«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор МГТУ им. Н.Э. Баумана

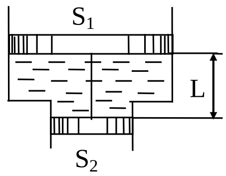
________________А.А. Александров

«_____»_______________2016 г.

Типовой вариант академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее»

по общеобразовательному предмету «Физика»



Задача 1.

Камень, брошен с земли. Найдите модуль перемещения камня через время τ = 1 с после броска, если направление вектора скорости камня за это время изменилось на 90 ^{0}. Силами сопротивления воздуха пренебречь.

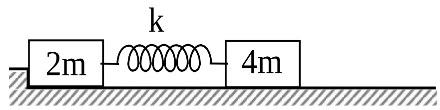
Задача 2.

В вертикально расположенном сосуде с сечениями S_1 и S_2 находятся два невесомых поршня. Поршни соединены тонкой проволокой длины L. Найдите силу натяжения проволоки T, если пространство между поршнями заполнено жидкостью плотности ρ. Трением пренебречь. Концы сосуда открыты в атмосферу.

Задача 3.

Два мальчика стоят на коньках на льду на расстоянии L друг от друга. Один из них, имеющий массу M, бросает мяч массой m. Второй ловит его налету. Максимальная высота, которой достигает мяч при полёте над точкой бросания, рана h, коэффициент трения между коньками и льдом равен μ. Определите расстояние, на которое откатится мальчик, бросивший мяч.

Задача 4.



На гладкой горизонтальной поверхности стола находятся бруски массами 2m и 4m, к которым прикреплена лёгкая упругая пружина жёсткостью k, сжатая на величину x_o. В некоторый момент брусок массой 4m отпускают. Найдите 1) скорость бруска массой 4m в момент отрыва другого бруска от вертикальной стенки; 2) величину деформации пружины (модуль разности длин пружины в напряжённом и ненапряжённом состояниях) при минимальном расстоянии между брусками в процессе их движения после отрыва от упора.

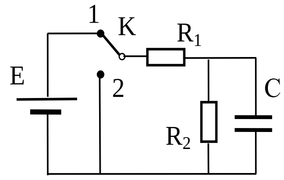
Задача 5.

В вертикально расположенном цилиндре под поршнем находится одноатомный идеальный газ. Сила трения, действующая на поршень при его перемещении, превышает сумму его веса и силы внешнего атмосферного давления на поршень. Газ начинают медленно нагревать, причём за время расширения газ получает количество теплоты как за счёт нагрева, так и за счёт части тепла, выделившегося при трении поршня. Затем газ охладили, отобрав от него такое же количество теплоты, которое было им получено. Найдите отношение начального давление газа в цилиндре к конечному давлению, если его объём за время от начала расширения до завершения охлаждения газа увеличился в n = 2 раза. Процесс расширения газа считать изобарным.

Задача 6.

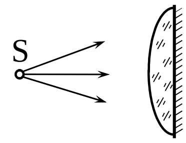
Тонкая сферическая поверхность радиуса R равномерно заряжена электрическим зарядом Q. Определите напряженность электрического поля в центре сферы, если у неё удалить достаточно малый участок площадью Δ S , значительно меньшей площади всей поверхности сферы. Влиянием среды пренебречь.

Задача 7.



В схеме, изображённой на рисунке, R_1 = R, R_2 = 2R. Какое количество теплоты выделится на резисторе R_2 после перемещения ключа К из положения 1 в положение 2? Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

Задача 8.



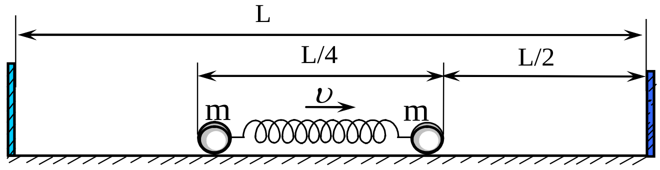
Плоско-выпуклая линза с радиусом кривизны R = 50 см имеет оптическую силу D = 1 дптр**.** Найдите оптическую силу этой линзы, если посеребрить её плоскую поверхность. Свет падает на не посеребрённую поверхность.

Задача 9.

Сверхпроводящее кольцо радиуса R, имеющее индуктивность L, расположено в однородном магнитном поле. Первоначально плоскость кольца параллельна вектору магнитной индукции, и ток в кольце равен нулю. Определите величину индукции магнитной B, если известно, что для поворота кольца на угол $\alpha = 90^o$ вокруг оси, проходящей через его диаметр, надо затратить работу, равную A.

Задача 10.

Два одинаковых шарика, массы m каждый соединены между собой пружиной жёсткости k и неподвижно лежат на идеально гладкой горизонтальной поверхности между двумя вертикальными стенками. Шарикам одновременно сообщают одинаковые скорости в направлении одной из стенок. Считая удары шариков о стенки абсолютно упругими, определите период движения шариков между стенками.



