Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

119321

Шифр ____________________
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету физика
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Горностаев Александр Сергеевич

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Москва, № 1580

Регистрационный номер ШМ0708

Вариант задания 3

Дата проведения “19” марта 2017 г.

С работой ознакомлен 24.03.2017

Подпись участника ____________

64 (шестьдесят четыре)

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

119321

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
8	8	8	5	–	10	10	0	12	3	64

Шифр ____________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 3

№1

Дано:

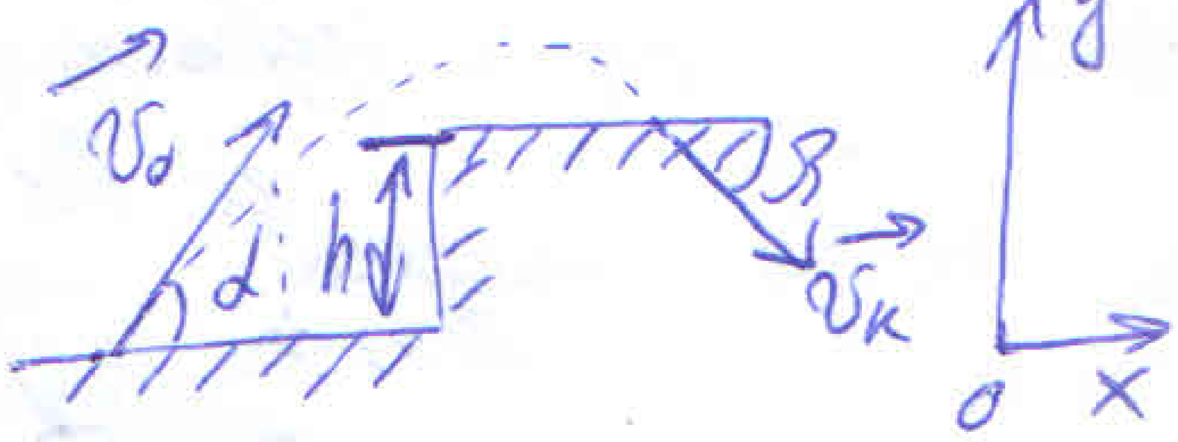
$\alpha = 45^\circ$

$v_0 = 20$ м/с

$h = 5$ м

$g = 10$ м/с²

$\angle\beta$ – ?



Чтобы найти $\angle\beta$, можно сначала найти его tg.

Тогда $tg\angle\beta = \frac{v_{yk}}{v_{x_k}}$, где

v_{yk} – конечная скорость по OY

v_{xk} – конечная скорость по OX (скорости тела)

Чтобы найти v_{yk}, нужно найти $t_{полета}$.

OX: $v_{k_x} = v_0 \cos\alpha$ (1)

OY: $v_{yk} = v_0 \sin\alpha - g t_{пол}$ (2)

Запишем уравнение равноускоренного прямолинейного движ-я для OY:

$$h = v_0 \sin\alpha\, t_{пол} - g\frac{t_{пол}^2}{2}$$

$$\frac{1}{2} g t_{пол}^2 - v_0 \sin\alpha\, t_{пол} + h = 0$$

$$t_{полета} = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 4 \cdot \frac{1}{2} g h}}{2 \cdot \frac{1}{2} g} =$$

$t > 0$

$$= \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{g} \quad (3)$$

(2) $v_{yk} = v_0 \sin\alpha - g t_{пол}$. Из (3) → (2)

$$v_{yk} = v_0 \sin\alpha - g\left(\frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{g}\right) = -\sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}$$

(минус, т.к. ось OY направлена в противоп. сторону)

$$v_{x_k} = v_0 \cos\alpha$$

$$tg\angle\beta = \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{v_0 \cos\alpha} \Rightarrow \angle\beta = arctg\frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{v_0 \cos\alpha} =$$

$$= arctg\frac{\sqrt{400 \cdot \frac{2}{4} - 2 \cdot 10 \cdot 5}}{20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = 35{,}3^\circ$$

Ответ: $\angle\beta = arctg\frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{v_0 \cos\alpha} = 35{,}3^\circ$

