+ 1 Антонова
+ 1 [illegible]

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 212710
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету математика
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Серанова Наталья Сергеевна

Город, № школы (образовательного учреждения) Москва, Лицей №1580, класс 11

Регистрационный номер ШМ 4799

Вариант задания 25

С работой ознакомлена [подпись] 17.03.17.

Дата проведения "12" марта 2017 г.

Подпись участника [подпись]

семьдесят четыре

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
8	8	—	6	9	10	3	9	9	12	
										74

212710

Шифр ____________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

212710

Вариант № 25

№ 1)

~~x~~ x (км/ч) первоначальн. скорость велосипедиста

y (км/ч) - скор-ть пешехода.

$$\frac{12}{x} + \frac{1}{5} = \frac{12 - 2x \cdot \frac{1}{5}}{y}$$

$$\frac{60+x}{5x} = \frac{60-2x}{5\,y} \qquad y = \frac{(60-2x)x}{60+x}$$

$$y(x) = \frac{2(30-x)x}{60+x},\ x>0 \qquad y(x) = 2\cdot\frac{-x^2+30x}{60+x},\ x>0$$

$$y'(x) = 2\cdot\frac{(-2x+30)(60+x)-(30x-x^2)}{(60+x)^2},\ x>0$$

$$y'(x) = 2\cdot\frac{-120x+30\cdot 60-2x^2+30x-30x+x^2}{(60+x)^2},\ x>0$$

$$y'(x) = 2\cdot\frac{-x^2-120x+30\cdot 60}{(60+x)^2},\ x>0$$

крит. точки $y'(x)=0$ при $-x^2-120x+30\cdot 60=0$

$x^2+120x-30\cdot 60=0$

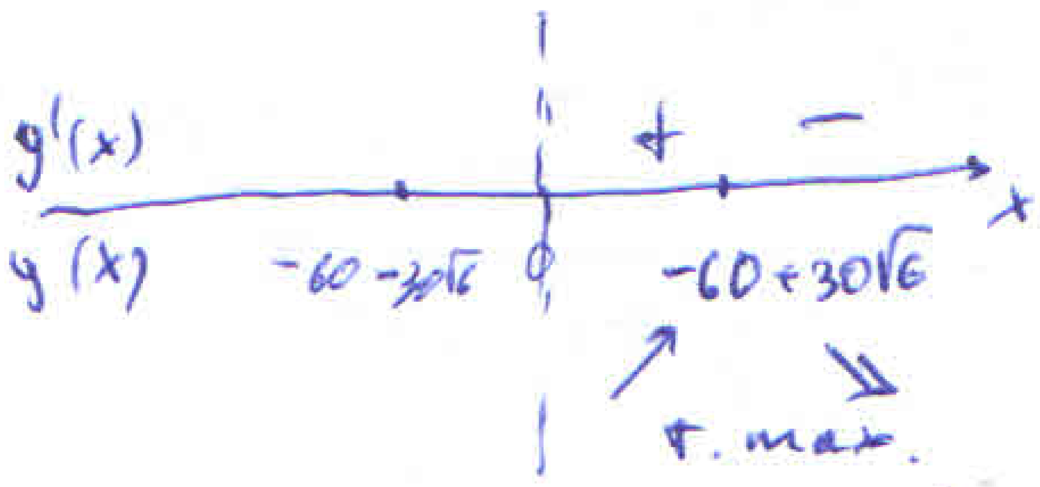
$\frac{D}{4} = 60^2+30\cdot 60 = 60\cdot 90 = 9\cdot 100\cdot 6$

$x_1 = -60+30\sqrt{6}$

$x_2 = -60-30\sqrt{6} < 0$ - не подходит по смыслу задачи

$x_2 \notin D(y)$

~~$y(-60+30\sqrt{6})$~~



$$y_{наиб}(x) = y(-60+30\sqrt{6}) = 2\left(\frac{30+60-30\sqrt{6}}{60-60+30\sqrt{6}}\right)(-60+30\sqrt{6}) =$$

$$= 2\cdot 30\frac{(3-\sqrt{6})\cdot 30(\sqrt{6}-2)}{30\sqrt{6}} = \frac{60}{\sqrt{6}}(-6+3\sqrt{6}+2\sqrt{6}-6) = \frac{60}{\sqrt{6}}(-12+5\sqrt{6})$$

$$y_{наиб} = -\sqrt{6}\cdot 10\cdot 12 + 60\cdot 5 = 300 - 120\sqrt{6} = 60(5-2\sqrt{6})$$

$4 < \cancel{2\sqrt{6}} < 5$

$\cancel{2{,}43} < \sqrt{6}$

$2{,}44 < \sqrt{6}$

$4{,}88 < 2\sqrt{6}$ $\quad 8 > y_{наиб} > 7{,}2.$

~~$y(x)$~~ $y = 60\cdot(5-4{,}88) = 7{,}2$

если $y_{наиб} \in Z$ то

$y = 7.$

$7 =$

$x = \frac{\ }{2}$ $M \in (x = \frac{13}{\ }$ ...

$-60+30\sqrt{6} = 73{,}2-60 = 13{,}2$

т.к. $\sqrt{6} > 2{,}44$

$30\cdot 2{,}44 = 73{,}2$

$y(13) = \frac{2(30-13)\cdot 13}{73} = \frac{2\cdot 17\cdot 13}{73} = \frac{221}{73} > 3$ $73\cdot 3 = 219$

$y(14) = \frac{2\cdot 16\cdot 14}{74} = \frac{16\cdot 14}{37} = \frac{224}{37} > 6$ $37\cdot 6 = 222$ $7 > \frac{224}{37} > 6.$

8

$y(12) = \frac{2\cdot 18\cdot 12}{72} = \frac{2\cdot 2\cdot 4\cdot 3}{8} = 6$

$y(15) = \frac{2\cdot 15\cdot 15}{75} = \frac{2\cdot 15}{5} = 6$ т.к. $\frac{12}{x} < 1$ то $x = 15$

наиб. $y \in Z$. $y = 6$ при $x = 12$, $x = 15$

Ответ: ск-ть пешехода $y = 6$ км/ч
велосипедиста $x = 15$ км/ч.

№2 $\log_x(16-24x+9x^2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)(9x^2-24x+15) < 0\\ x > 0\\ x \ne 1\\ 9x^2-24x+16 > 0\end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)(3x^2-8x+5) < 0\\ x > 0\\ x \ne 1\\ 9x^2-24x+16 > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)(x-1)(x-\frac{5}{3}) < 0\\ x > 0\\ x \ne 1\\ (3x-4)^2 > 0\end{cases} \Leftrightarrow$

8

$\frac{D}{4} = 12^2 - 9\cdot 16 = (12+3\cdot 4)(12-3\cdot 4) = 0.$

$\begin{cases}(x-1)^2(x-\frac{5}{3}) < 0\\ x > 0\\ x \ne 1\\ x \ne \frac{4}{3}\end{cases}$

Ответ: $x \in (0;1) \cup (1;\frac{4}{3}) \cup (\frac{4}{3};\frac{5}{3}).$

№5

$$\frac{(2\cdot 2^{-\log_x 3}-4)\sqrt{2-\sqrt{\log_x 3+2}}}{1+\sqrt{\log_x 3+5}} > \frac{(2^{-\log_x 3}-2)\sqrt{2-\sqrt{\log_x 3+2}}}{\sqrt{\log_x 3+5}-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2-\sqrt{\log_x 3+2}}\left(\frac{2(2^{-\log_x 3}-2)}{1+\sqrt{\log_x 3+5}} - \frac{(2^{-\log_x 3}-2)}{\sqrt{\log_x 3+5}-2}\right) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{2-\sqrt{\log_x 3+2}}\,(2^{-\log_x 3}-2)\left(\frac{2\sqrt{\log_x 3+5}-4-1-\sqrt{\log_x 3+5}}{(\sqrt{\log_x 3+5}-2)(1+\sqrt{\log_x 3+5})}\right) > 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2-\sqrt{\log_x 3+2}}\,(2-1)(-\log_x 3-1)\left(\frac{\sqrt{\log_x 3+5}-\sqrt{25}}{(\sqrt{\log_x 3+5}-\sqrt{4})\underbrace{(\sqrt{\log_x 3+5}+1)}_{\geq 1}}\right)>0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{2-\sqrt{\log_x 3+2}}\,(\log_x 3+1)\left(\dfrac{\log_x 3+5-25}{\log_x 3+5-4}\right)<0 \\ \log_x 3+5\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow$$

