

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

119407

Шифр

(заполняется ответственным
секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету физика
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Михальчук Матвей Михайлович

Город, № школы (образовательного учреждения) Москва, ГБОУ Лицей №1580

Регистрационный номер ЦМ 0742

Вариант задания 1

Дата проведения " 19 " марта 20 17 г.

Подпись участника ММ

97 (девяносто семь) ~~шесть~~

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	
8	8	10	10	10	10	10	10	12	9	

Шифр

119407

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

407

≤ 97

Вариант № 1

Дано:

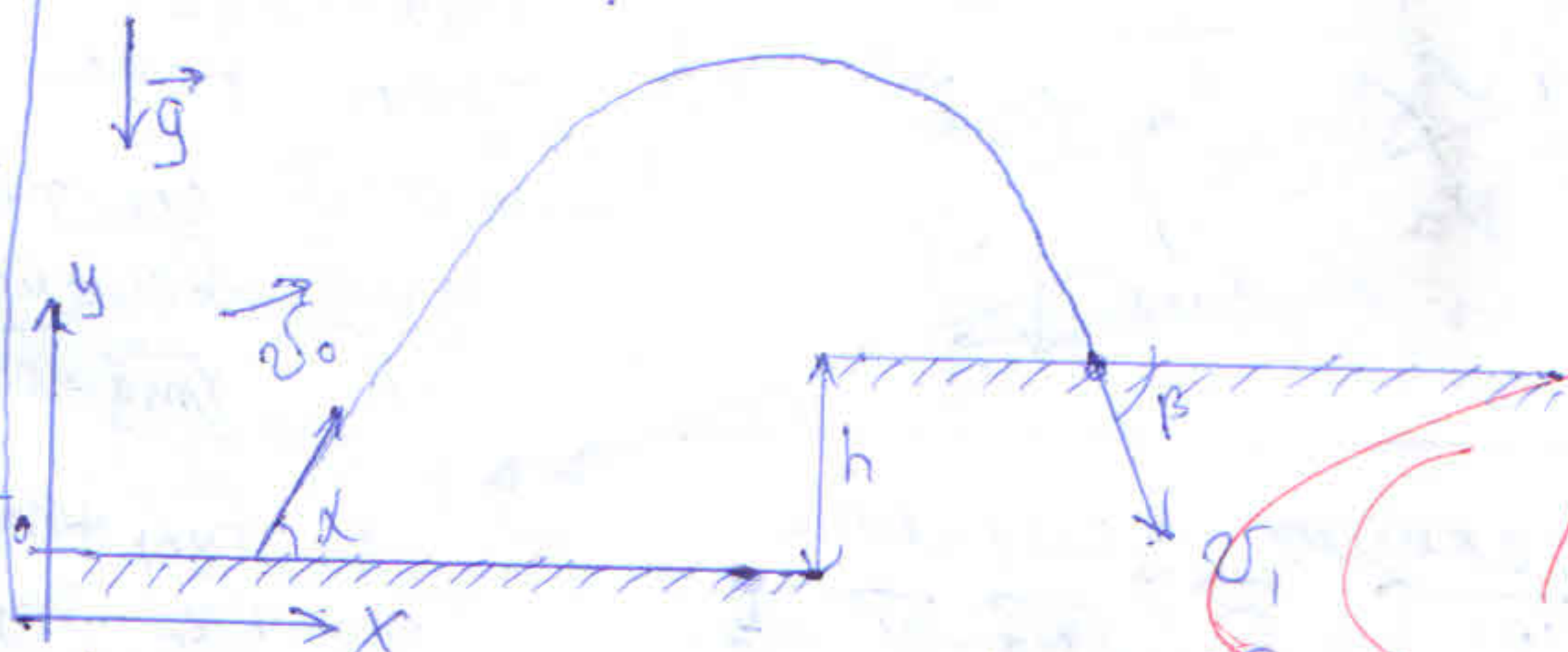
$$\alpha = 60^\circ$$

$$v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$h = 2 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$\beta = ?$



v_1 — скорость тела
перед падением
на ступеньку.

Падение
вниз!

