+ Ласточкин (?)

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

119278

Шифр ______________________
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету физика
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Степенко Татьяна Владимировна

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Москва, ГБОУ СОШ №293 им. А. Т. Твардовского

Регистрационный номер ШМ2061

Вариант задания 1

Дата проведения "19" марта 2017 г.

$\vec{F}_{упр_1} + m_1\vec{g}$

Подпись участника ______________

58 пятьдесят восемь

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
8	8	8	0	10	0	3	3	12	6	58

119278

Шифр ____________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

278

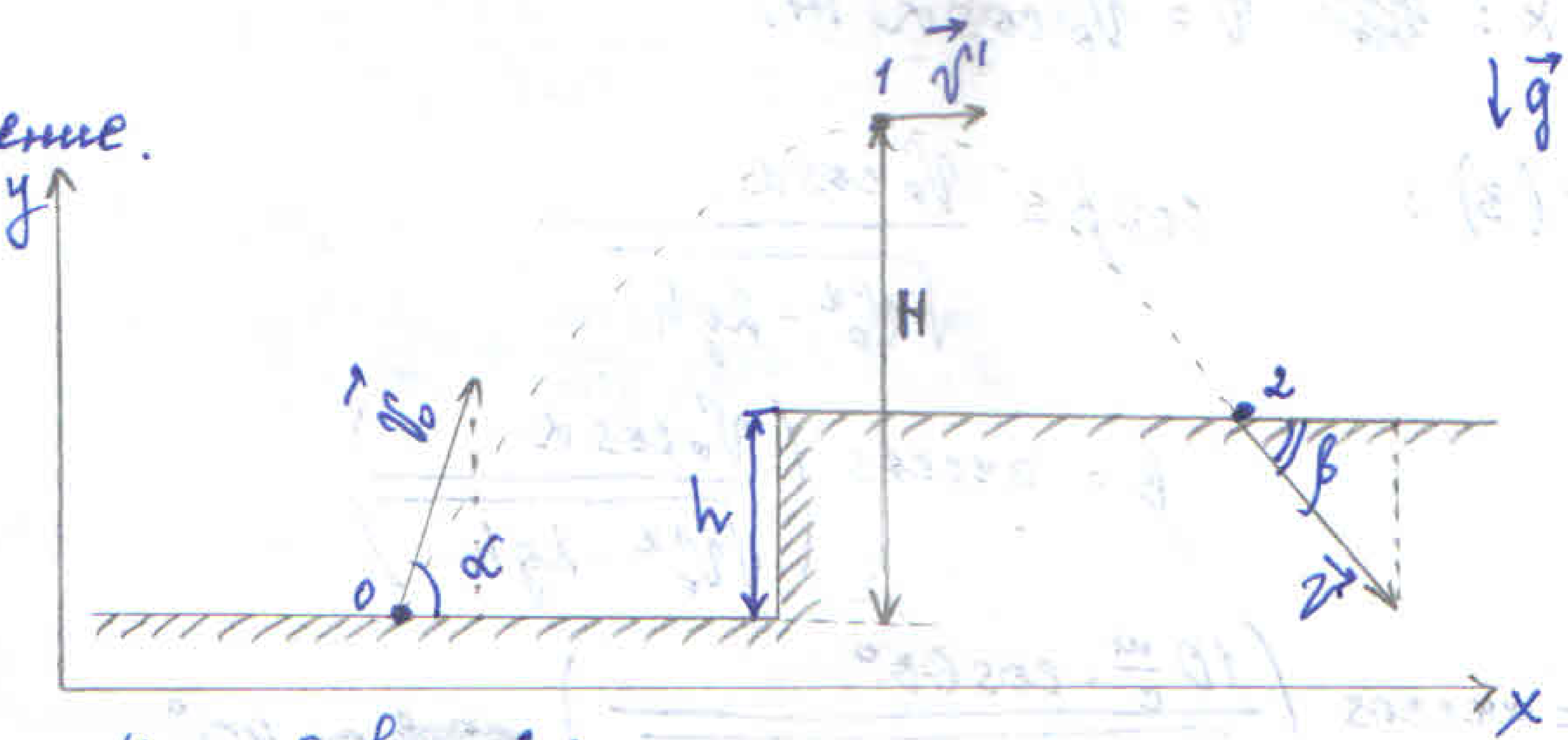
Вариант № 1

Задача 1.

Дано:
$\alpha = 60°$
$v_0 = 10\ \frac{м}{с}$
$h = 2\ м$
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

β - ?

Решение.



1. Из т.0 в т.2: По закону сохранения энергии:

$E_{k_0} + E_{p_0} = E_{k_2} + E_{p_2}$

$\frac{\cancel{m} v_0^2}{2} = \cancel{m} g h + \frac{\cancel{m} v^2}{2}$

$\frac{v_0^2}{2} = gh + \frac{v^2}{2}$ +

$v_0^2 - 2gh = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$ (1)

2. Из т.1 в т.2:

$v_y = v_y' + a_y t$

на y: $-v \sin\beta = -gt$

$v \sin\beta = gt \Rightarrow \sin\beta = \frac{gt}{v}$

2. Из т.0 в т.1:

v' - скорость тела в высшей точке подъёма.

$H = \frac{v_y'^2 - v_{0y}^2}{2a_y}$ на y: $H = \frac{-v_0^2 \sin^2\alpha}{-2g}$

$H = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$ (2)

3. Из т.1 в т.2:

$v_x = v_x' + a_x t$ на x: $v \cos\beta = v' \Rightarrow \cos\beta = \frac{v'}{v}$ (3) +

По закону сохранения энергии:

$\cancel{m} g H + \frac{\cancel{m} v'^2}{2} = \cancel{m} g h + \frac{\cancel{m} v^2}{2}$

$v'^2 = v^2 + 2gh - 2gH$

$v' = \sqrt{v^2 + 2gh - 2gH}$ (4)

(1) и (2) → (4):

$$v' = \sqrt{v_0^2 - \cancel{2gh} + \cancel{2gh} - \cancel{2g}\cdot\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{\cancel{2g}}} = \sqrt{v_0^2(1-\sin^2\alpha)} = \sqrt{v_0^2\cos^2\alpha} = v_0\cos\alpha$$

4. Из т. 0 в т. 1:

$v'_x = v_{0x} + a_x t$

на x: $v' = v_0\cos\alpha$ (4)

(1) и (4) → (3): $\cos\beta = \dfrac{v_0\cos\alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}$

$$\beta = \arccos\left(\frac{v_0\cos\alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}\right)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{10\,\frac{м}{с}\cdot\cos 60^\circ}{\sqrt{(10\,\frac{м}{с})^2 - 2\cdot 10\,\frac{м}{с^2}\cdot 2м}}\right) \approx 40^\circ.$$

Ответ: $\beta \approx 40^\circ$.