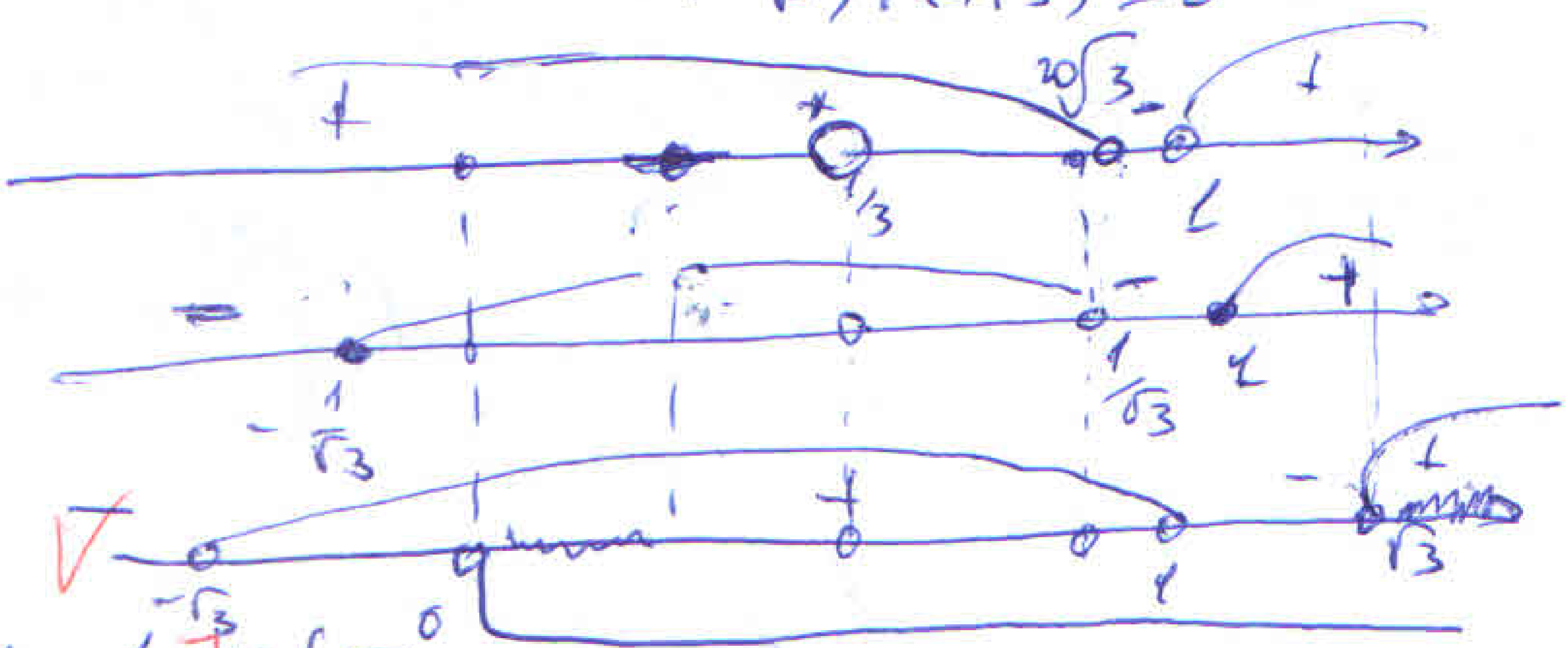
$$\Leftrightarrow \begin{cases}\cancel{(\log_x 3-(-1))\dfrac{\log_x 3-20}{\log_x 3+1}}\quad \dfrac{(\log_x 3+1)(\log_x 3-20)}{\log_x 3+1}<0 \\ \log_x 3+5\geq 0 \\ \cancel{\log_x 3+2\neq 0} \\ 2-\sqrt{\log_x 3+2}>0\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\log_x 3-20<0 \\ \log_x 3\neq -1 \\ \log_x 3+5\geq 0 \\ 4-\log_x 3-2>0 \\ \log_x 3+2\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)(3^1-x^{20})<0 \quad 3^{\log_3 x^{20}} \\ x>0 \\ x\neq 1 \\ x\neq \frac{1}{3} \\ \log_x 3+2\geq 0 \\ 2-\log_x 3>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-1)(3-1)(1-\log_3 x^{20})<0 \\ x>0 \\ x\neq 1 \\ x\neq \frac{1}{3} \\ (x-1)(3-\frac{1}{x^2})\geq 0 \\ (x-1)(x^2-3)>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)(x^{10}+\sqrt{3})(x^{10}-\sqrt{3})>0 \\ x>0 \\ x\neq 1 \\ x\neq \frac{1}{3} \\ (x-1)\left(\dfrac{3x^2-1}{x^2}\right)\geq 0 \\ (x-1)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})>0\end{cases}$$

$$\begin{cases}(x-1)(x^5-\sqrt[4]{3})\underbrace{(x^5+\sqrt[4]{3})}_{>0}>0 \\ x>0, \\ x\neq 1,\ x\neq \frac{1}{3} \\ (x-1)(x-\frac{1}{\sqrt{3}})(x+\frac{1}{\sqrt{3}})\geq 0 \\ (x-1)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})>0\end{cases} \quad \begin{cases}(x-1)(x^5-\sqrt[4]{3})>0 \quad (1) \\ x>0 \\ x\neq 1,\ x\neq \frac{1}{3} \\ (x-1)(x-\frac{1}{\sqrt{3}})(x+\frac{1}{\sqrt{3}})\geq 0 \\ (x-1)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})>0\end{cases}$$

~~(1) $f(x)=(x-1)(x^5-\sqrt[4]{3})$~~



9

Ответ: $x\in \cancel{(\ldots\sqrt[20]{3})}$ $x\in\left(0;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3};\ \frac{1}{\sqrt{3}}\right]\cup\left(\sqrt{3};\ldots\right)$

№8 $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $M \in \left(x = \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$y = \frac{x^2}{2}$ $\varphi = 60^\circ$

l-касат: $y = \frac{x_0^2}{2} + x_0(x - x_0)$ $y_1 = x_1 x - \frac{x_1^2}{2}$

$y = x_0 \cdot x - \frac{x_0^2}{2}$ $y_2 = x_2 x - \frac{x_2^2}{2}.$

$tg\, 60^\circ = \sqrt{3} = \left|\frac{x_1 - x_2}{1 + x_1 \cdot x_2}\right|$ ~~$M \in y_1$~~

