

Отсюда $u = \frac{M}{M + m} v$.



В соответствии с законом сохранения энергии $mgh + \frac{Mv^2}{2} = \frac{M+m}{2}u^2 + Q$ (2),

где Q - выделившаяся теплота.

Из решения (1) и (2) получаем $Q = mgh + \frac{mMv^2}{2(m+M)}$.

Подставляя числовые значения, получим $Q = 3 \cdot 10 \cdot 5 + \frac{3 \cdot 15 \cdot 6^2}{2(3+15)} = 195 \text{ Дж}$.

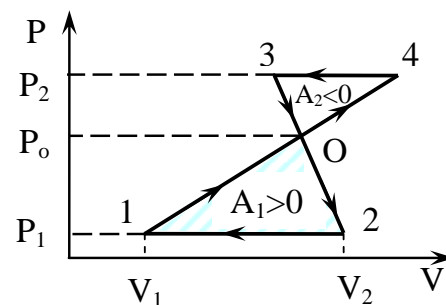
Полная работа A за цикл будет, таким образом, равна

$$A = A_1 + A_2 = A_1 \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2} \right) = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} \left(1 - \frac{(p_2 - p_o)^2}{(p_o - p_1)^2} \right)$$

$$= \frac{(6 \cdot 10^5 - 10^5) \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2} \left(1 - \frac{(8 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^5)^2}{(6 \cdot 10^5 - 10^5)^2} \right) = \frac{5 \cdot 10 \cdot 10^2}{2} \left[1 - \left(\frac{2}{5} \right)^2 \right] = 25 \cdot 10^2 \frac{21}{25} \approx 2100 \text{ Дж}$$

ЗАДАЧА 5. (10 баллов) Вар 20-5 Олимп 2013-2014

Ответ: $A = 2100 \text{ Дж}$.



Выполнение цикла 1 – 4 – 3 – 2 – 1 фактически эквивалентно выполнению двух простых циклов 1–0–2–1 и 0–4–3–0 . Работа газа определяется площадью соответствующего цикла на $P V$ – диаграмме. Однако, если в первом цикле она положительна, то во втором случае она отрицательная (работа совершается над газом).

Обозначим $\Delta p_1 = p_o - p_1 = (6 - 1) \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

$$\Delta p_2 = p_2 - p_o = (8 - 6) \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 10^{-2} \text{ м}^3.$$

Найдём работу A_1 , совершённую над газом в первом цикле 1–0–2–1 :

$$A_1 = \frac{(p_o - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{\Delta p_1 \cdot \Delta V}{2} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Треугольник на $P V$ – диаграмме, соответствующий второму циклу 0–4–3–0, подобен треугольнику, соответствующему циклу 1–0–2–1 .

Учитывая, что площади подобных треугольников относятся как квадраты длин соответствующих элементов, в данном случае – высот, найдём работу A_2 в цикле 1–0–2–1 :

$$A_2 = -A_1 \left(\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} \right)^2 = -2,5 \cdot 10^3 \left(\frac{2}{5} \right)^2 = -400 \text{ Дж}$$

Полная работа A за цикл будет, таким

образом, равна

$$A = A_1 + A_2 = 2500 - 400 = 2100 \text{ Дж.}$$

З А Д А Ч А 6. (10 баллов)

Ответ: $T_1 = \frac{A}{3R\eta}$.

$$\text{КПД цикла } \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя, T_2 – холодильника.

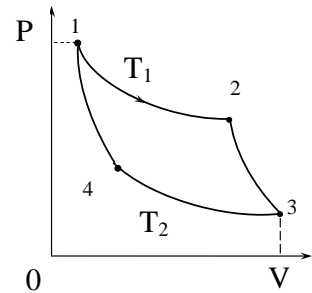
Процесс 2–3 – адиабатическое расширение газа.

В соответствии с первым законом термодинамики для адиабатического процесса $\Delta U + A = 0$, тогда $A = -\Delta U$.

Работа, которую совершает газ при адиабатическом расширении, равна

$$A = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{3}{2} \nu R T_1 \eta. \text{ Отсюда } T_1 = \frac{2A}{3\nu R \eta}. \text{ Для } \nu = 2,$$

$$T_1 = \frac{A}{3R\eta}.$$

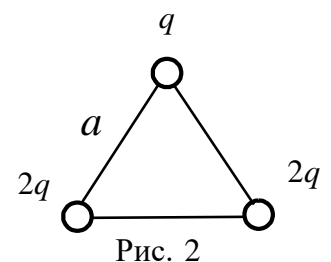
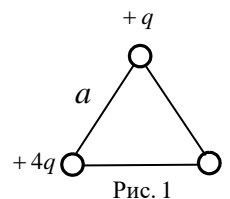


З А Д А Ч А 7. (10 баллов)

Ответ: $W = \frac{2 \cdot q^2}{\pi \epsilon_0 a}$.

При каждом соединении заряженного шарика с незаряженным происходит перераспределение зарядов: шарики заряжаются одинаковым по величине зарядом. Схема зарядов после перераспределения показана на рис. 2:

Потенциальная энергия системы после перераспределения зарядов



$$W = K \frac{2q^2}{a} + K \frac{4q^2}{a} + K \frac{2q^2}{a} = K \frac{8q^2}{a} = \frac{2 \cdot q^2}{\pi \epsilon_0 a}, \text{ где } K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}.$$

ЗАДАЧА 8. (10 баллов)

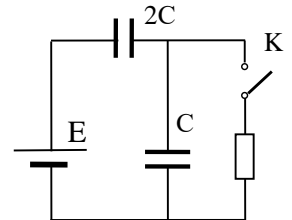
Ответ: $Q = \frac{2}{3} C \cdot E^2$.