Нет горизонтальных сил $\Rightarrow v_x = \text{const} \Rightarrow v_0 \cos \alpha = v_1 \cos \beta$ (1)

$y(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$, пусть время полёта τ : $y(\tau) = h = v_0 \tau \sin \alpha - \frac{g\tau^2}{2}$

По закону сохранения энергии: $\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv_1^2}{2}$

отсюда $v_1^2 = v_0^2 - 2gh$, подставляем в (1):

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}}; \beta = \arccos \left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}} \right)$$

$$\beta = \arccos \left(\frac{10}{\sqrt{100 - 40}} \cdot \frac{1}{2} \right) = \arccos \left(\frac{5}{\sqrt{60}} \right) = \arccos \left(\frac{5}{2\sqrt{15}} \right) = \arccos 0,65$$

Ответ: $\beta = \arccos \left(\frac{v_0 \cos \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2gh}} \right)$; $\beta \approx \arccos(0,65)$

Дано:

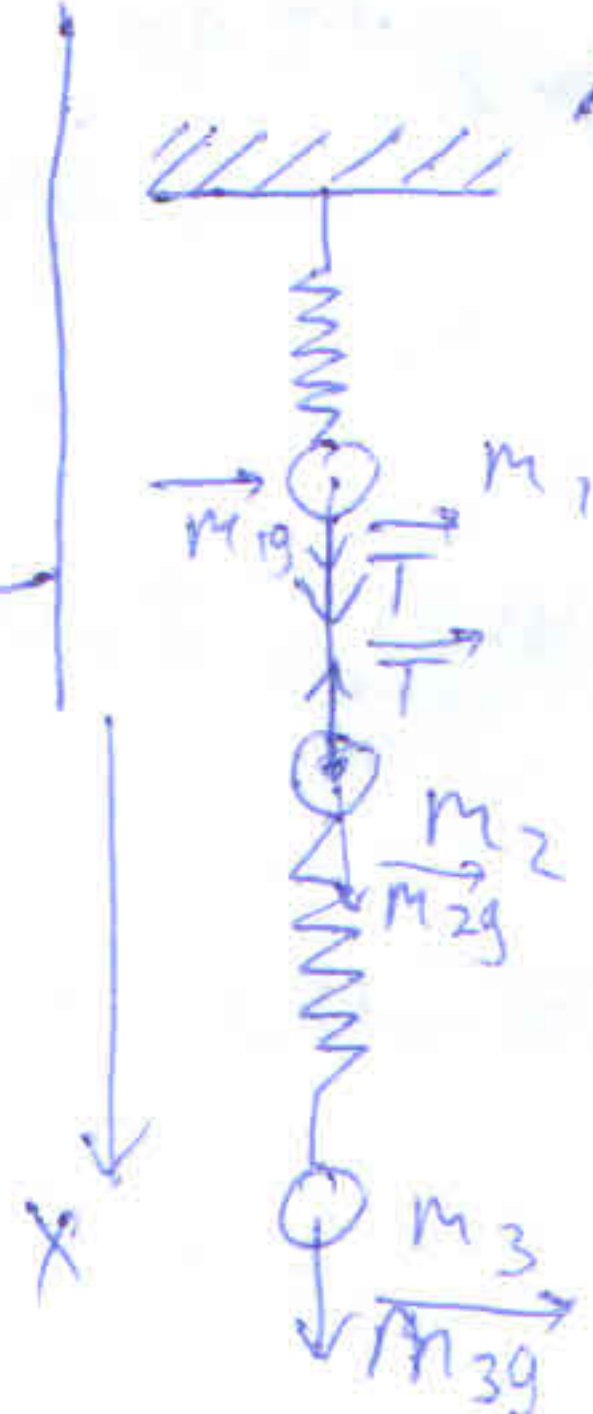
$$m_1 = 5 \text{ кг}$$

$$m_2 = 1 \text{ кг}$$

$$m_3 = 2 \text{ кг}$$

$T = ?$

$a = ?$



N2

для двух нижних шаров $\vec{T} + \vec{m}_2 \vec{g} + \vec{m}_3 \vec{g} = \vec{0}$

$$x: T - (m_2 + m_3)g = 0 \Rightarrow T = (m_2 + m_3)g$$

до пережигания

После:

до пережигания:

$$x: \vec{T} + \vec{m}_1 \vec{g} + \vec{F}_{\text{упр}} = \vec{0} \Leftrightarrow F_{\text{упр}} = T + m_1 g$$

$$\text{после жгания: } F_{\text{упр}} + m_1 g = m_1 a$$

$$x: m_1 g - F_{\text{упр}} = m_1 a$$

$$m_1 g - T - m_1 g = m_1 a$$

$$-(m_2 + m_3)g = m_1 a \Rightarrow \text{ускорение вверх}$$

$$a = |a_x| = \frac{(m_2 + m_3)g}{m_1}$$

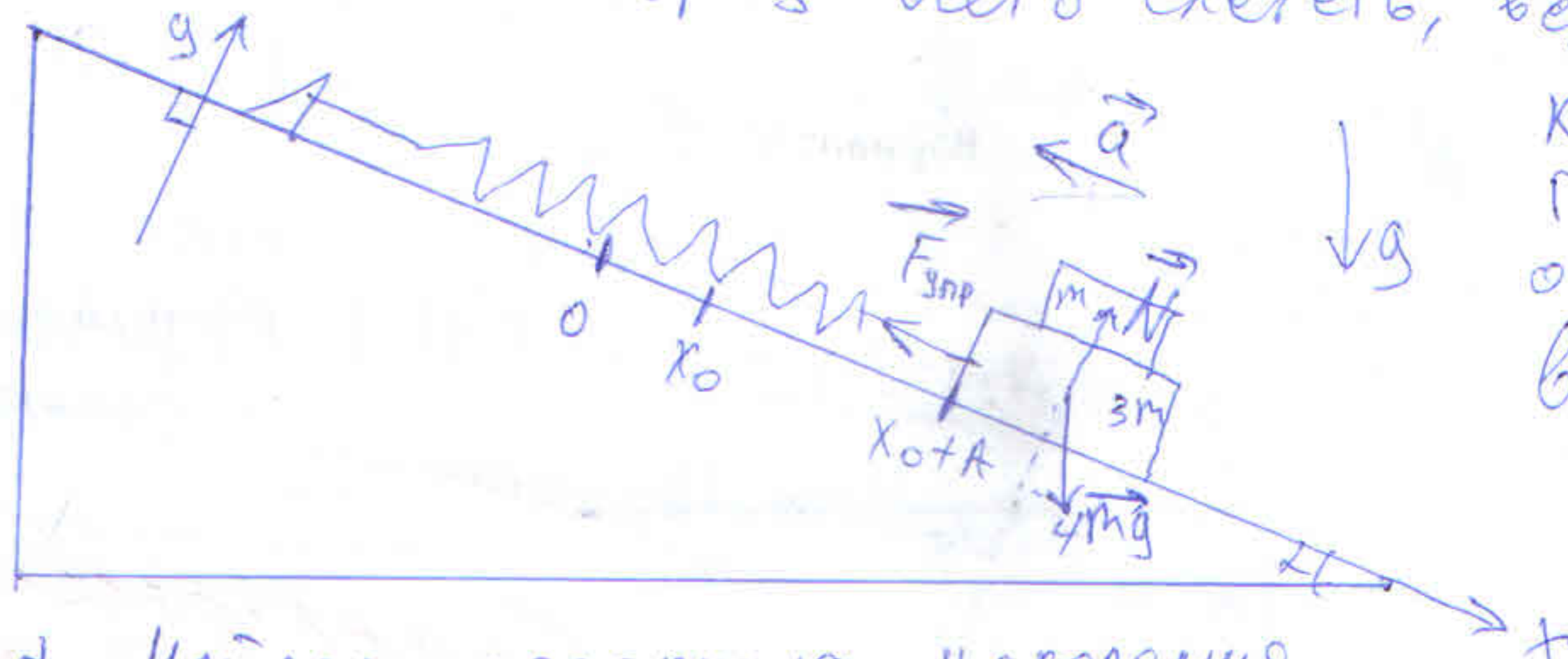
$$T = 3 \cdot 10 \text{ Н} = 30 \text{ Н}; a = \frac{3}{5} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $T = (m_2 + m_3)g$, $T = 30 \text{ Н}$; $a = \frac{m_2 + m_3}{m_1}g$, $a = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дано:
 $\alpha; m; k; A$

$\mu = \mu_{\min} - ?$

Максимальное ускорение в амплитудном положении,
Будем рассматривать нижнее амплитудное положение
в нем шайбе проще всего слететь, ведь g направлено в