$y_M = \frac{x_1\sqrt{3}}{2} - \frac{x_1^2}{2}$

$y_M = \frac{x_2\sqrt{3}}{2} - \frac{x_2^2}{2}.$

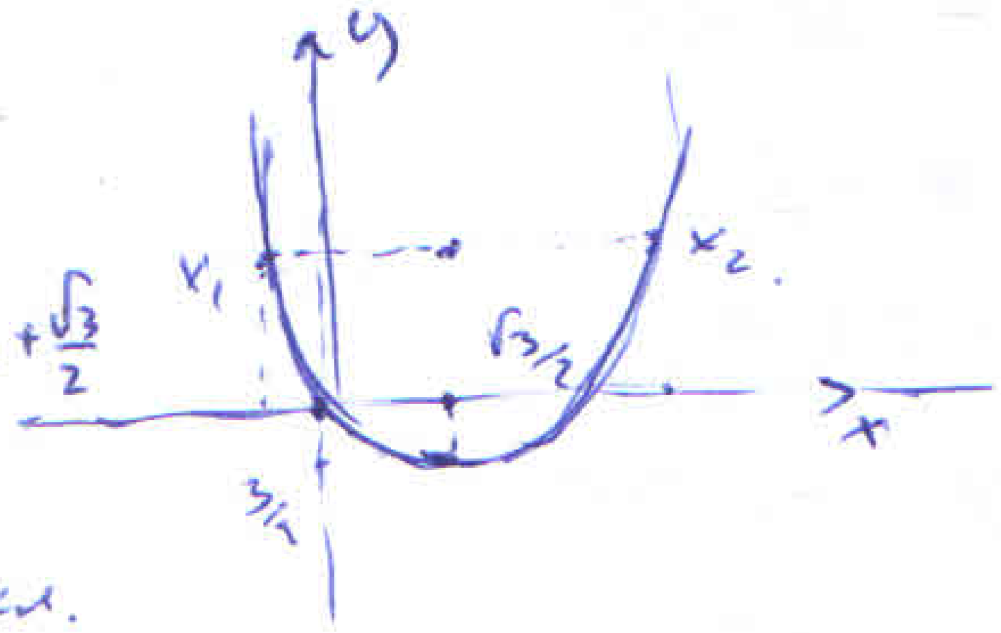
$\frac{x_1^2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x_1 = \frac{x_2^2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x_2$

(1) $x_1(x_1 - \sqrt{3}) = x_2(x_2 - \sqrt{3})$ рассм $y(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x$

$x_1^2 - \sqrt{3}x_1 - x_2^2 + x_2 = 0$ $x_B = \frac{\sqrt{3}}{2}$. $y_B = -\frac{3}{8}$

~~Итак~~ пусть $x_1 < x_2$

из графика следует что



(I) $x_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} = x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ II) $x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} = x_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

$x_2 = x_1 + \sqrt{3}$ $x_1 = x_2$

не уд усл.

т.к. $y_1 \neq y_2$.

$\sqrt{3} = \frac{|x_1 - x_1 - \sqrt{3}|}{1 + x_1(x_1 + \sqrt{3})}$

$x_1^2 + \sqrt{3}x_1 + 1 = 1$ проверка по урав-ю (1)

$\left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_1 = -\sqrt{3} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_2 = \sqrt{3} \\ x_2 = 0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 0 \cdot (-\sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot 0 \\ -\sqrt{3} \cdot (-2\sqrt{3}) = 0 \cdot (-\sqrt{3}) \text{ - неверно, от} \end{array}\right.$

9

$\left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = \sqrt{3} \end{array}\right.$

$y_M = 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{0^2}{2} = 0$ $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$

Ответ $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ нет второй точки.

№9 a-? хотя бы 1 реш-? при каждом a-?

$\begin{cases} y - 2 = a(x-4) \\ \frac{2x}{|y| + y} = \sqrt{x} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \leq 0 \\ y - 2 = a(x-4) \\ \frac{2x}{0} = \sqrt{x} \end{cases} \text{ - не имеет смысла} \\ \begin{cases} y > 0 \\ y - 2 = a(x-4) \\ \frac{x}{y} = \sqrt{x} \end{cases} \end{array}\right.$

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

212710

Шифр ____________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 25

№9 продолжение

$\Leftrightarrow \begin{cases} y > 0 \\ y-2 = a(x-4) \\ \frac{x}{y} = \sqrt{x} \end{cases}$ $\begin{cases} y = a(x-4)+2 \\ \sqrt{x}\left(1-\frac{\sqrt{x}}{y}\right)=0 \\ y>0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=-4a+2 \\ y>0 \end{cases} \quad (I) \\ \begin{cases} x=y^2 \\ y>0 \\ a(y^2-4)+2=y \end{cases} \quad (II) \end{array}\right.$

I) $\begin{cases} x=0 \\ y=-4a+2 \\ -4a+2>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=0 \\ y=-4a+2 \\ a<\frac{1}{2} \end{cases}$

при $a \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ - 1 реш $(0; -4a+2)$

II) $\begin{cases} x=y^2 \\ y>0 \\ ay^2-y-4a+2=0 \quad (2.1) \end{cases}$

(2.1) 1) $a=0$
$-y+2=0$
$y=2$ - решение.

2) $a \neq 0$

$D = 1-4a(2-4a) = 16a^2-8a+1 = (4a-1)^2$

$y_B - 0 = \frac{1}{2a}$

$y_1 = \frac{1-|4a+1|}{a}$

$y_2 = \frac{1+|4a+1|}{a}$

$A \cdot f(0) = a(2-4a) = 4a\left(-a+\frac{1}{2}\right)$

↓ и т д

	$-\frac{1}{4}$		0		$\frac{1}{2}$	
D	+	+	+	+	+	+
y_B	−	−	−	+	+	+
$Af(0)$	−	−	−	+	+	−

1) $\begin{cases} D=0 \\ y_B>0 \end{cases}$ $a \in \varnothing$

2) $\begin{cases} D>0 \\ y_B>0 \\ Af(0)>0 \end{cases}$ $a \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ - 2 реш. $\left[\begin{array}{l} y=y_1 \\ y=y_2 \end{array}\right.$

3) $Af(0)<0$ при $a \in (-\infty; 0)$ - 1 реш $y=y_1$
при $a \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ 1 реш $y=y_2$

4) при $Af(0)=0$ $a=\frac{1}{2}$ - 1 реш $y=y_2$.

a	$\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$	$-\frac{1}{4}$	$\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$	0	$\left(0; \frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$
I	1	1	1	1	1	0	0
II	1	1	1	1	2	1	1
всего реш	2	2	2	2	3	1	1

Ответ: хотя бы 1 реш при $a \in \mathbb{R}$

при $a \in (-\infty; 0)$: $\{(0; -4a+2); \left(\left(\frac{4a+2}{a}\right)^2; \frac{4a+2}{a}\right)\}$