Задача 2.

Дано:

$m_1 = 5$ кг

$m_2 = 1$ кг

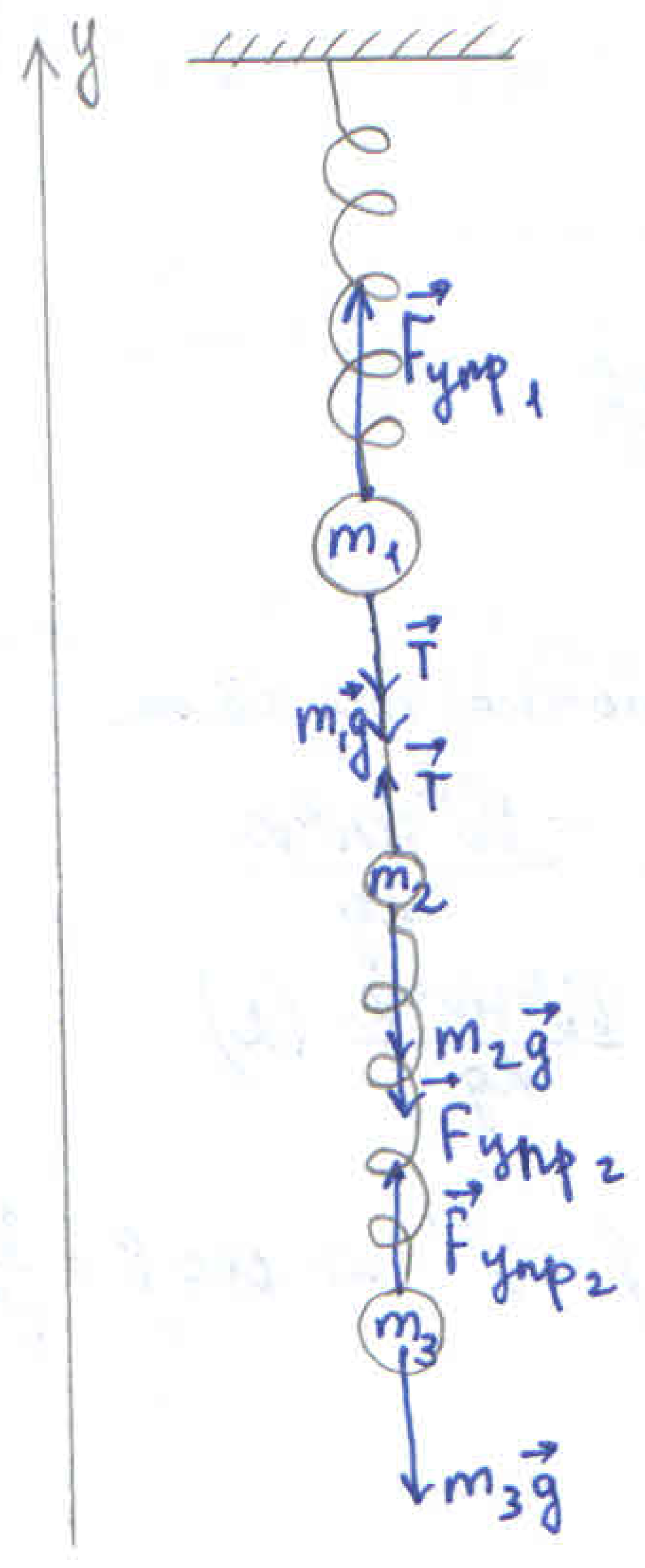
$m_3 = 2$ кг

$g = 10\,\frac{м}{с^2}$

а) T - ?

б) $\vec a_1$ - ?

Решение.



а) ~~По первому условию равновесия~~ Для всей системы:

$\vec F_{упр_1} + m_1\vec g + \vec T + \vec T + m_2\vec g + F_{упр_2} + \vec F_{упр_2} + m_3\vec g = 0$

на y: $F_{упр_1} - m_1 g + \cancel{T} - \cancel{T} - m_2 g + \cancel{F_{упр_2}} - \cancel{F_{упр_2}} - m_3 g = 0$

$F_{упр_1} = m_1 g + m_2 g + m_3 g$ (1)

Для тела массой m_1:

$\vec F_{упр_1} + \vec T + m_1\vec g = 0$

на y: $F_{упр_1} - T - m_1 g = 0$

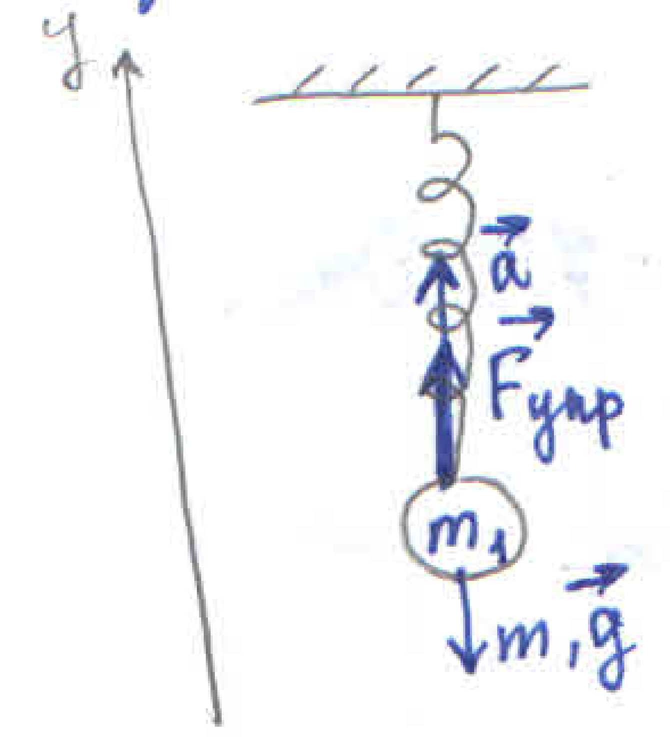
$T = F_{упр_1} - m_1 g$ (2)

(1) → (2): $T = \cancel{m_1 g} + m_2 g + m_3 g - \cancel{m_1 g} = (m_2+$

$T = (1кг + 2кг)\cdot 10\,\frac{м}{с^2} = 30Н.$

~~Ответ.~~

б) Когда нить пережгут:



Т.к. $F_{упр} > m_1 g$, то $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{F}_{упр}$.