+ 8

№2

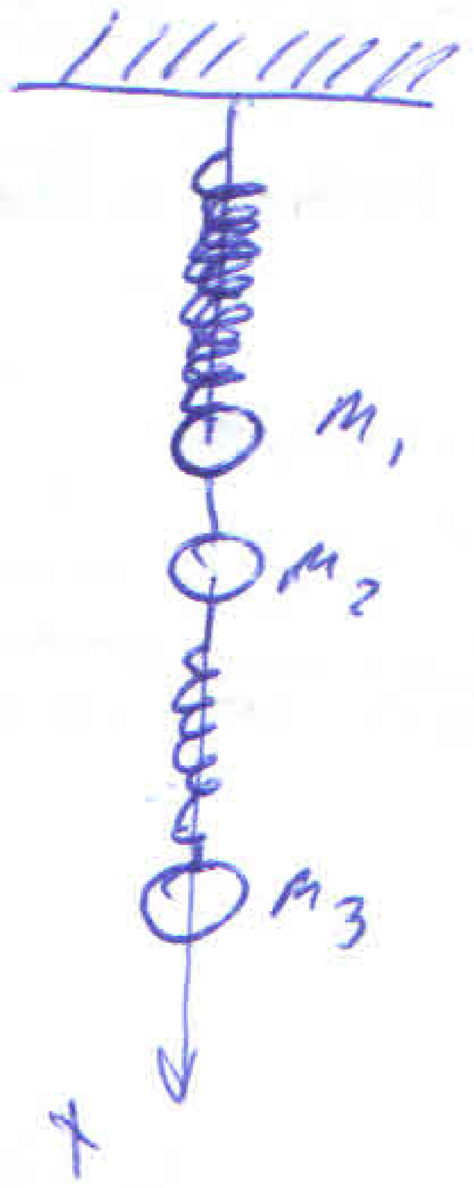
Дано:

$m_1 = 2$ кг

$m_2 = 5$ кг

$m_3 = 1$ кг

$|\vec a|$ - ?



ОУД для m_3:

$$m_3\vec g + \vec F_{упр_1} = 0$$

OX: $m_3 g = F_{упр_1}$ (1)

ОУД для m_2:

$$\vec T_1 + m_2\vec g + \vec F_{упр_2} = 0$$

OX: $m_2 g = -F_{упр_2} + T_1$ (2)

по 3-му з-ну Ньютона:

$|\vec F_{упр_2}| = |\vec F_{упр}|$, т.к. пружина лёгкая и её вес не вносит вклад

также и для нити;

$|\vec T_1| = |\vec T_2|$ (нить лёгкая)

~~т.к. ОУД для~~

~~$m_1\vec g + \vec T_2$~~

Из (1) и (2) находим T_1

$m_2 g = -F_{упр_2} + T_1$

$m_2 g = -F_{упр_1} + T_1 = -m_3 g + T_1$

$(m_2+m_3)g = T_1$ => сила натяж-я нити равна $T = (m_2+m_3)g = 6\cdot 10 = 60$

В состоянии покоя шар первый находится в максимальном потенциал взаимодействии с пружиной. т.е. его полож-е в $t=0$ амплитуд

Запишем уравнение гарм. колебаний

$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$, в $t=0$ $A = A\cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = 0$

$\dot x = -A\omega\sin(\omega t)$

$\ddot x = -A\omega^2\cos(\omega t)$

коэфф. квазиупругой силы

Циклич. частота со колебаний равна (5) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$, тогда

(3) $\ddot x_0 = -A\omega^2$ ($t=0$) ускорение тела

Растяжение пружины в $t=0$. $k\Delta x = T_1$

$\Delta x = \frac{T_1}{k}$, $A = \frac{T_1}{k}$ (4)

Из (3) и (4) и (5):

$$\ddot x_0 = -\frac{T_1}{k}\omega^2 = -\frac{T_1}{\cancel{k}}\frac{\cancel{k}}{m_1} = -\frac{T_1}{m_1} = -\frac{60}{2} = -30\ \frac{м}{с^2}$$ => проекция $\ddot x_0$ на OX направ вверх.