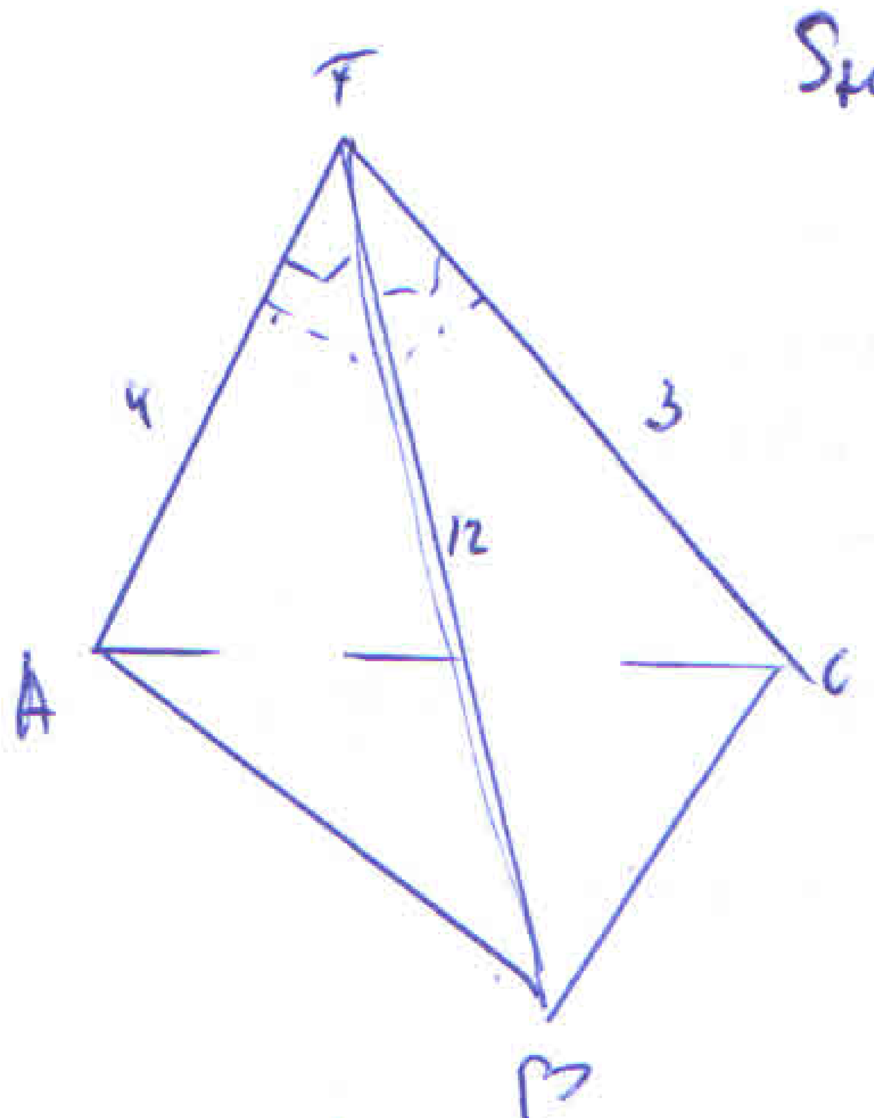
при $a = 0$: $\{(0; 2); (4; 2)\}$ ✓

при $a \in (0; \frac{1}{2})$: $\{(0; -4a+2); \left(16; \frac{-4a}{a}\right); \left(\left(\frac{4a+2}{a}\right)^2; \frac{4a+2}{a}\right)$

при $a \in [\frac{1}{2}; +\infty)$: $\{\left(\left(\frac{4a+2}{a}\right)^2; \frac{4a+2}{a}\right)\}$

9

№10



$S_{наим}$ -? $\alpha \,|\, C \in \alpha, M \in \alpha$. $TA = 4$, $TB = 12$, $TC = 3$.

M - сер. AB

Решение

т.к. $AT \perp TC$, $AT \perp TB$ то $AT \perp (TBC)$.

по Th Пифагора

$AB = \sqrt{12^2+4^2} = 4\sqrt{9+1} = 4\sqrt{10}$ ✓ $BC = \sqrt{3^2+12^2} = 3\sqrt{17}$ ✓

$AC = 5$

$\alpha \cap BT = N$ сечение - Δ

$S_{сеч} = \frac{1}{2} \cdot CM \cdot h_{[CM]}$, т.к. CM - фиксир. ✓

то $S_{сеч}$ наименьш. если $h[CM]$ min.

т.е. $h[CM] = \rho(TB, CM)$, т.к. $BT \perp CB$ то

$\rho(TB, MC) = \rho(BT, (l, CM))$, где $l \parallel$ ...

~~$M_0 = пр_{(TBC)} M$. строим~~

т.к. $M_0 = пр_{(TBC)} M$, M_0 = сер BT.

т.к. $BT \parallel (l, CM)$ ($BT \parallel l$, $l \subset (l, CM)$) т

$\rho(BT, (l, CM)) = \rho(M_0, (l, CM))$

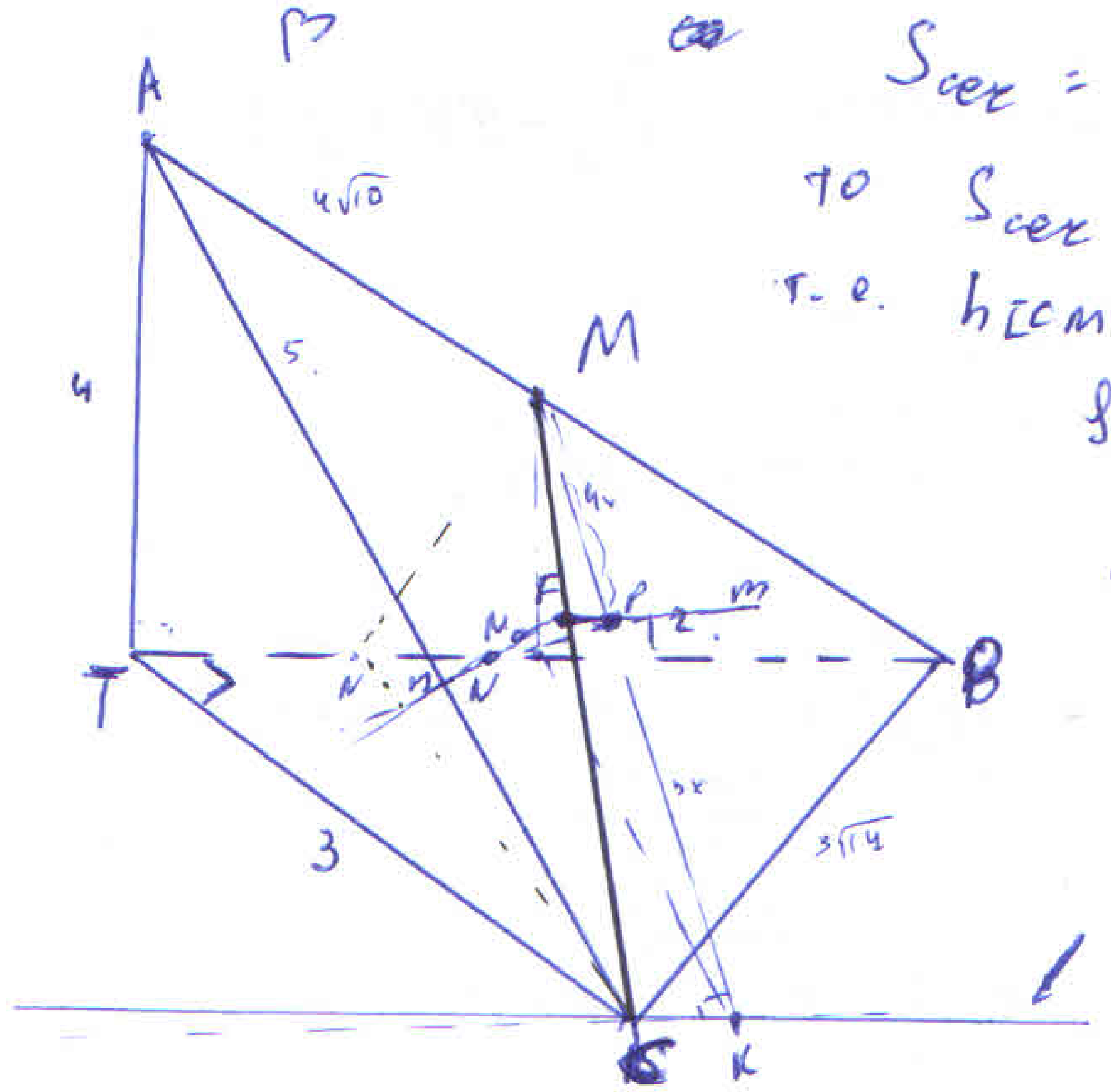
Строим $M_0K \perp l$, по Th о 3^х $\perp$