По II закону Ньютона:

$$m_1\vec{g} + \vec{F}_{упр} = m_1\vec{a}$$

на y: $F_{упр} - m_1 g = m_1 a$

$$a = \frac{F_{упр}}{m_1} - g$$

$$a = \frac{m_1 g + m_2 g + m_3 g}{m_1} - g = g\left(1 + \frac{m_2}{m_1} + \frac{m_3}{m_1}\right) - g =$$

$$= g\left(\cancel{1} + \frac{m_2}{m_1} + \frac{m_3}{m_1} - \cancel{1}\right) = g\left(\frac{m_2}{m_1} + \frac{m_3}{m_1}\right).$$

$$a = 10\,\frac{м}{с^2}\left(\frac{1\,кг}{5\,кг} + \frac{2\,кг}{5\,кг}\right) = 6\,\frac{м}{с^2}.$$

Ответ: $T = (m_2 + m_3)g$; $T = 30\,Н$

$a = g\left(\frac{m_2}{m_1} + \frac{m_3}{m_1}\right)$; $a = 6\,\frac{м}{с^2}$.

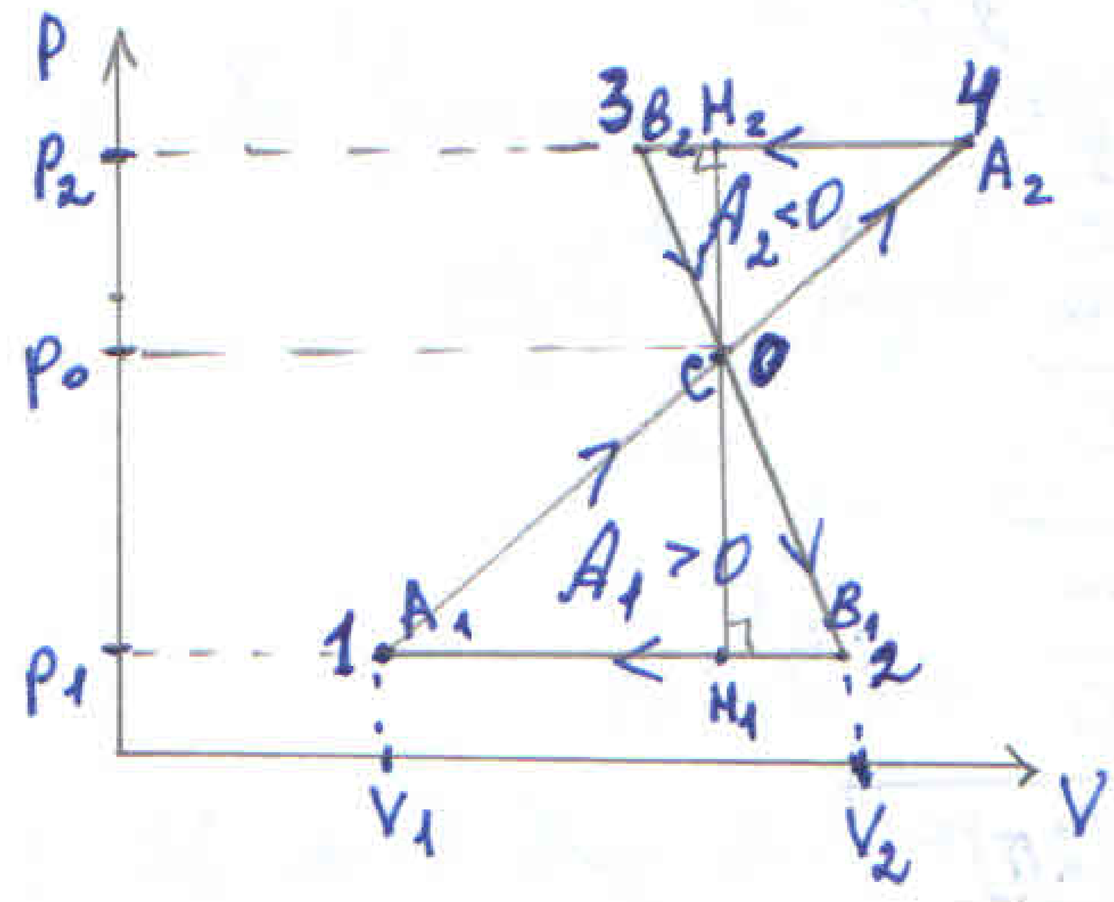
+ +

Задача 5.

Дано:
~~процесс~~ цикл
1-4-3-2-1
$p_1 = 10^5\,Па$
$p_0 = 3\cdot10^5\,Па$
$p_2 = 4\cdot10^5\,Па$
$V_2 - V_1 = 10\,л = 10^{-2}\,м^3$

A - ?

Решение.



$A \overset{числ.}{=} S_{фигуры}$ в сист. $p(V)$.

Данный процесс можно разделить на два процесса:

$1 \to 0 \to 2 \to 1$: $A_1 > 0$ (т.к. цикл по час. стрелке)

$0 \to 4 \to 3 \to 0$: $A_2 < 0$ (т.к. цикл против час. стрелки, работа над газом)

$A = A_1 - A_2$.

$A_1 \overset{числ.}{=} \frac{1}{2}\cdot CH_1 \cdot A_1B_1$; $A_2 \overset{числ.}{=} \frac{1}{2} CH_2 \cdot A_2B_2$

$A_1 \overset{числ.}{=} \frac{1}{2}(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)$

Рассм. $\triangle A_1B_1C$ и $\triangle A_2B_2C$: $\angle A_1CB_1 = \angle A_2CB_2$ как вертик.
$\angle A_1B_1C = \angle A_2B_2C$ (т.к. $A_1B_1 \parallel A_2B_2$ по усл.)

Сл-но, $\triangle A_1B_1C \sim \triangle A_2B_2C$,

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{CH_1}{CH_2}\right)^2 \Rightarrow S_2 = S_1\cdot\frac{CH_2^2}{CH_1^2}$$

$$A_2 \overset{числ.}{=} S_2 = \frac{1}{2}(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)\cdot\frac{(p_2 - p_0)^2}{(p_0 - p_1)^2}$$

Тогда $A = \frac{1}{2}(p_0 - p_1)(V_2 - V_1) - \frac{1}{2}(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)\cdot\frac{(p_2 - p_0)^2}{(p_0 - p_1)^2} = \frac{1}{2}(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)\left(1 - \frac{(p_2 - p_0)^2}{(p_0 - p_1)^2}\right.$

$$A = \frac{1}{2}(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)\left(1 - \left(\frac{p_2 - p_0}{p_0 - p_1}\right)^2\right)$$

$$A = \frac{1}{2}\cdot(3\cdot 10^5 Па - 10^5 Па)\cdot 10^{-2} м^3 \left(1 - \left(\frac{4\cdot 10^5 Па - 3\cdot 10^5 Па}{3\cdot 10^5 Па - 10^5 Па}\right)^2\right) = 750 Дж.$$

Ответ: $A = \frac{1}{2}(p_0 - p_1)(V_2 - V_1)\left(1 - \left(\frac{p_2 - p_0}{p_0 - p_1}\right)^2\right)$; $A = 750$ Дж. +

Задача 9.