колебания
происходят
около точки x_0 ,
в ней система
уравновешена:

$$F_{\text{ср}} + mg + N = 0$$

$$x: -F_{\text{ср}} + mg \sin \alpha$$

$$F_{\text{ср}} = kx_0 \Rightarrow x_0 = \frac{mg \sin \alpha}{k}$$

$$x_0 = \frac{4mg}{k} \sin \alpha. \text{ Найдем проекцию ускорения}$$

$$\text{на } x \text{ в ампл. положении: } 4ma = F_{\text{ср}} + mg + N$$

$$x: -4ma_x = k(x_0 + A) + mg \sin \alpha$$

$$-4ma_x = 4mg \sin \alpha + kA + mg \sin \alpha \Leftrightarrow -4ma_x = 5mg \sin \alpha + kA$$

$$a_x = -\frac{5}{4}g \sin \alpha - \frac{kA}{4m}$$

$$\text{где можно бы: } F_{\text{тр}} + N_1 + mg = ma$$

$$\begin{cases} x: -F_{\text{тр}} + mg \sin \alpha = ma_x \\ y: N_1 \cos \alpha - mg \cos \alpha = ma_y = 0 \\ F_{\text{тр}} = \mu N_1 \end{cases}$$

$$ma_x = -\frac{5}{4}mg \sin \alpha - \frac{kA}{4}$$

$$a_x = -\frac{5}{4}g \sin \alpha - \frac{kA}{4m}$$

$$-\mu N_1 + mg \sin \alpha = -\frac{5}{4}mg \sin \alpha$$

$$N_1 = mg \cos \alpha$$

$$-\mu mg \cos \alpha = -\frac{5}{4}mg \sin \alpha$$

$$\mu = \frac{5}{4} \tan \alpha + \frac{kA}{4mg \cos \alpha}$$

$$-\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = -\frac{kA}{4}$$

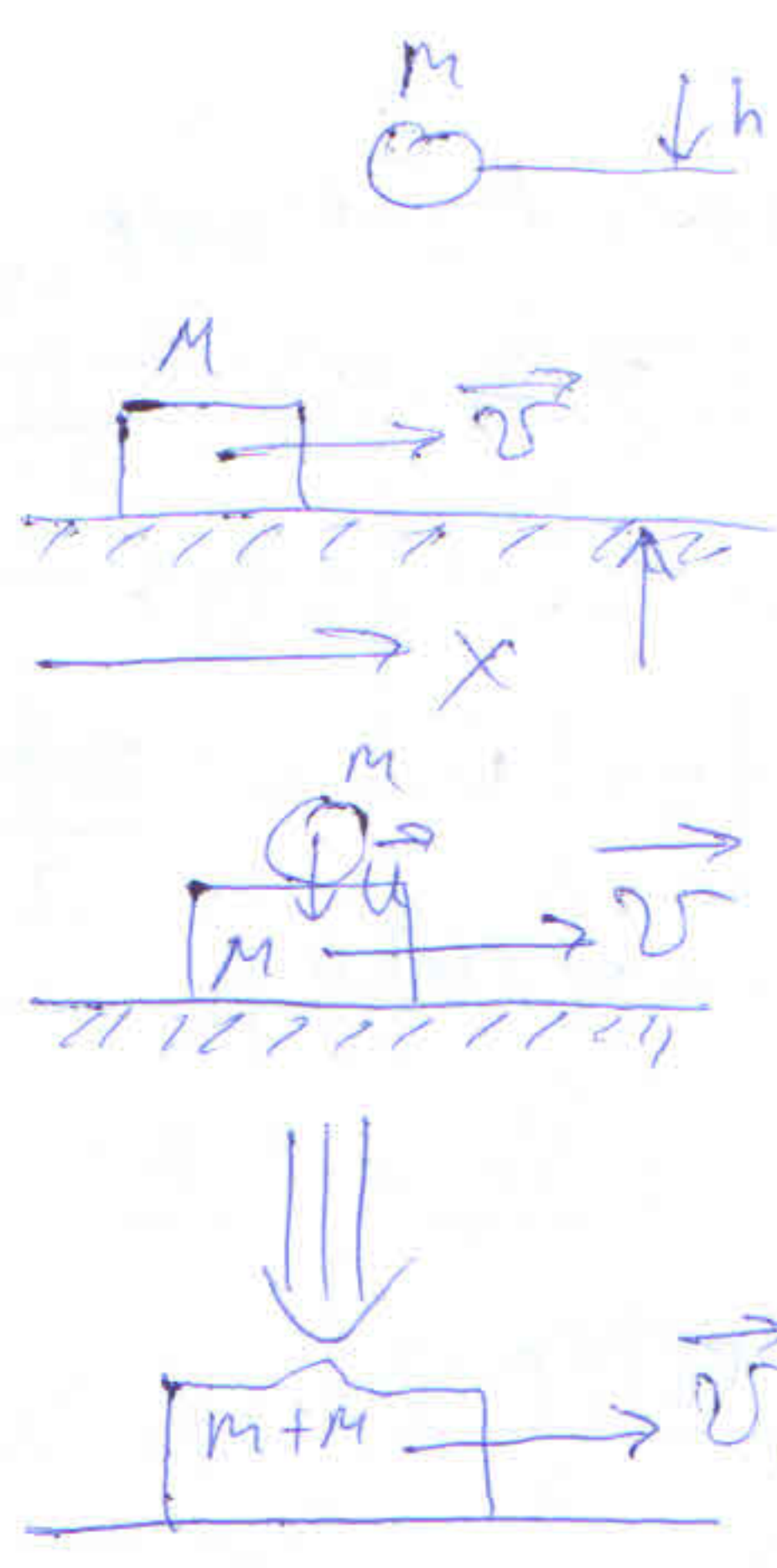
$$\mu mg \cos \alpha = \frac{kA}{4} + mg \sin \alpha$$