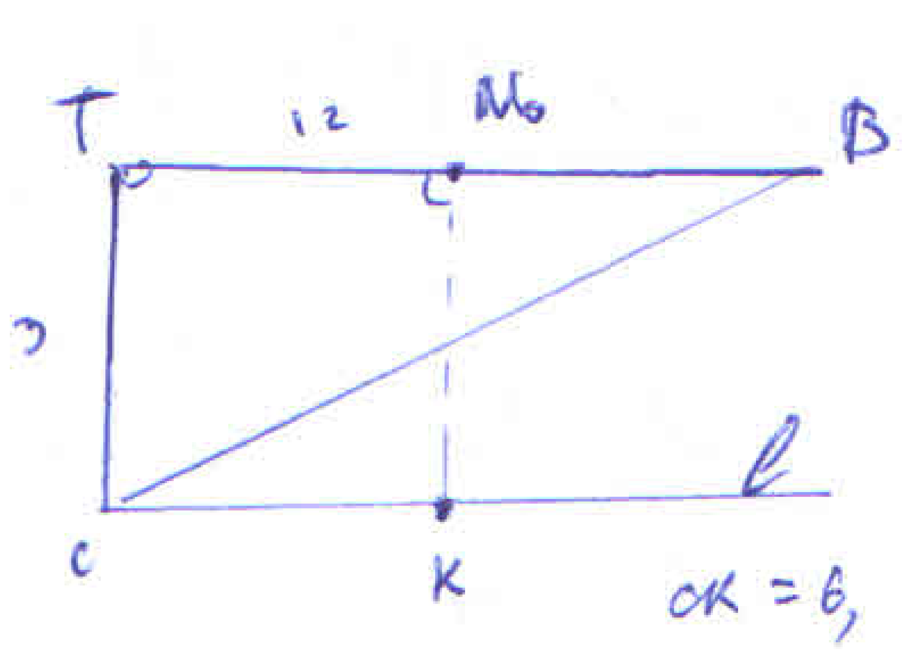
$MK \perp l$. т. обр. $l \perp (MM_0K)$, а т.к

$l \subset (l, CM)$ то $(MM_0K) \perp (l, CM)$.

строим $M_0P \perp MK$, т.к. $MK = (l, CM) \cap (MM_0K)$ то

$M_0P \perp (l, CM)$, то. $M_0P = \rho(M_0, (l; CM))$





т.к. $M_0K \perp l$, то $M_0K \parallel TC$, $l \parallel BC$, CTM_0K - прям-к.

$CK = 6$, $M_0K = 3$. $MM_0 = \frac{1}{2} AT = 2$.

$M_0P = \frac{MM_0 \cdot M_0K}{MK} = \frac{3 \cdot 2}{\sqrt{9+4}} = \frac{6}{\sqrt{13}}$ ✓

$CM = 7$.

$S_{сеч} = \frac{1}{2} \cdot CM \cdot M_0P = \frac{7 \cdot 6}{2\sqrt{13}} = \frac{21}{\sqrt{13}} = \boxed{\frac{21\sqrt{13}}{13}}$ ✓

(MCK): строим $m / P \in m$, $m \parallel l$, $m \cap MC = F$

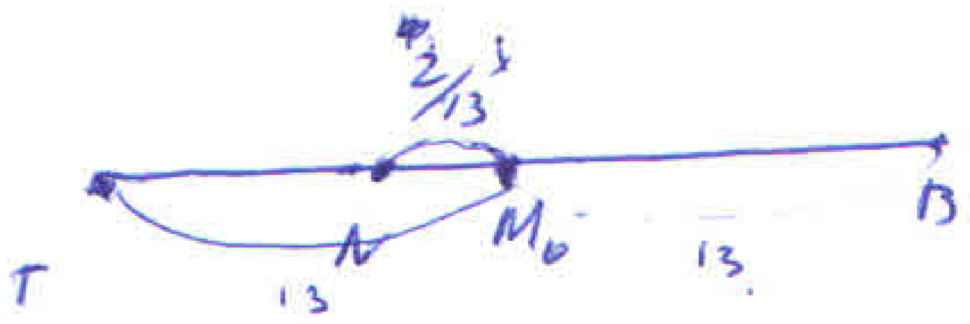
строим $n / F \in n$, $n \parallel M_0P$, тогда $n \cap BT = N$, т.к.

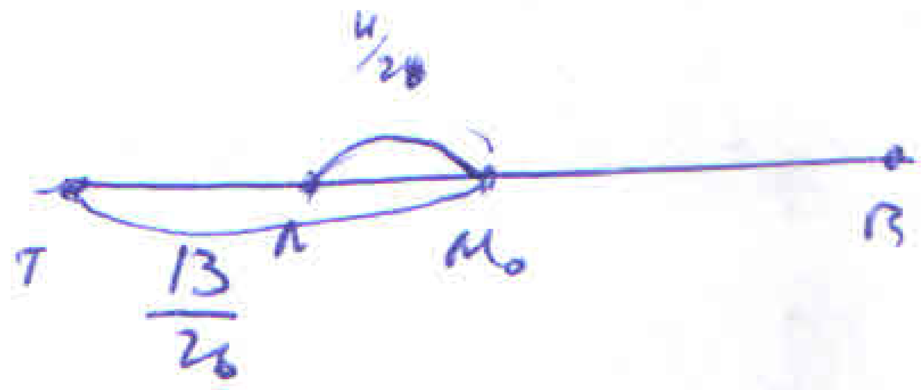
FN - средин. перпенд. для ($BT = CM$).

$\frac{MP}{PK} = \left(\frac{MM_0}{M_0K}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$. ~~т.к.~~ $FP \parallel l$ то $\triangle MFP \sim \triangle MCK$.

$\frac{FP}{CK} = \frac{4}{13}$ $FP = \frac{4}{13} \cdot 6 = \frac{24}{13}$ $FP = \frac{4}{13} CK = \frac{4}{13} \cdot \frac{1}{2} BT = \frac{2}{13} BT$.

$FPNM_0$ - прям-к ($PM_0 \perp BT$, $PM_0 \parallel FN$, $FA \parallel l \parallel BT$).





$NM_0 = FP = \frac{4}{26} BT$.

$TM_0 = \frac{13}{26} BT$

$TN = \frac{9}{26} BT$.

$\frac{TN}{BN} = \frac{9 \cdot 26}{26 \cdot (4+13)} = \frac{9}{17}$.

Ответ. $S = \frac{24\sqrt{13}}{13}$, $l \cap BT = N$. $\frac{TN}{BN} = \frac{9}{17}$

12

N 6 $E(f)$ - ?

$f(x) = \frac{1}{g\left(\frac{169(g(\ln x))}{65}\right)}$, $g(t) = t^3 + \frac{1}{t^3}$ $(t^{-3})' = -3(t^{-4}) = -\frac{3}{t^4}$