Дано:

$T = 2\pi \cdot 10^{-5}$ с

$q = 5\cdot 10^{-9}$ Кл

$I = 0{,}8\cdot 10^{-3}$ А

$I_m - ?$

Решение.

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\Rightarrow LC = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \quad (1)$$

По закону сохранения энергии

$$W_{C\,max} = W_C + W_L = W_{L\,max}$$

$$\frac{LI_m^2}{2} = \frac{LI^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

$$LI_m^2 = LI^2 + \frac{q^2}{C}$$

$$I_m^2 = I^2 + \frac{q^2}{LC}$$

$$I_m = \sqrt{I^2 + \frac{q^2}{LC}} \quad (2)$$

$$(1) \to (2): \quad I_m = \sqrt{I^2 + \frac{q^2(2\pi)^2}{T^2}}$$

$$I_m = \sqrt{(0{,}8\cdot 10^{-3} А)^2 + \frac{(5\cdot 10^{-9} Кл)^2\cdot(2\pi)^2}{(2\pi\cdot 10^{-5} с)^2}} \approx \cancel{9{,}4\cdot 10^{-4} А \approx 94 мА}$$
$$0{,}94\cdot 10^{-3} А = 0{,}94 мА.$$

Ответ: $I_m = \sqrt{I^2 + \frac{q^2(2\pi)^2}{T^2}}$; $I_m = 0{,}94$ мА. +

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр 119278

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 1

Задача 4.

Дано:

$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

$m = 1$ кг

$h = 5$ м

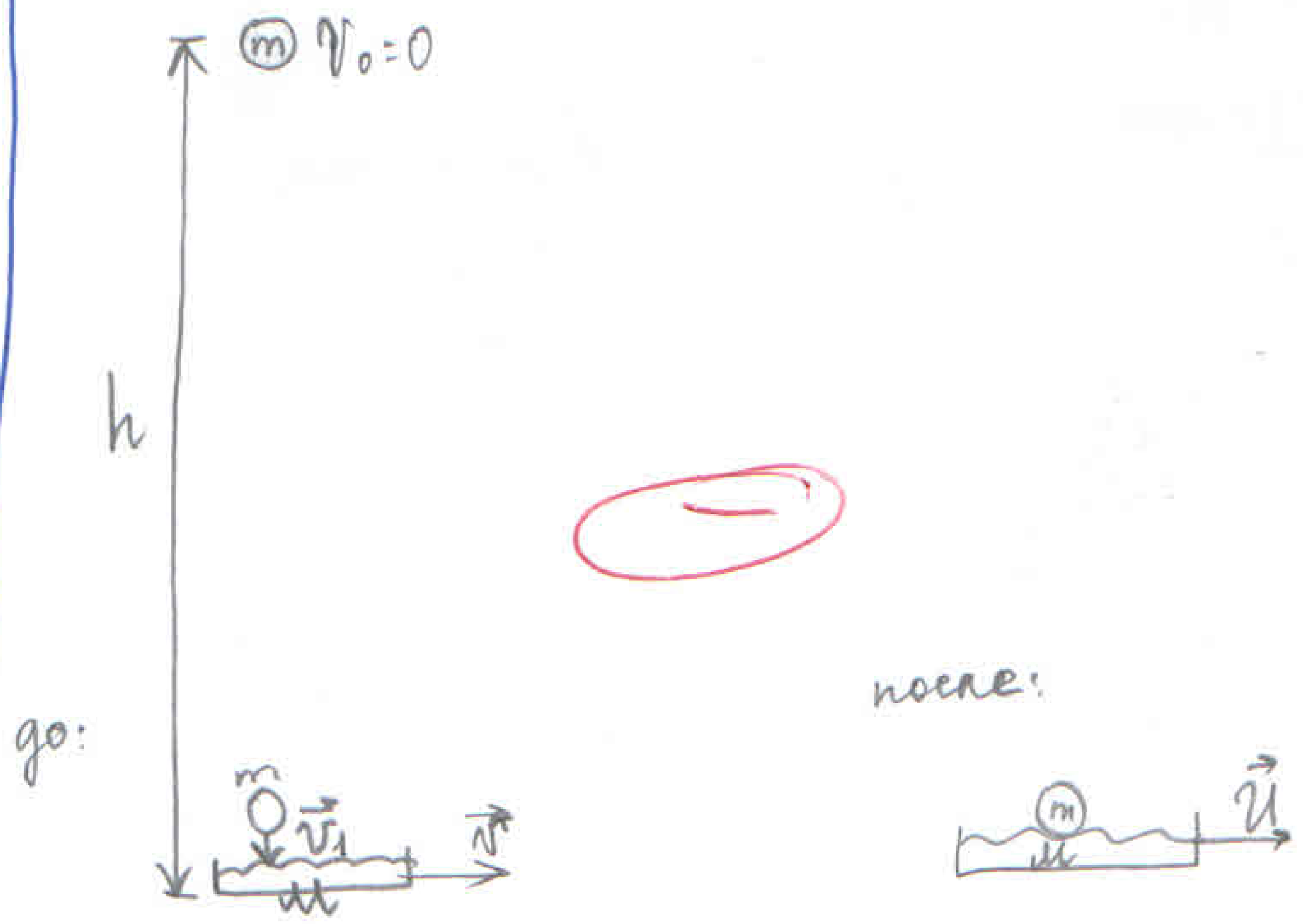
$M = 5$ кг

$V = 6\ \frac{м}{с}$

$V_0 = 0$

$\Delta U - ?$

Решение.



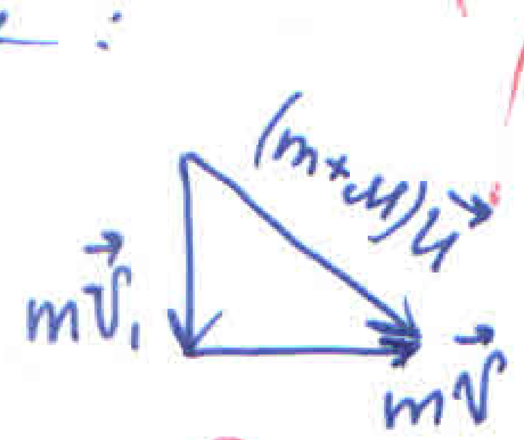
1). По закону сохранения энергии:

$$mgh = \frac{mV_1^2}{2} + Q$$

$$Q = m\left(gh - \frac{V_1^2}{2}\right) \quad (1)$$

2) По з-ну сохранения импульса:

$$m\vec{V_1} + M\vec{V} = (m+M)\vec{U}$$



?

$$mV_1 + mV = (m+M)U$$

$$V_1 = (m+M)U - mV \quad (2)$$

[illegible]!