Решения типового варианта

Задача 1. (8 баллов)

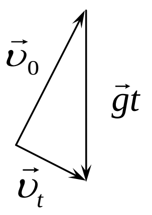


Рис. 1

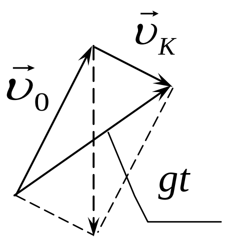


Рис. 2

Решение: При движении камня в поле тяготения $\vec{\upsilon}_t = \vec{\upsilon}_o + \vec{g}t$, (1), где t – время от начала движения камня (рис. 1).

Вектор перемещения камня

$$\vec{S}(t) = \vec{\upsilon}_0 t + \vec{g}\frac{t^2}{2} = \frac{2\vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t}{2}t = \frac{\vec{\upsilon}_0 + (\vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t)}{2}t = \frac{\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_t}{2}t$$

Тогда для момента τ найдём перемещение камня.

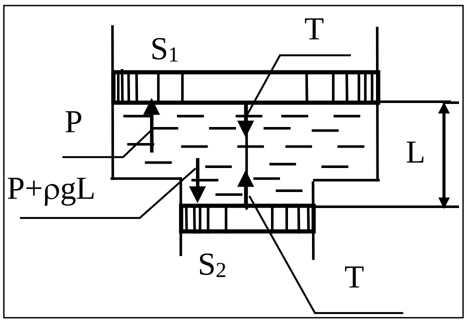
$$\vec{S}(\tau) = \left|\frac{\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_K}{2}\right| \cdot \tau . \quad (2)$$

На рисунке 2 видим, что в силу перпендикулярности векторов $\vec{\upsilon}_0$ и $\vec{\upsilon}_K$ (как диагонали прямоугольника) $\left|\vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}_K\right| = \left|\vec{\upsilon}_K - \vec{\upsilon}_0\right| = g\tau$ (3). Подставив (3) в (2) найдём $\left|\vec{S}\right| = \frac{g\tau^2}{2}$.

Через τ = 1 секунда $S = \frac{10 \cdot 1}{2} = 5м$.

Ответ: $S = 5м$ **.**

Задача 2. (8 баллов)



Решение: Обозначим атмосферное давление через P_o, давление воды на верхний поршень- через P.

Давление воды на нижний поршень $P + \rho gL$,

где ρ - плотность воды.

Запишем условия равновесия поршней:

1) $P_o S_1 + T = PS_1$
2) $(P + \rho gL)S_2 = P_o S_2 + T$

Из этих соотношений находим силу натяжения проволоки $T = \rho gL\frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2}$.

Ответ: $T = \rho gL\frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2}$.

Задача 3. (10 баллов)
Решение:

1) По закону сохранения импульса $Mu = m\upsilon_o \cos\alpha$, откуда - $u = \frac{m}{M}\upsilon_o \cos\alpha$ (1)

2) По закону сохранения энергии $\frac{Mu^2}{2} = F_{TP}S$ (2), где $F_{TP} = \mu Mg$, то есть $\frac{Mu^2}{2} = \mu MgS$,

где S - расстояние, на которое откатится мальчик, бросивший мяч.

Отсюда $S = \frac{u^2}{2\mu g}$ и, подставив (1), получим $S = \left(\frac{m}{M}\right)^2 \frac{(\upsilon_o \cos\alpha)^2}{2\mu g}$ (3).

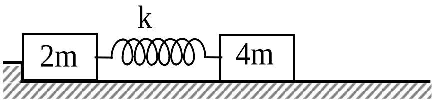
3) Выразим $\upsilon_o \cos\alpha$, используя уравнения кинематики для тела, брошенного под углом к горизонту : $h = \dfrac{\upsilon_o^2 \sin^2\alpha}{2g}$, откуда $\upsilon_o \sin\alpha = \sqrt{2gh}$ (4) и $L = \upsilon_o \cos\alpha \cdot 2 \cdot \dfrac{\upsilon_o \sin\alpha}{g}$;

$\upsilon_o \cos\alpha = \dfrac{gL}{2\upsilon_o \sin\alpha}$ (5). Подставив (4) в (5), получим $\upsilon_o \cos\alpha = \dfrac{gL}{2\sqrt{2gh}}$ (6) .

И подставив (6) в (3), найдём $S = \left(\dfrac{m}{M}\right)^2 \cdot \dfrac{g^2 L^2}{2\mu g \cdot 4 \cdot 2gh} = \left(\dfrac{m}{M}\right)^2 \dfrac{L^2}{16\mu h}$.

Ответ: $S = \left(\dfrac{m}{M}\right)^2 \dfrac{L^2}{16\mu h}$ **.**

Задача 4. (10 баллов)
Решение:



x_0 – начальное сжатие пружины.