$D(g) = R \setminus \{0\}$

1) $g'(t) = 3t^2 - \frac{3}{t^4}$, $g'(t) = \frac{3(t-1)(t+1)}{t^4}$

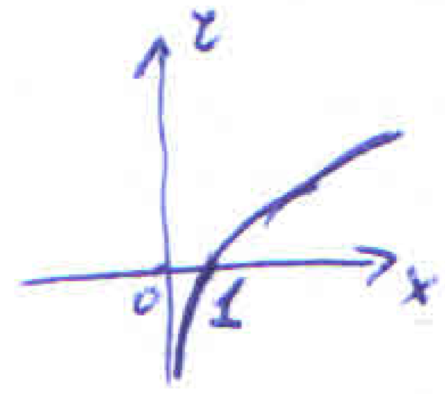
$g'(t)$ + - - + t
$g(t)$ -1 0 1
max min

$\lim\limits_{t \to 0+} g(t) = +\infty$ $\lim\limits_{t \to 0-} g(t) = -\infty$

$g(-1) = -1+1 = -2$ $g(1) = 1+1 = 2$

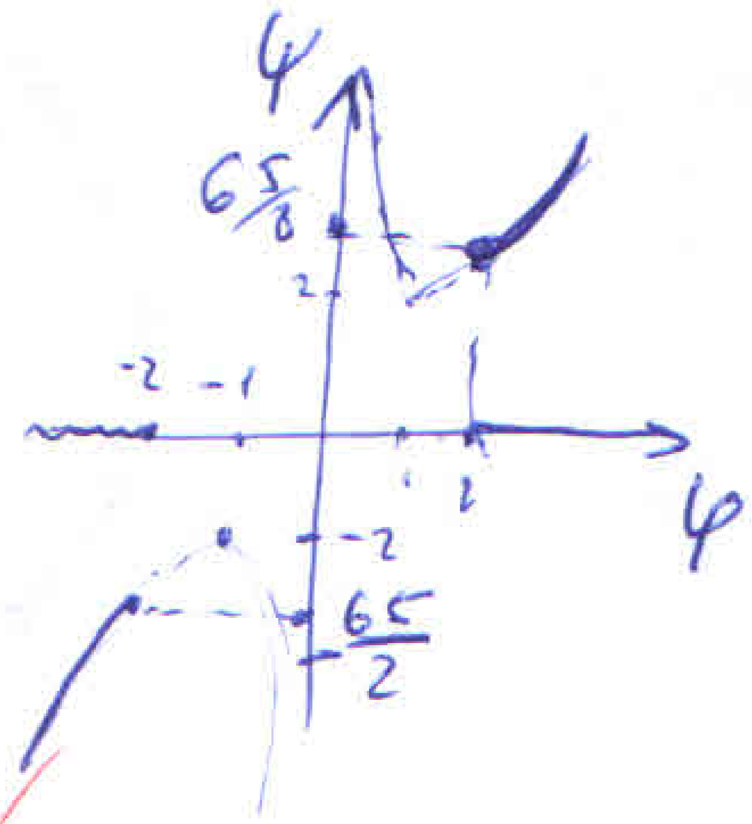
$E(g) = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

2) $\tau(x) = \ln x$
$D(\tau) = (0; +\infty)$
$E(\tau) = R$



3) $\varphi(\tau) = \tau^3 + \frac{1}{\tau^3}$
$D(\varphi) = R$
$E(\varphi) = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ см. пункт.

4) $\psi(\varphi) = \varphi^3 + \frac{1}{\varphi^3}$
$D(\psi) = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$
$\psi(-2) = -8 - \frac{1}{8} = -\frac{65}{8}$
$\psi(2) = 8 + \frac{1}{8} = \frac{65}{8}$



$E(\psi) = (-\infty; -\frac{65}{8}] \cup [\frac{65}{8}; +\infty)$

5) $k(\psi) = \frac{16}{65}\psi$
$D_k = (-\infty; -\frac{65}{8}] \cup [\frac{65}{8}; +\infty)$

$E(k) = (-\infty; 2] \cup [2; +\infty)$

6) $p(k) = k^3 + \frac{1}{k^3}$

$D(p) = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

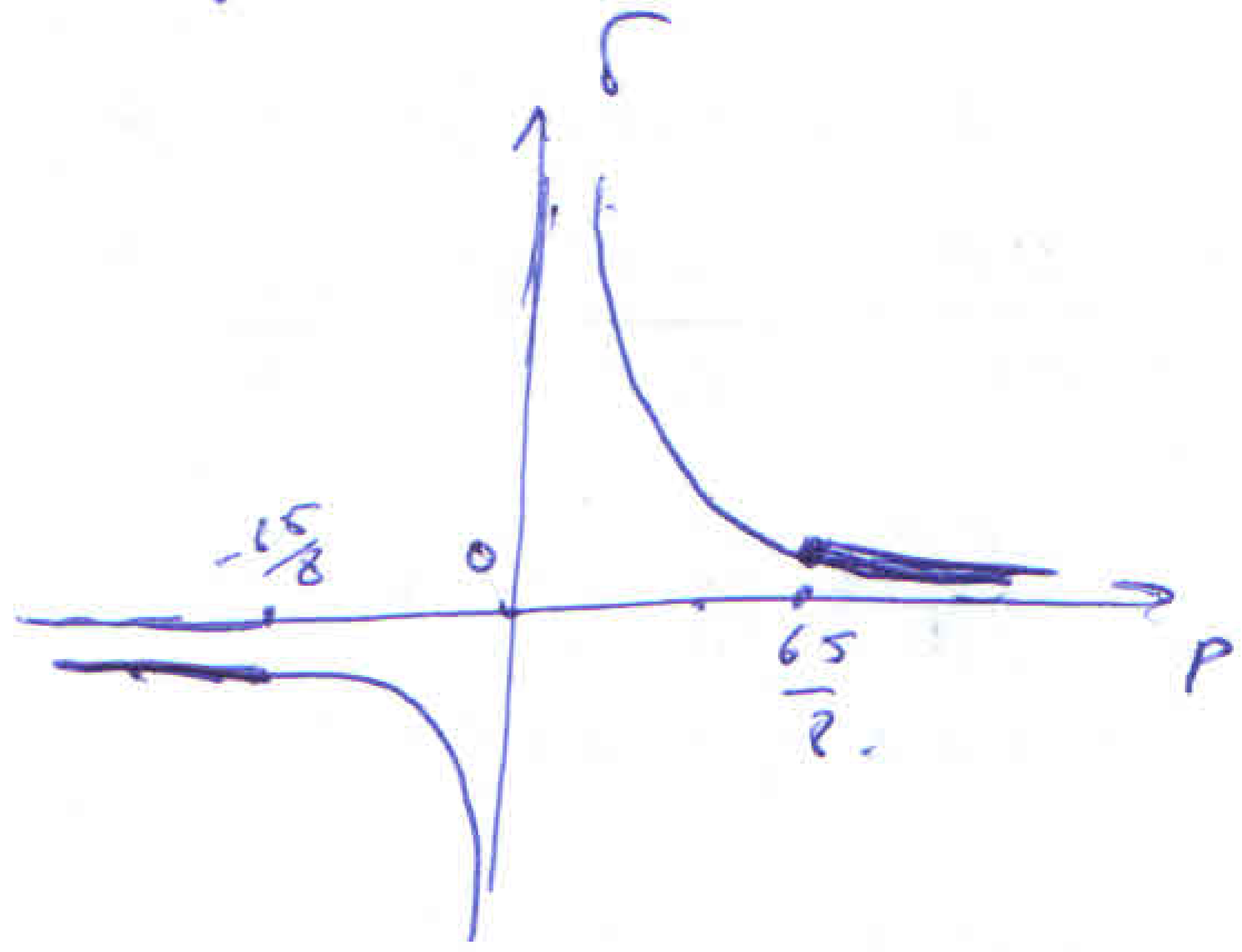
$E(p) = (-\infty; -\frac{65}{8}] \cup [\frac{65}{8}; +\infty)$

см. пункт. 4.