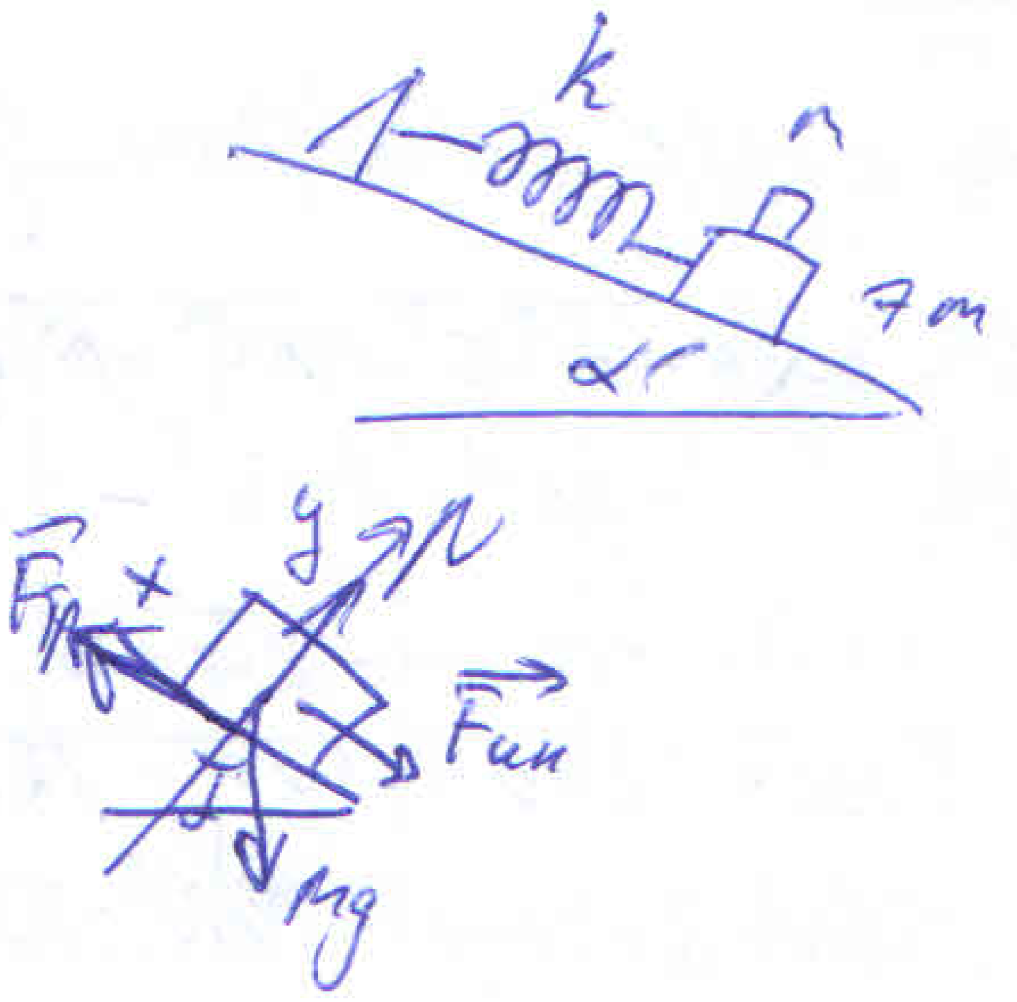
$$\ddot x_0 = -\frac{(m_2+m_3)g}{m_1}$$

Ответ: $T_1 = (m_2+m_3)g = 60$ Н, вверх, $|\ddot x_0| = \frac{(m_2+m_3)g}{m_1} = 30\ \frac{м}{с^2}$

8

№3.

Дано:
α
$7m$
m
k
A
μ_{min} - ?



Для того чтобы шайба не проскальзывала, достаточно условия, что она не проскальзывает при максимальном ускорении бруска.

Макс. уск-е
$$\ddot{x}_{max} = -A\omega^2$$
ω в данном случае равна
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{8m}}$$ k – коэфф. квазиупр. силы, $8m$ – общая масса

Тогда $\ddot{x}_{max} = -\frac{Ak}{8m}$

$\ddot{x}_{max}$ действует в крайних положениях бруска (амплитудных)

~~$\ddot{x}_{max}$~~ Распишем ОУД для шайбы в крайнем положении бруса: ~~в положени~~

$\vec{F}_{тр} + \vec{N} + \vec{F}_{ин} + m\vec{g} = 0$, где $F_{ин}$ – сила, действ. на шайбу вследствие ускорения бруса