3) По з-ну сохранения энергии:

$$\frac{MV^2}{2} = \frac{(m+M)U^2}{2}.$$

$$MV^2 = (m+M)U^2$$

$$U = \sqrt{\frac{MV^2}{m+M}} = V\sqrt{\frac{M}{m+M}} \quad (3)$$

$(3) \to (2)$: $V_1 = (m+M)V\sqrt{\frac{M}{m+M}} - mV = V\sqrt{M(m+M)} - mV = V\left(\sqrt{M(m+M)} - m\right)$ (4)

$(4) \to (1)$: $Q = m\left(gh - \frac{V^2\left(\sqrt{M(m+M)} - m\right)^2}{\ldots}\right)$

$$Q = 1кг \cdot \left(10\frac{м}{с^2} \cdot 5м - \frac{\left(6\frac{м}{с}\right)^2\left(\sqrt{5кг \cdot (1кг + 5кг)} - 1кг\right)^2}{2}\right) =$$

$= ?$

Задача 6.

Дано:	Р-ие.
рисунок	$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$
η	$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$
$A_1 = A$	$\eta = \frac{A_{зацикл}}{Q_1} \Rightarrow Q_1 = \frac{A_{зацикл}}{\eta}$
Q_1 - ?	

—

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

119278

Шифр ____________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

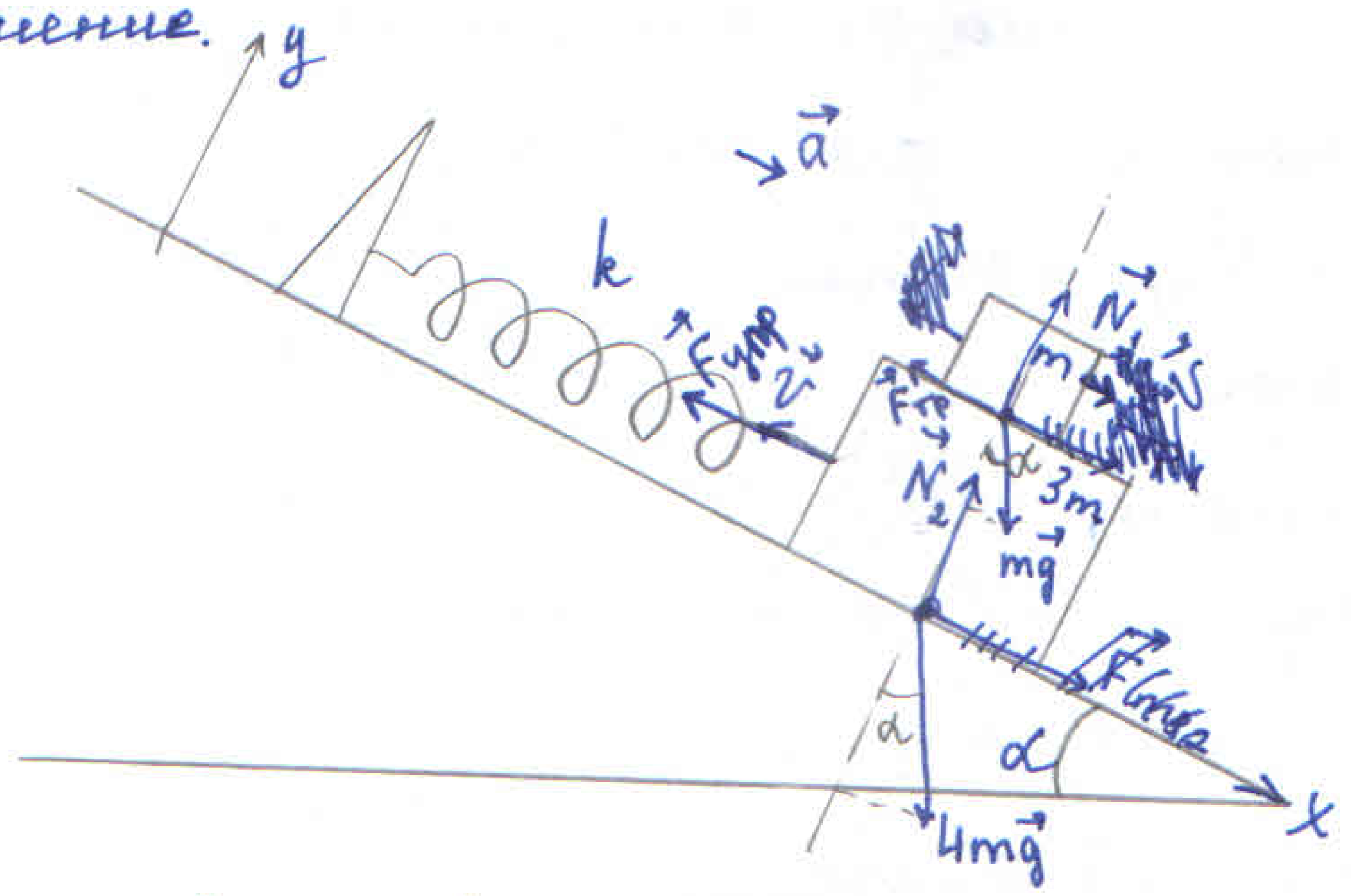
Вариант № 1

Задача 3.

Дано:
α
$3m$
m
k
A

μ - ?

Решение.



$x = A\cos\omega t$

Чтобы шайба не проскальзывала относительно бруска, они должны двигаться с одинаковыми скоростями в каждый момент времени.

Найду ~~амплитуду~~ ускорение системы:

$x' = (A\cos\omega t)' = -A\omega\sin\omega t$

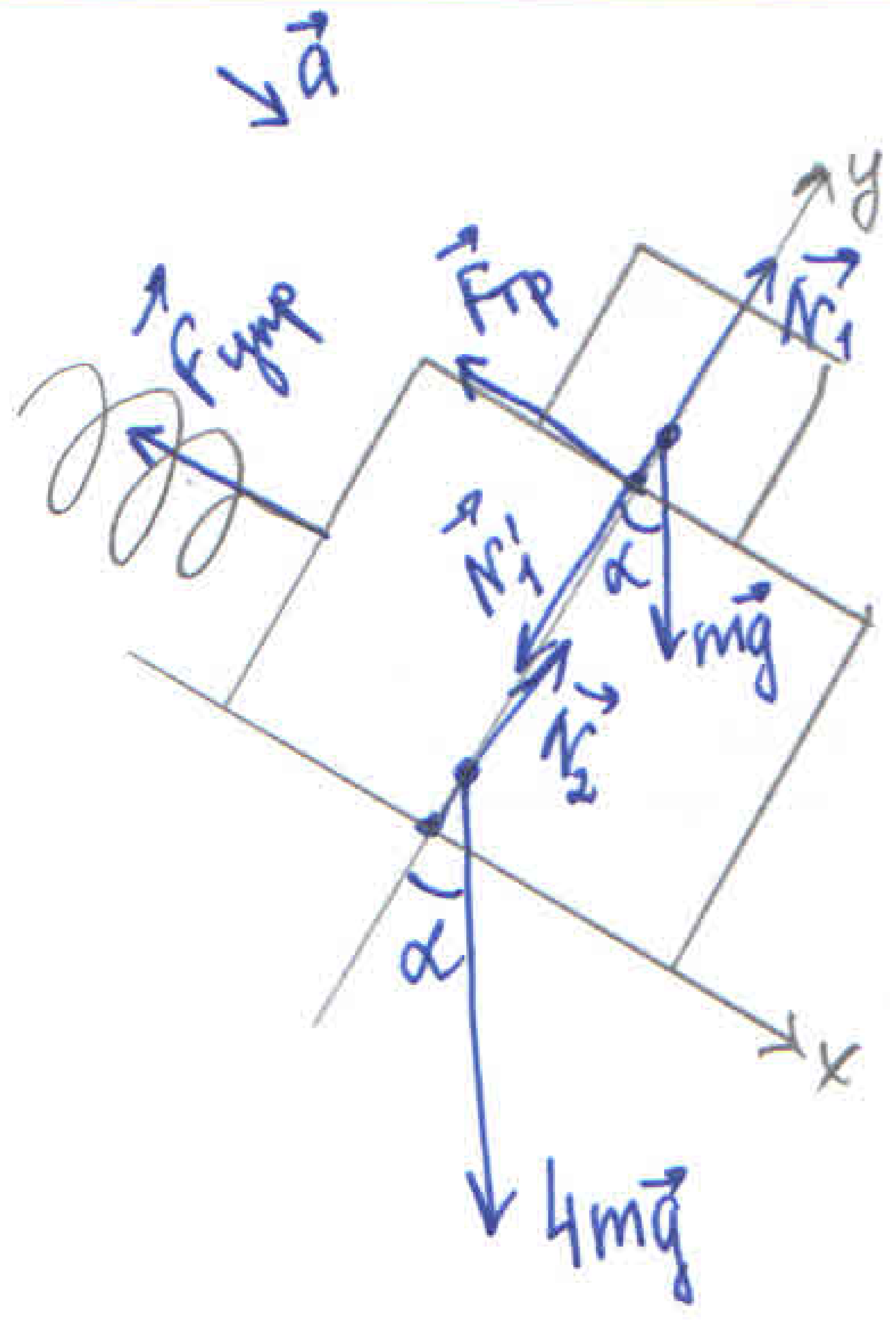
$x'' = (-A\omega\sin\omega t)' = -A\omega^2\cos\omega t$

$a_{max} = A\omega^2.$

$$\left.\begin{array}{l} T=2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}} \\ \nu = \frac{1}{T} \\ \omega = 2\pi\nu \end{array}\right\} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{4m}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Сл-но $a_{max} = A\cdot\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}\right)^2 = \frac{Ak}{4m}.$ (1)

Чтобы шайба не проскальзывала, в момент времени, когда $a = a_{max}$, шайба должна покоиться относительно бруска, т. е. $a_1 = a_2 = a_{max}$



На брусок массой 3m действует со стороны шайбы сила N_1', такая, что:

$$\vec{N}_1' = -\vec{N}_1$$

$$N_1' = N_1 \quad \text{(по III закону Ньютона)}$$

~~Аналогично~~ $\cancel{\vec{N}_2' = -\vec{N}_2}$

По II закону Ньютона для бруска:

$$\vec{N}_2 + 4m\vec{g} + \vec{F}_{упр} + \vec{N}_1' = 4m\vec{a}_{max}$$

на y: $N_2 - 4mg\cos\alpha - N_1' = 0$

$$N_1' = N_2 - 4mg\cos\alpha$$

на x: $4mg\sin\alpha - F_{упр} = 4ma_{max}$

По II закону Ньютона для шайбы:

$$\vec{N}_1 + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}_{max}$$

на y: $N_1 - mg\cos\alpha = 0$

$$N_1 = mg\cos\alpha \quad (2)$$

на x: $mg\sin\alpha - F_{тр} = ma_{max} \quad (3)$

$$F_{тр} = mg\sin\alpha - ma_{max}$$

(2)→(3): $\mu N_1 = mg\sin\alpha - ma_{max}$

$$\mu \cancel{m} g\cos\alpha = \cancel{m} g\sin\alpha - \cancel{m} a_{max}$$

$$\mu = \frac{\cancel{g}\sin\alpha}{\cancel{g}\cos\alpha} - \frac{a_{max}}{g\cos\alpha} = tg\alpha - \frac{a_{max}}{g\cos\alpha}. \quad (4)$$

(1)→(4): $\mu = \dfrac{Ak}{4mg\cos\alpha}$. !