До замыкания ключа :

1) Ёмкость батареи конденсаторов $C_{БАТ} = \frac{C \cdot 2C}{C + 2C} = \frac{2C^2}{3C} = \frac{2}{3} C$.

2) Заряд на батарее конденсаторов $q_1 = C_{БАТ} E = \frac{2}{3} C \cdot E = \frac{2}{3} CE$.

3) Энергия батареи конденсаторов $W_1 = \frac{C_{БАТ} \cdot E^2}{2} = \frac{2CE^2}{3 \cdot 2} = \frac{1}{3} CE^2$



После замыкания ключа:

1) заряд на конденсаторе 2C $q_2 = 2CE$

2) Энергия конденсатора 2C $W_2 = \frac{2C \cdot E^2}{2} = CE^2$.

3) Работа батареи конденсаторов $A = E(q_2 - q_1) = E \left(2CE - \frac{2}{3} CE \right) = \frac{4}{3} CE^2$

4) Количество тепла, которое выделится на резисторе после замыкания ключа К

$$Q = A - (W_2 - W_1) = \frac{4}{3} CE^2 - \left[C \cdot E^2 - \frac{1}{3} C \cdot E^2 \right] = \frac{4}{3} C \cdot E^2 - \frac{2}{3} C \cdot E^2 = \frac{2}{3} C \cdot E^2,$$

$$Q = \frac{2}{3} C \cdot E^2.$$

ЗАДАЧА 9. (12 баллов.)

Ответ: $q_{\max} = \sqrt{q^2 + \left(\frac{IT}{2\pi} \right)^2} \approx 5,9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 5,9 \text{ нКл}.$

В идеальном колебательном контуре заряд конденсатора изменяется по гармоническому закону

$$q = q_{\max} \cos(\omega t + \alpha), \quad (1)$$

где q_{\max} – амплитуда колебаний заряда, ω – циклическая частота колебаний,

α – начальная фаза.

Сила тока есть производная заряда по времени $I = \frac{dq}{dt} = -q_{\max} \omega \sin(\omega t + \alpha)$ (2),

где циклическая частота и период колебаний связаны между собой соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Из (1) и (2) $\frac{q}{q_{\max}} = \cos(\omega t + \alpha)$; $\frac{I}{q_{\max} \omega} = -\sin(\omega t + \alpha)$.

$$\left(\frac{q}{q_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{I}{q_{\max} \omega}\right)^2 = 1. \quad \text{Из этого соотношения находим}$$

$$q_{\max} = \sqrt{q^2 + \left(\frac{I}{\omega}\right)^2} = \sqrt{q^2 + \left(\frac{IT}{2\pi}\right)^2} = \sqrt{\left(5 \cdot 10^{-9}\right)^2 + \left(\frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 8\pi \cdot 10^{-4}}{2\pi}\right)^2} \approx 5,9 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} = 5,9 \text{ нКл};$$

ЗАДАЧА 10. (12 баллов) зад 10 ВАР 14-2001 изм

Ответ: $a = \frac{mg \sin \alpha}{m + 2Cb^2 B^2 \cos^2 \alpha}$.

При движении перемычки меняется магнитный поток, пронизывающий контур, «замыкаемый» перемычкой. В результате в контуре возникает ЭДС индукции.

В течение малого промежутка времени, когда скорость v перемычки можно считать неизменной, мгновенное значение ЭДС индукции равно

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = vbB \cos \alpha$$

Сила тока, текущего через перемычку в это время, равна: $I = -\frac{\Delta q}{\Delta t}$, где Δq - заряд,

накопившийся на конденсаторе за время Δt , т.е.

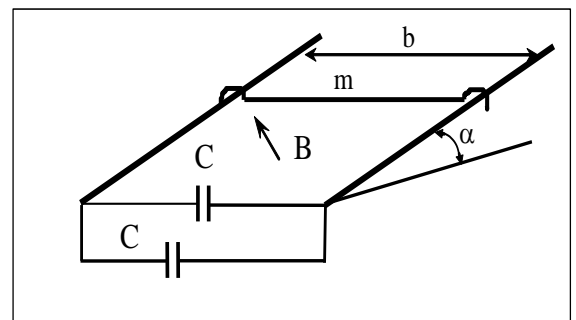
$\Delta q = C_{\text{БАТ}} \Delta E = 2CbV \Delta v \cos \alpha$ (поскольку сопротивление направляющих и перемычки отсутствует, мгновенное значение напряжения на конденсаторе равно E).

Итак,

$$I = 2CbB \frac{\Delta v}{\Delta t} \cos \alpha = 2CbB a \cos \alpha,$$

где a - ускорение, с которым движется перемычка.

На перемычку действует сила тяжести и сила Ампера.



Напишем уравнение движения перемычки:

$$ma = mg \sin \alpha - IbV \cos \alpha = mg \sin \alpha - 2Cb^2 B^2 a \cos^2 \alpha \text{ Отсюда найдем}$$

$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + 2Cb^2 B^2 \cos^2 \alpha}.$$