Ox: $F_{тр} = mg\sin\alpha + F_{ин}$
$$F_{ин} = -m\ddot{x}_{max}$$

$F_{тр} = \mu_{min} mg \cos\alpha$
$$\mu_{min} mg = mg\sin\alpha + \frac{Ak m}{8m}$$
$$\mu_{min} = \sin\alpha + \frac{Ak}{8mg}$$

(то, что брус колеблется на наклонной плоскости, не влияет на период его колебаний)

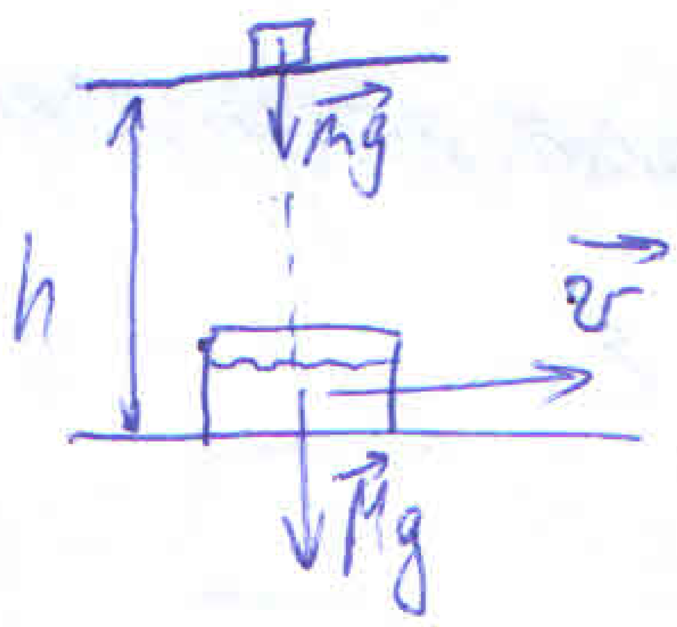
Ответ: $\mu_{min} = \frac{Ak}{8mg} + \sin\alpha$

0,75

8

№4.

Дано:
$m = 2кг$
$h = 20м$
$M = 10кг$



В начальный момент $t=0$ суммарная энергия системы „лунка с песком + камень" была такой:
$$mgh + \frac{Mv^2}{2} = E_1$$

~~$\frac{Mv^2}{2} + mgh = \frac{(M+m)u^2}{2} \Rightarrow u^2 = \frac{Mv^2 + 2mgh}{M+m}$~~
~~$u = \sqrt{\frac{Mv^2 + 2mgh}{M+m}}$~~

По З.С.Э.: $E_1 = E_2$
$$mgh + \frac{Mv^2}{2} = \frac{(M+m)u^2}{2} + Q$$
Q – изм. внутр. энергии. u – новая общая скорость

Импульс, переданный ~~телеге~~ лунку камнем
$$mv_k + Mv = (m+M)u$$, где v_k – скорость камня перед падением

?

$v_к = \sqrt{2gh}$ $\left(\frac{m v_к^2}{2} = mgh\right)$ $u = \frac{m\sqrt{2gh} + Mv}{M+m}$

$mgh + \frac{Mv^2}{2} = \frac{(m+M)u^2}{2} + Q$

$mgh + \frac{Mv^2}{2} = \frac{(m\sqrt{2gh}+Mv)^2}{2(M+m)} + Q$ => $Q = 2mgh(M+m) + Mv^2(M+m) - (m\sqrt{2gh}+Mv)^2 =$

$= 2mghM + \cancel{2m^2gh} + M^2v^2 + Mmv^2 - \cancel{m^2 2gh} - 2\sqrt{2gh}\,mMv - M^2v^2 = 2mghM + Mmv^2 - 2\sqrt{2gh}\,mMv$

$= 2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 10 + 10 \cdot 2 \cdot 36 - 2\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 6 =$

$= 8000 + 7200 - 2400 = 12800$ Дж

0,5 5

Ответ: $Q = 2mghM + Mmv^2 - 2\sqrt{2gh}\,mMv = 12800$ Дж

№ 7

Дано:

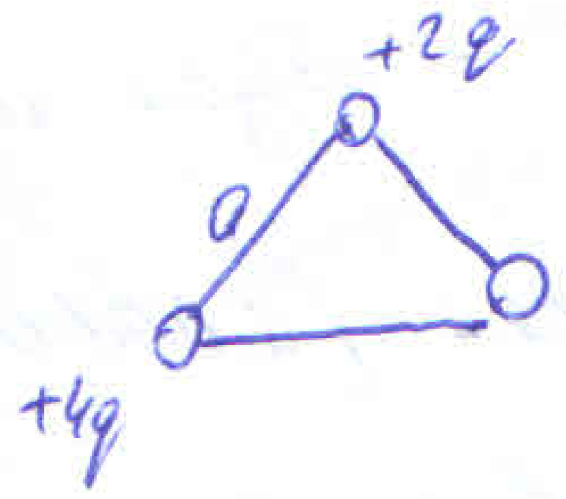
a

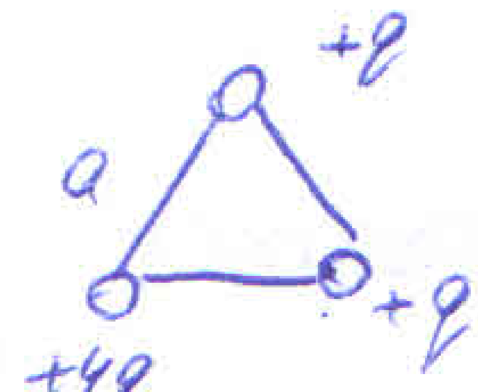
$2q$

$4q$

$W_п - ?$

$t = 0$ $t > 0$





Так как все шарики одинаковые и металлические заряд между двумя соединёнными шариками выравнивается.

Формула энергии взаимодействия между двумя зарядами:

$$W = \frac{k q_1 q_2}{a}$$

Тогда вся потенциальная энергия системы $W_п = W_1 + W_2 + W_3 =$

$$= \frac{k \cdot 4q^2}{a} + \frac{kq^2}{a} + \frac{k \cdot 4q^2}{a} = \frac{9kq^2}{a} = \frac{9q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

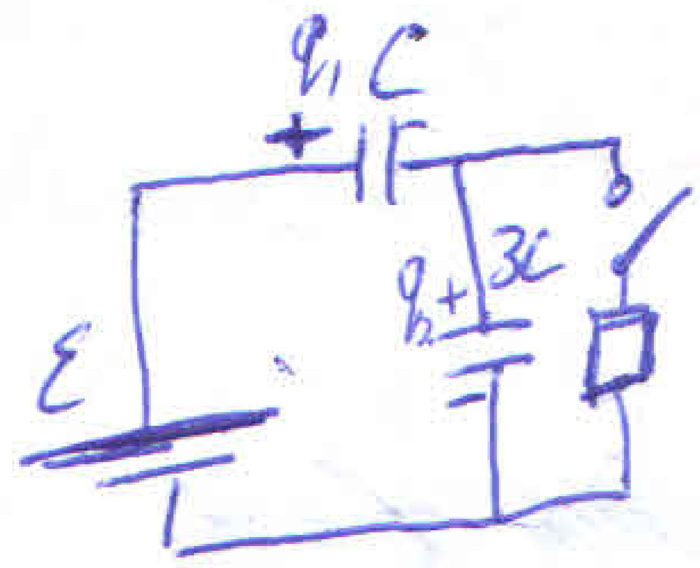
Ответ: $W_п = \frac{9q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$ + 10

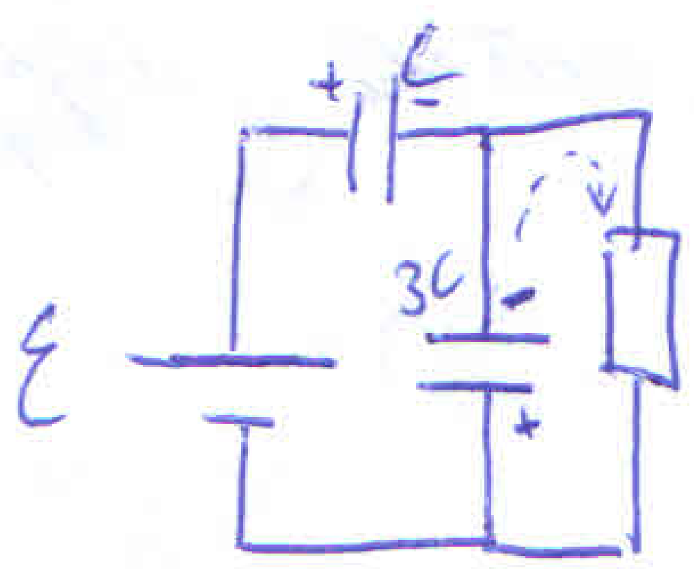
№ 8

Дано:

$\mathcal{E}$

C





~~$q_1 + q_2 = q$ $\mathcal{E} + q_1 C + q_2 3C = 0$~~

$q = 3C \cdot \mathcal{E}$ – заряд, который пройдёт через резистор

$A = \cancel{3C}\, q\,\mathcal{E} =$

$= 3C\mathcal{E}^2 = Q$?