0,75

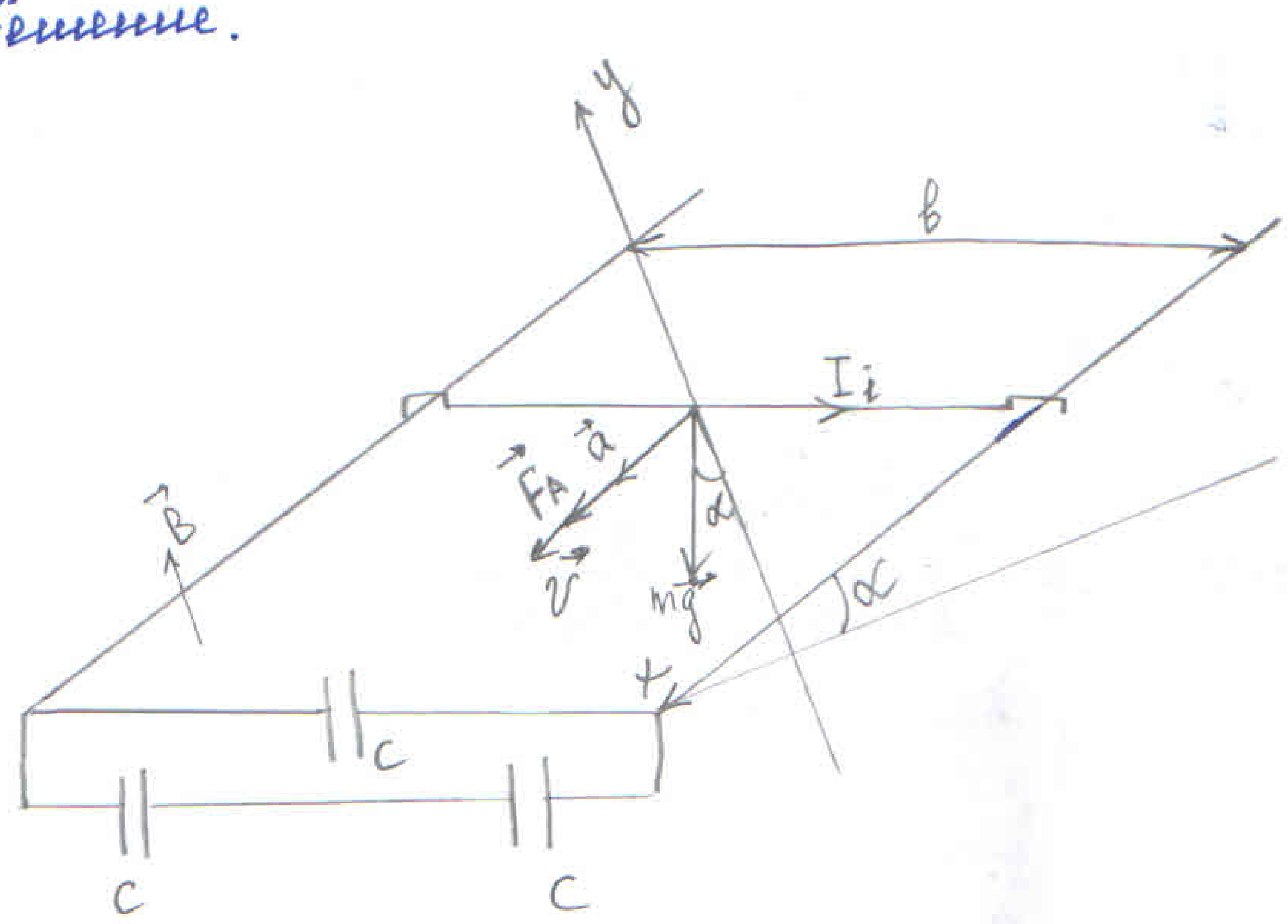
Ответ: $\mu = \dfrac{Ak}{4mg\cos\alpha} + tg\,\alpha$!

Задача 10.

Дано:
α
b
m
C
B
$\vec{B} \perp S$
$R \approx 0$
$L \approx 0$
$F_{тр} \approx 0$

a - ?

Решение.



1) На ~~движущийся~~ проводник в магнитном поле действует сила Ампера F_A, а также $\mathcal{E}_i$.

$F_A = BIb \sin 90° = BIb$ +

$\mathcal{E}_i = BVb \sin 90° = BVb.$ +

По II закону Ньютона

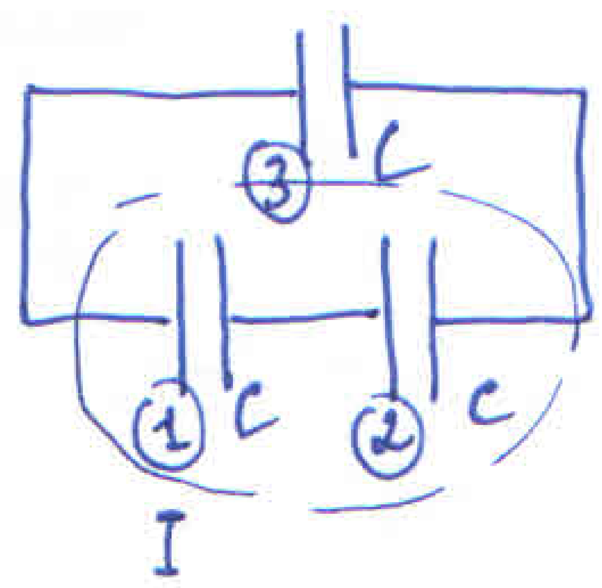
0,5

$\vec{F_A} + m\vec{g} = m\vec{a}$

на x: $F_A + mg \sin\alpha = ma$

$$a = \frac{F_A}{m} + g \sin\alpha. \quad (1)$$

2) Найду напряжение ~~в~~ батареи конденсаторов:



$$\frac{1}{C_I} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_2 + C_1}{C_1 C_2}$$

$$C_I = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}; \quad C_1 = C_2 = C \Rightarrow C_I = \frac{C^2}{2C} = \frac{C}{2}.$$

$$C_{общ} = C + C_I = C + \frac{C}{2} = \frac{3}{2}C.$$ +

~~$q_3 = q$~~

~~$q = q_1 = q_2 = q_I$~~ $q_1 = q_2 = q_I$

$q_{общ} = q_3 + q_I = q + q = 2q.$

$$U_{общ} = \frac{2q \cdot 2}{3C} = \frac{4}{3}\frac{q}{C}. \quad (2)$$

3) $\mathcal{E}_i = U_{общ}$ (т.к. ~~провод~~ перемычка II-на батареи конденсаторов)

$a = ?$

0,

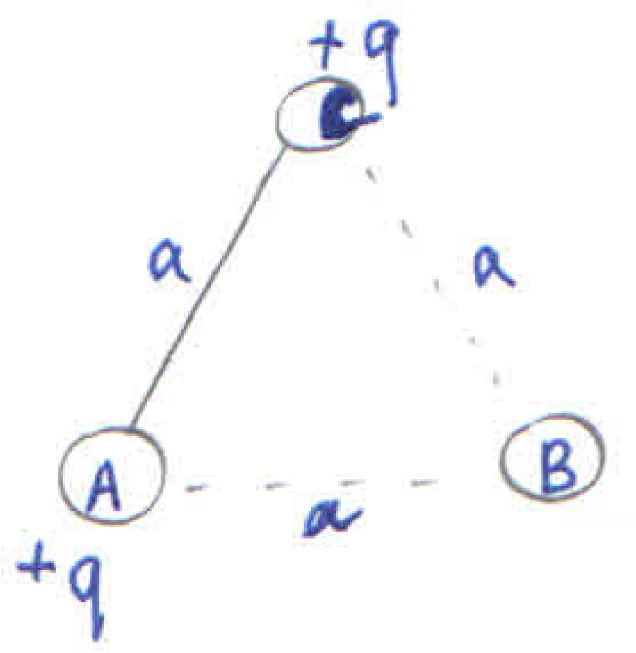
Задача 7.

Дано:
a
q

W_p - ?

Решение.