7) $\delta(p) = \frac{1}{p}$

$D(\delta) = (-\infty; -\frac{65}{8}] \cup [\frac{65}{8}; +\infty)$

$E(\delta) = [-\frac{8}{65}; 0) \cup (0; \frac{8}{65}]$



$E(\delta) = E(f)$ 10

Ответ: $[-\frac{8}{65}; 0) \cup (0; \frac{8}{65}]$ ✓

№4

$$\frac{2\operatorname{tg}^4 8x + 4\sin 3x \sin 5x - \cos 6x - \cos 10x + 2}{\sqrt{\sin x - \cos x}} = 0 \iff$$

$$\iff \begin{cases} 2\operatorname{tg}^4 8x + \frac{4}{2}(\cos 2x - \cos 8x) - 2\cos 8x \cdot \cos 2x + 2 = 0 & (1) \\ \sin x - \cos x > 0 & (2) \end{cases}$$ ✓

(1) $\operatorname{tg}^4 8x + 1\cos 2x - 1\cos 8x - \cos 8x \cdot \cos 2x + 1 = 0 \iff$

$\operatorname{tg}^4 8x - \cos 8x(1 + \cos 2x) + 1 + \cos 2x = 0$ ✓

$\operatorname{tg}^4 8x + (1 + \cos 2x)(1 - \cos 8x) = 0$

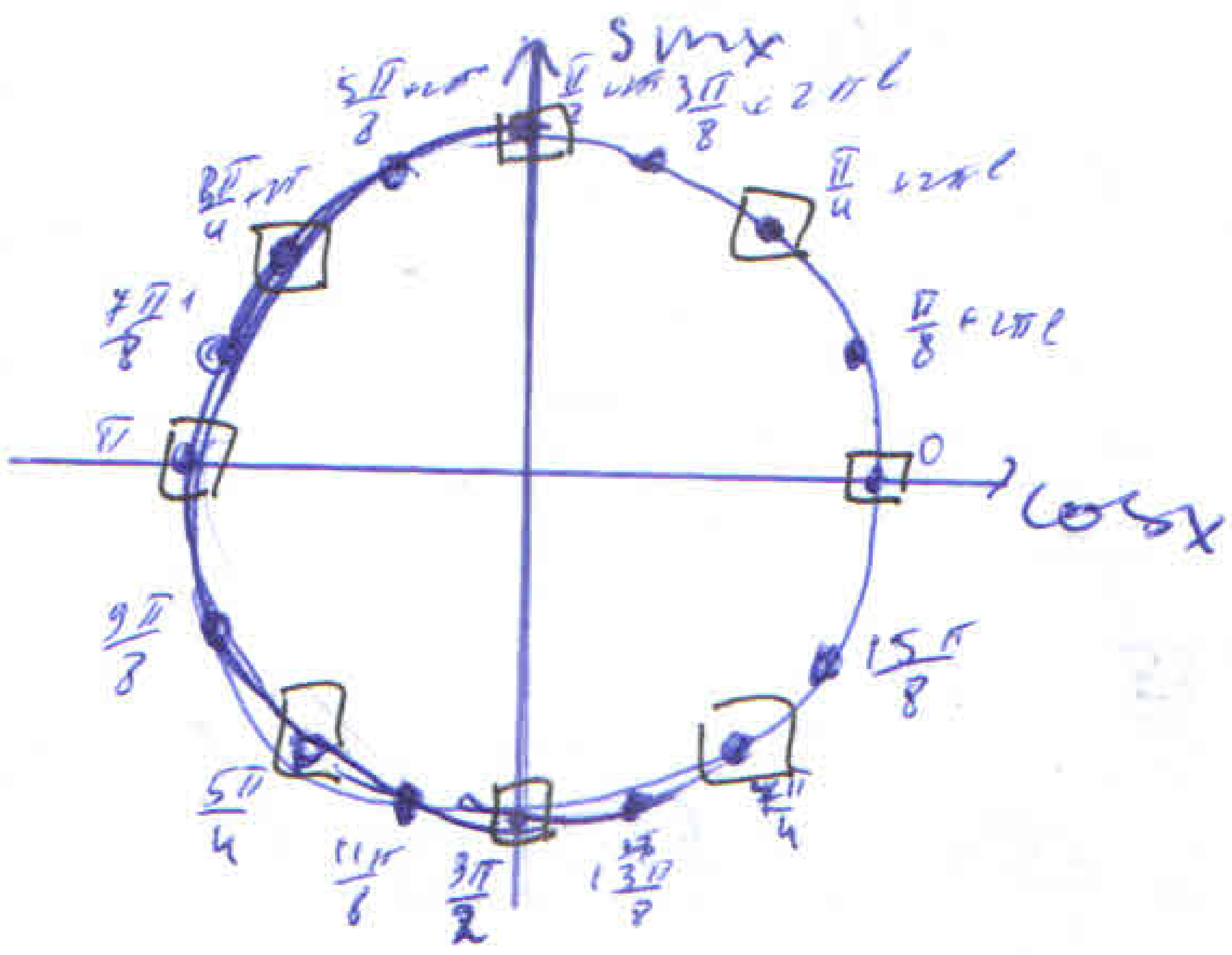
$\operatorname{tg}^4 8x + 2\cdot\cos^2 x \cdot 2 \cdot \sin^2 4x = 0 \iff$

$\begin{cases} \operatorname{tg}^4 8x = 0 \\ \cos^2 x \cdot \sin^2 4x = 0 \end{cases}$ ✓ $\iff \begin{cases} \operatorname{tg} 8x = 0 \\ \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin 4x = 0 \end{array} \right. \end{cases}$ $\begin{cases} 8x = \pi k, \ k \in Z \\ \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z \\ 4x = \pi n, \ n \in Z \end{array} \right. \end{cases}$

$\cancel{8x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k}$

$\begin{cases} x = \frac{\pi}{8}k, \ k \in Z \\ \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \ n \in Z \\ x = \frac{\pi n}{4}, \ n \in Z \end{array} \right. \end{cases}$ ✓