Не знаю

Ответ: $Q = 3C\mathcal{E}^2$

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

119321

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр ____________________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 3

№ 9

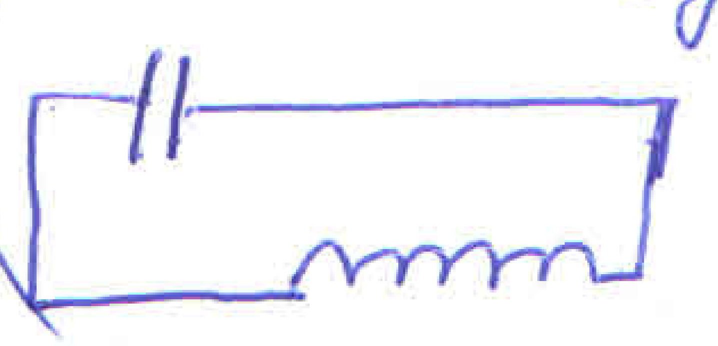
Дано:

$T = 6\pi \cdot 10^{-4}$ с

$I_m = 5$ мА

$I = 3$ мА

$q - ?$



(идеальный LC-контур)

Циклическая частота колебаний $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (*)

$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ (0) Если в $t=0$ $q = q_0$, то $\varphi_0 = 0$

$\dot{q} = I_i = -I_m \sin(\omega t + \varphi_0) = -q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi_0) = -q_0\omega \sin(\omega t)$

Найдём t, когда $\dot{q} = I$

$I = -I_m \sin \omega t$, тогда $\sin \omega t = \frac{I}{I_m} \cdot (-1)$ (1)

Найдём q_0.

$I_m = q_0 \omega \Rightarrow q_0 = \frac{I_m}{\omega}$ (**)

$\cos \omega t = \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$, из (1) $\cos \omega t = \sqrt{1 - \frac{I^2}{I_m^2}}$ (2)

(2) в (0)

$q = q_0 \sqrt{1 - \frac{I^2}{I_m^2}}$ (3)

$q_0 = \frac{I_m}{\omega} = \frac{I_m T}{2\pi}$ (из (*) и (**))

$q = \frac{I_m T}{2\pi} \sqrt{1 - \frac{I^2}{I_m^2}} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 6\pi \cdot 10^{-4}}{2\pi} \sqrt{1 - \frac{9 \cdot 10^{-6}}{25 \cdot 10^{-6}}} =$

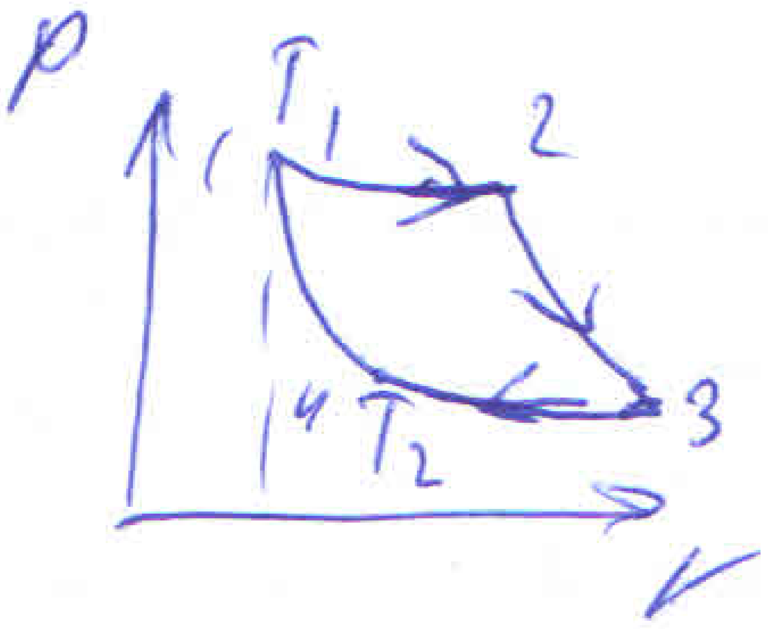
$= 15 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{16}{25}} = 15 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{4}{5} = 12 \cdot 10^{-7}$ Кл