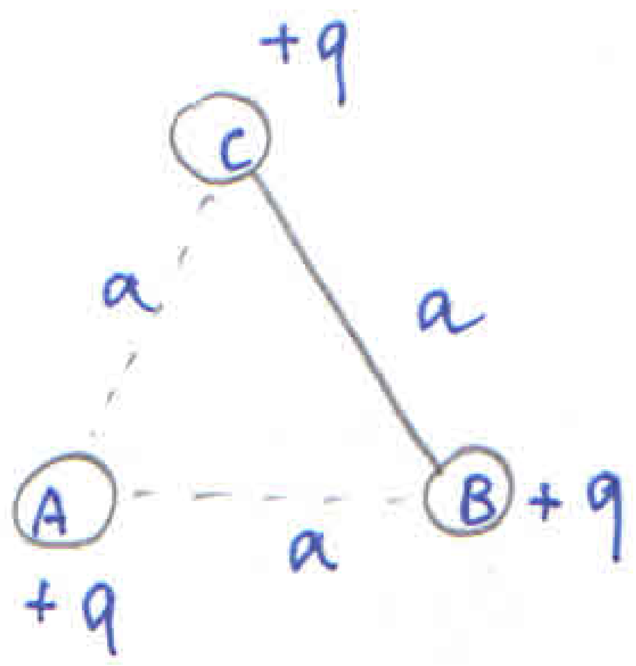
1)



$$W_{pA} = q \cdot \varphi_A = q \cdot \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

q/4

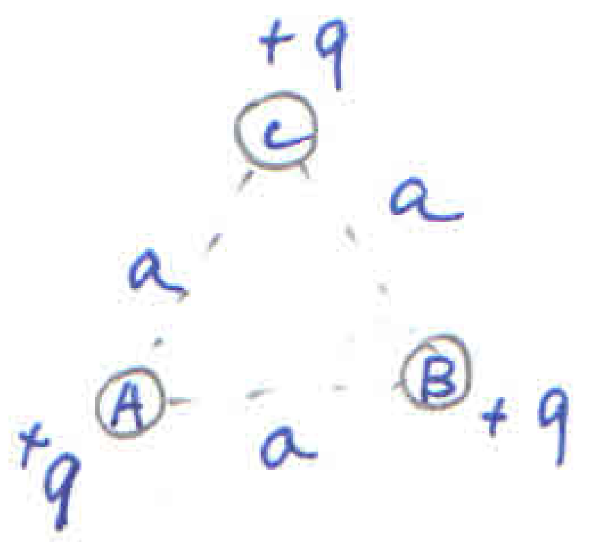
2)



q/2 ! q/4

$$W_{pB} = q \cdot \varphi_B = q \cdot \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\right) = q \cdot \frac{\cancel{2}q}{\underset{2}{\cancel{4}}\pi\varepsilon_0 a} = \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 a}.$$

3)



$$W_{pC} = q \cdot \varphi_C = q\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\right) = \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 a}.$$

0,25

$$W_p = W_{pA} + W_{pB} + W_{pC}$$

$$W_p = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 a} = \frac{5q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

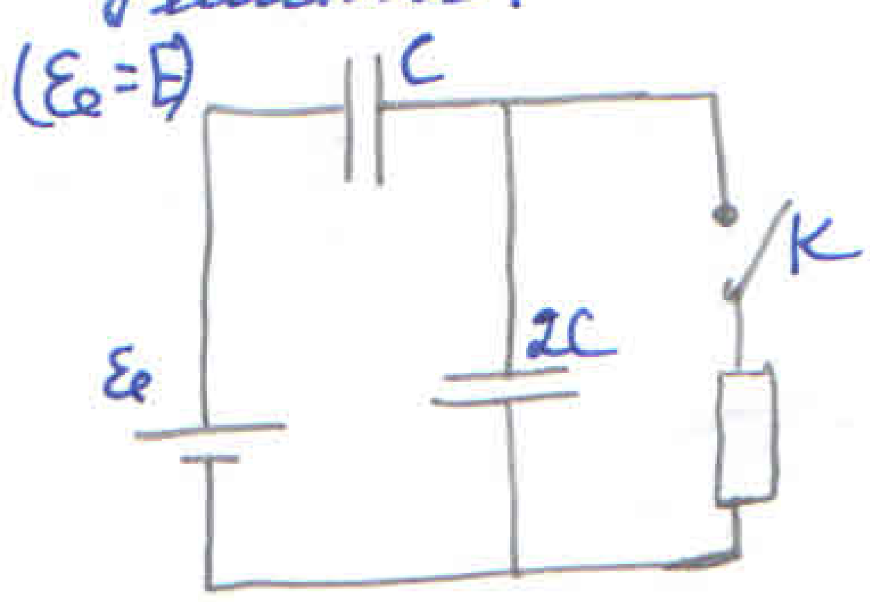
Ответ: $W_p = \frac{5q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}.$

Задача 8.

Дано:
рисунок

Q - ?

Решение.

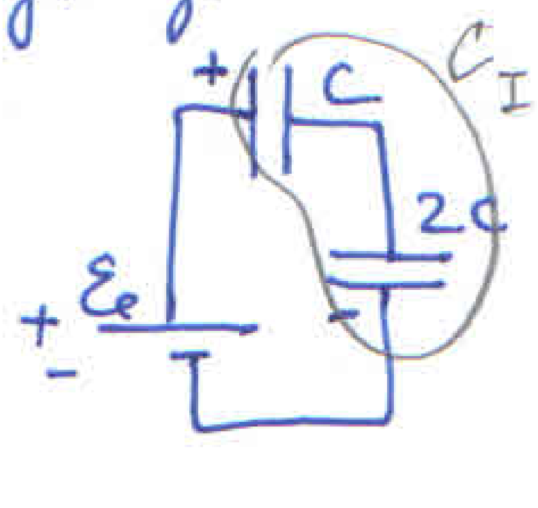


$Q = IUt$

$I \neq const$

0,25

до замыкания:

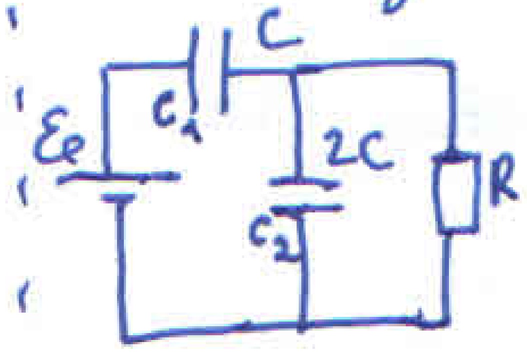


$$C_I = \frac{C \cdot 2C}{C + 2C} = \frac{2C^2}{3C} = \frac{2}{3}C.$$

$$U_{0_I} = \frac{3q}{2C}$$

$$U_0 = \mathcal{E}_e + U_1 = \mathcal{E}_e + \frac{3}{2}\frac{q}{C}.$$

после замыкания:



$U_R = U_{C_2} = \mathcal{E}_e +$

$\frac{q}{2C} = \mathcal{E}_e + \frac{q}{C} = U_R$