$x = \frac{\pi}{4}l, \ l \in Z$



*

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр 212710

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

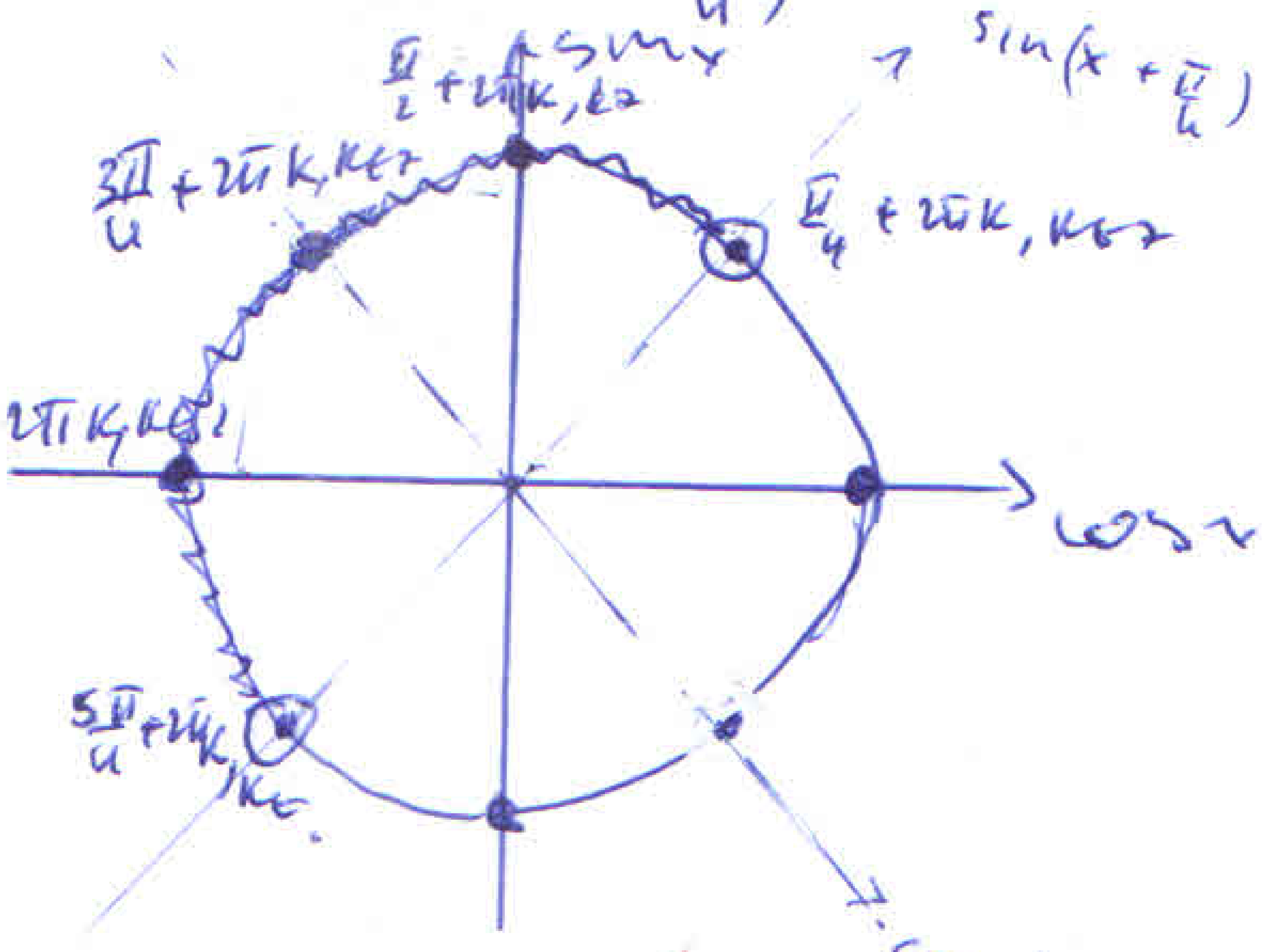
Вариант № 25

№4 продолжение

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} l, l \in Z \\ \sin x - \cos x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} l, l \in Z \\ \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cancel{x = \frac{\pi}{4} l, l \in Z} \\ \cancel{-\cos(x + \frac{\pi}{4}) < 0} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} l, l \in Z \\ \cancel{\sin}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} l, l \in Z \\ \cos(x + \frac{\pi}{4}) < 0 \end{cases}$$



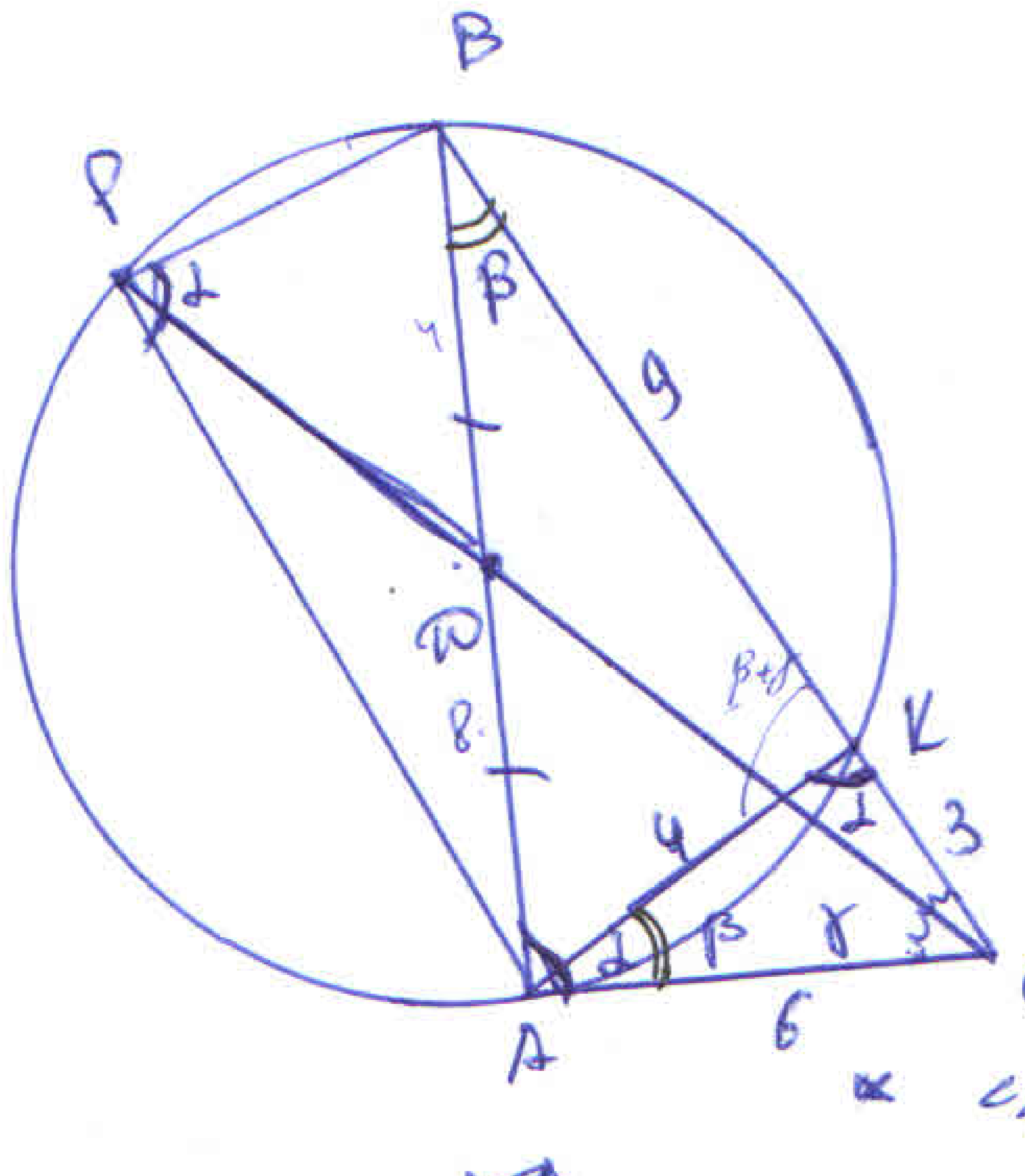
$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in Z \\ x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in Z \\ x = 2\pi m, m \in Z \end{array}\right.$$

6

Ответ: $x \in \{\frac{\pi}{2} + 2\pi m / m \in Z;\ \frac{3\pi}{4} + 2\pi m / m \in Z;\ 2\pi m, m \in Z\}$.

π+

№7.



Дано: $BK = 9$ $AK = 4$ $CK = 3$ $\angle APB = \angle BAC$. $DP - ?$

$\angle ABP + \angle BKA = 180°$ (APBK вписан в окр-ть)

$\angle AKC + \angle BKA = 180°$ следи

$\angle AKC = \angle APB = \angle BAC = \alpha$

$\angle = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BK} + \frac{1}{2}\overset{\frown}{AK} = \angle ABK + \angle BAK$.

$\triangle BAK \sim \triangle AKC$ ($\alpha = \alpha$, $\angle C$ - общ)

$\Rightarrow$ ~~но~~ $\angle ABK = \angle KAC = \beta$, $\angle C = \gamma$

$\beta + \gamma = 180 - \alpha$.

$\frac{CK}{AC} = \frac{AC}{BK}$. $AC^2 = 3 \cdot 18$

$AC = \sqrt{9 \cdot 4} = \cancel{13}$

$\frac{AB}{AK} = \frac{BC}{AC}$ $\frac{AB}{4} = \frac{12}{6}$ $AB = 8$.

Th cos $\triangle$ ~~A~~BC

~~cos~~ $144 = 64 + 36 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cos\alpha$

~~cos~~ $11 = 4 \cdot 6 \cos\alpha$

$CD = \sqrt{16 + 36 + 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{11}{4 \cdot 6}} = \sqrt{52 + 22} = \sqrt{30}$

$\triangle$ BDC.

$16 = 30 + 144 - 2 \cdot \sqrt{30} \cdot 12 \cos\angle BCD.$

$2 \cdot \sqrt{30} \cdot 12 \cos BCD = \overset{79 \cdot 2}{158}$

$\sqrt{30} \cdot 12 \cdot \cos\angle BCD = 79.$

$DP = x.$

$BP = (\sqrt{30} + x)$

3