Ответ: $q = \frac{I_m T}{2\pi} \sqrt{1 - \frac{I^2}{I_m^2}} = 12 \cdot 10^{-7}$ Кл

+ 12

№6

Дано:
$\nu = 2$ моль
η
A
$T_x - ?$



т. к. процесс адиабатический, отсутствует теплопередача газа и внешней среды
$Q = 0 \Rightarrow$
(по первому закону термодинамики)
$Q = \Delta U + A$
$A = -\Delta U$

Тогда $A = -\frac{3}{2}\nu R \Delta T$ (изменение внутренней энергии)

$\eta = 1 - \frac{T_x}{T_н}$ – КПД цикла Карно

$A = -\frac{3}{2}\nu R(T_x - T_н)$

Тогда
$T_н \eta = T_н - T_x$
$T_н(\eta - 1) = -T_x$
$T_н = \frac{T_x}{-\eta + 1}$

$A = \frac{3}{2}\nu R(T_н - T_x) = \frac{3}{2}\nu R\left(\frac{T_x}{1-\eta} - T_x\right) =$
$= \frac{3}{2}\nu R T_x\left(\frac{1}{1-\eta} - 1\right) = \frac{3}{2}\nu R T_x\left(\frac{\eta}{1-\eta}\right)$

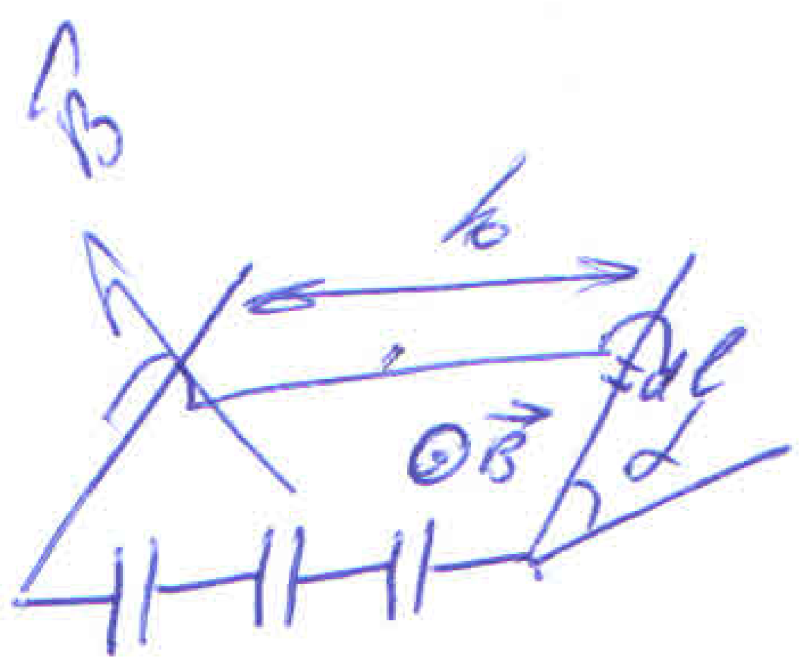
$T_x = \frac{A \cdot 2(1-\eta)}{3\nu R\eta} = \frac{A \cdot 2(1-\eta)}{3 \cdot 2R\eta} = \frac{A(1-\eta)}{3R\eta}$

Ответ: $T_x = \frac{A(1-\eta)}{3R\eta}$

+ 10

№10

Дано:
α
b
m
C
B
$a - ?$



$\frac{1}{C_\Sigma} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C}$ $\quad C_\Sigma = \frac{C}{3}$

$\mathcal{E}_i = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \left|-\frac{B\,dS}{dt}\right| = \left|-B\,at\,b\right|$

$dS = b\frac{dl}{dt} = bat$

$l = l_0 + \frac{at^2}{2}$ $\quad \frac{dl}{dt} = at$

0 3