1) Скорость бруска массы 4m в момент отрыва другого бруска от упора

$$\upsilon = x_0\omega = x_0\sqrt{\frac{k}{4m}} = \frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

2) Скорость центра масс брусков после отрыва бруска массы 2m от упора

$$\upsilon_C = \frac{4m}{2m+4m}\upsilon = \frac{2}{3}\frac{x_0}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{x_0}{3}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

3) Из закона сохранения механической энергии следует: $\dfrac{kx^2{}_0}{2} = \dfrac{2m+4m}{2}\upsilon_C{}^2 + \dfrac{kx^2}{2}$ (3)

Подставив (2) в (3), получим $\dfrac{kx_0{}^2}{2} = \dfrac{x_0{}^2 k}{3} + \dfrac{kx^2}{2}$ или $\dfrac{x_0{}^2}{6} = \dfrac{x^2}{2}$, откуда $x = \dfrac{x_0}{\sqrt{3}} \approx 0{,}58x_0$.

Ответ: $x = \dfrac{x_0}{\sqrt{3}} = 0{,}58x_0$

Задача 5. (10 баллов)
Решение:

Согласно уравнению Менделеева –Клапейрона для процесса расширения газа

$P_1V = \nu RT_1$ (1), $P_1 \cdot nV = \nu RT_2$.. (2)

Для конечного состояния газа $P_2 nV = \nu RT_3$. (3)

Из (1), (2), (3) найдём $T_1 = \dfrac{P_1 V}{\nu R}$; $T_2 = \dfrac{P_1 2V}{\nu R}$; $T_3 = \dfrac{P_2 2V}{\nu R}$.

Согласно первому закону термодинамики, теплота, полученная газом при расширении,

$$Q=\nu\cdot c_P(T_2-T_1)=\nu\cdot c_p\left(\frac{nP_1V}{\nu R}-\frac{P_1V}{\nu R}\right)=\frac{c_pP_1V}{R}(n-1). \qquad (4).$$

И для процесса охлаждения**:**

$$Q=\nu c_V(T_2-T_3)=\nu c_V\left(\frac{nP_1V}{\nu R}-\frac{nP_2V}{\nu R}\right)=\frac{c_VnV}{R}(P_1-P_2). \qquad (5)$$

Приравнивая (4) и (5) , получим $c_PP_1(n-1)=c_Vn(P_1-P_2)$; откуда

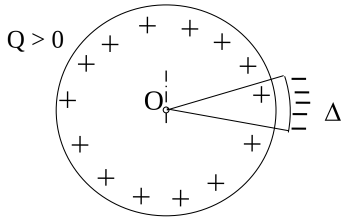
$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{nc_V}{nc_V-c_P(n-1)}=\frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(1-\frac{1}{n}\right)},\quad \text{где}\quad c_P=\frac{5}{2}R,\quad c_V=\frac{3}{2}R\ .$$

Для n=2 , $\frac{P_1}{P_2}=\frac{1}{1-\frac{5}{3}\left(1-\frac{1}{2}\right)}=6$

Ответ: $\frac{P_1}{P_2}=\frac{nc_V}{nc_V-c_P(n-1)}=\frac{1}{1-\frac{c_P}{c_V}\left(1-\frac{1}{n}\right)}=6$.

Задача 6. (10 баллов)

Решение:



На полную (целую) заряженную положительным зарядом Q сферу, наложим отрицательно заряженную поверхность ΔS. За счёт компенсации зарядов участок ΔS сферы будет незаряженным. По принципу суперпозиции $\vec{E}=\vec{E}(0)=\vec{E}_++\vec{E}_-$. Но напряжённость поля внутри заряженной сферы равна нулю $\vec{E}_+=0$, а поле маленького участка ΔS с напряжённостью $\vec{E}_-$ можно рассматривать как поле точечного заряда $\Delta q=Q\frac{\Delta S}{4\pi R^2}$. Тогда напряжённость электрического поля в центре сферы $\vec{E}=\vec{E}(0)=\vec{E}_-=\frac{\Delta q}{4\pi\varepsilon_0R^2}=\frac{Q\cdot\Delta S}{16\pi\varepsilon_0R^4}$.

Ответ: $\vec{E}(0)=\frac{Q\cdot\Delta S}{16\pi\varepsilon_0R^4}$.

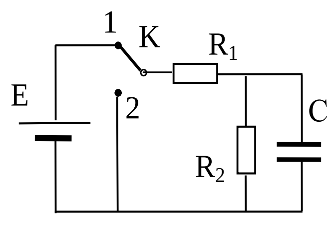
Задача 7. (10 баллов)

Решение:

До переключения ключа К установившийся ток через резисторы $I=\frac{E}{R_1+R_2}$, а напряжение на конденсаторе $U_C=\frac{ER_2}{R_1+R_2}$.

После переключения ключа К Конденсатор начнёт разряжаться через резисторы R_1 и R_2 и вся энергия электрического поля, запасённая в нём, выделится в виде тепла

$$Q=\frac{C\cdot U^2}{2}=\frac{C\cdot U_C{}^2}{2}=\frac{CE^2}{2}\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)^2$$



При этом на сопротивлении R_2. выделится количество теплоты

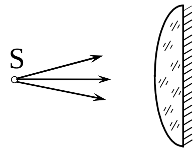
$$Q_2 = Q\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right) = \frac{CE^2}{2}\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right) = \frac{CE^2}{2}\frac{R_1 \cdot R_2{}^2}{(R_1+R_2)^3}$$

Подставив $R_1 = R$ и $R_2 = 2R$, получим $Q_2 = \frac{2}{27}CE^2$.

Ответ: $Q_2 = \frac{2}{27}CE^2$.

Задача 8. (10 баллов)

Решение:



Если посеребрить плоскую поверхность, то свет, падающий на линзу, пройдёт через неё, отразится от плоской поверхности и вновь пройдёт через линзу. Поэтому $D = D_1 + D_2 + D_1 = 2D_1 + D_2$, где D_1 -оптическая сила линзы,

а D_2 - оптическая сила плоского зеркала. Так как D_1 =1 дптр, а D_2 = 0, то D = 2 дптр,

Ответ: $\boxed{\text{D = 2 дптр.}}$

Задача 9. (12 баллов)

Решение:

Так как сопротивление кольца равно нулю, то суммарная электродвижущая сила в нем должна быть равна нулю. Иначе сила тока, согласно закону Ома, станет бесконечно большой. Следовательно, изменение магнитного потока внешнего магнитного поля равно по модулю и противоположно по знаку изменению магнитного потока, созданного индукционным током:

$\Delta\Phi = \mathrm{L}\Delta\mathrm{I}$. Учитывая, что поток меняется от 0 до $\pi\mathrm{R}^2\mathrm{B}$, а индукционный ток меняется при этом от 0 до I, получим $\pi\mathrm{R}^2\mathrm{B} = \mathrm{L}\cdot\mathrm{I}$. Отсюда $\mathrm{I} = \frac{\pi\mathrm{R}^2\mathrm{B}}{\mathrm{L}}$. Кольцо с таким током обладает энергией

$\mathrm{W} = \frac{\mathrm{L}\cdot\mathrm{I}^2}{2} = \frac{\pi^2\mathrm{R}^4\mathrm{B}^2}{2\mathrm{L}}$. Эта энергия равна работе, совершенной при повороте кольца, A = W, т.е. $\mathrm{A} = \frac{\pi^2\mathrm{R}^4\mathrm{B}^2}{2\mathrm{L}}$. Из последнего равенства найдем $\mathrm{B} = \frac{\sqrt{2\mathrm{AL}}}{\pi\,\mathrm{R}^2}$.

Ответ: $\mathrm{B} = \frac{\sqrt{2\mathrm{AL}}}{\pi\,\mathrm{R}^2}$ **.**

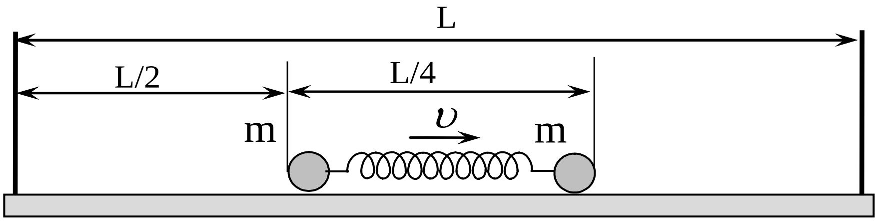
Задача 10. (12 баллов)

Решение:

С момента *первого* удара шарика о стенку в течение полупериода происходит сжатие и возвращение пружины в недеформированное состояние. При этом левый шарик движется влево, правый шарик – вправо до тех пор, пока он не ударится о стенку *второй раз*, и упруго отскочив от неё, начнёт двигаться тоже влево. Шарики начинают двигаться в обратном направлении с постоянной скоростью υ до тех пор, пока левый шарик не ударится о левую стенку. В течение второго полупериода происходит сжатие, возвращение пружины в недеформированное состояние и движение всей системы вправо до исходного положения.

Тогда период

$$\Delta T = \frac{1}{\upsilon}\left[\frac{2L}{2} + 2\left(L - \frac{L}{4} - \frac{L}{2}\right)\right] + T = \frac{2\left(L - \frac{L}{4}\right)}{\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{3L}{2\upsilon} + 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} .$$



Ответ: $\Delta T = \dfrac{3L}{2\upsilon} + 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$.