$$\mu = \frac{kA}{4mg \cos \alpha} + \tan \alpha$$

Ответ: $\mu = \frac{5}{4} \tan \alpha + \frac{kA}{4mg \cos \alpha}$

Ответ: $\mu = \tan \alpha + \frac{kA}{4mg \cos \alpha}$

Дано:
 $m = 1 \text{ кг.}$
 $h = 5 \text{ м}$
 $M = 5 \text{ кг.}$
 $v = 6 \text{ м/с}$
 $\Delta U = ?$
 ↑
 изменение
 вн. энергии



Найдем скорость u и перед касанием. По закону сохранения энергии: $mgh = \frac{mu^2}{2}$
 $u = \sqrt{2gh}$

По закону сохранения импульса:

$$mu + Mv = (m+M)v_1$$

$$x: Mv = m + Mv_1 \Rightarrow v_1 = \frac{M}{m+M} v$$

y : не имеет смысла т.к. снизу плоскость, эта энергия уйдет в тепло.

~~$$E_{к.к.} - E_{к.к.} = \Delta U$$~~

↑
 Кинетическая
 э.м. системы
 начальная
 ↑
 конечная.

~~$$E_{кн} = \frac{m \cdot 0^2}{2} + \frac{Mv^2}{2}$$~~

~~$$E_{к.к.} = \frac{m+M}{2} v_1^2 = \frac{(m+M)}{2} \frac{M^2 v^2}{(m+M)^2} = \frac{M^2 v^2}{2(m+M)}$$~~

~~$$\Delta U = \left(\frac{Mv^2}{2} - \frac{M^2 v^2}{2(m+M)} \right) = \frac{v^2}{2} \left(M - \frac{M^2}{(m+M)} \right) = \frac{v^2}{2} \left(\frac{M^2}{m+M} - M \right)$$~~

~~$$\Delta U = 18 \left(\frac{25}{6} - 5 \right)$$~~

~~$$\Delta U = \frac{Mv^2}{2} - \frac{M^2 v^2}{2(m+M)} = \frac{Mv^2}{2} \left(1 - \frac{M}{(m+M)} \right) = \frac{Mv^2}{2} \left(\frac{m}{m+M} \right)$$~~

~~$$\Delta U = \frac{m^2 v^2}{2(m+M)} \quad \Delta U = \frac{36}{2 \cdot 6} \text{ Дж} = 3 \text{ Дж}$$~~

Ответ: $\Delta U = \frac{m^2 v^2}{2(m+M)}$

$\Delta U = E_H - E_K$
 ↑
 энергия системы в начале
 в конце

$$E_H = mgh + \frac{Mv^2}{2}$$

$$E_K = \frac{(m+M)v_1^2}{2} = \frac{M^2 v^2}{2(m+M)}$$

$$\Delta U = mgh + \frac{Mv^2}{2} - \frac{M^2 v^2}{2(m+M)}$$

$$\Delta U = mgh + \frac{Mm v^2}{2(m+M)}; \Delta U = 5 \cdot 10 \text{ Дж} + \frac{5 \cdot 36 \text{ Дж}}{2 \cdot 6} = 50 \text{ Дж} + 15 \text{ Дж} = 65 \text{ Дж}$$

Ответ: $\Delta U = mgh + \frac{Mv^2}{2} \left(\frac{m}{m+M} \right); \Delta U = 65 \text{ Дж}$

N5

Дано:

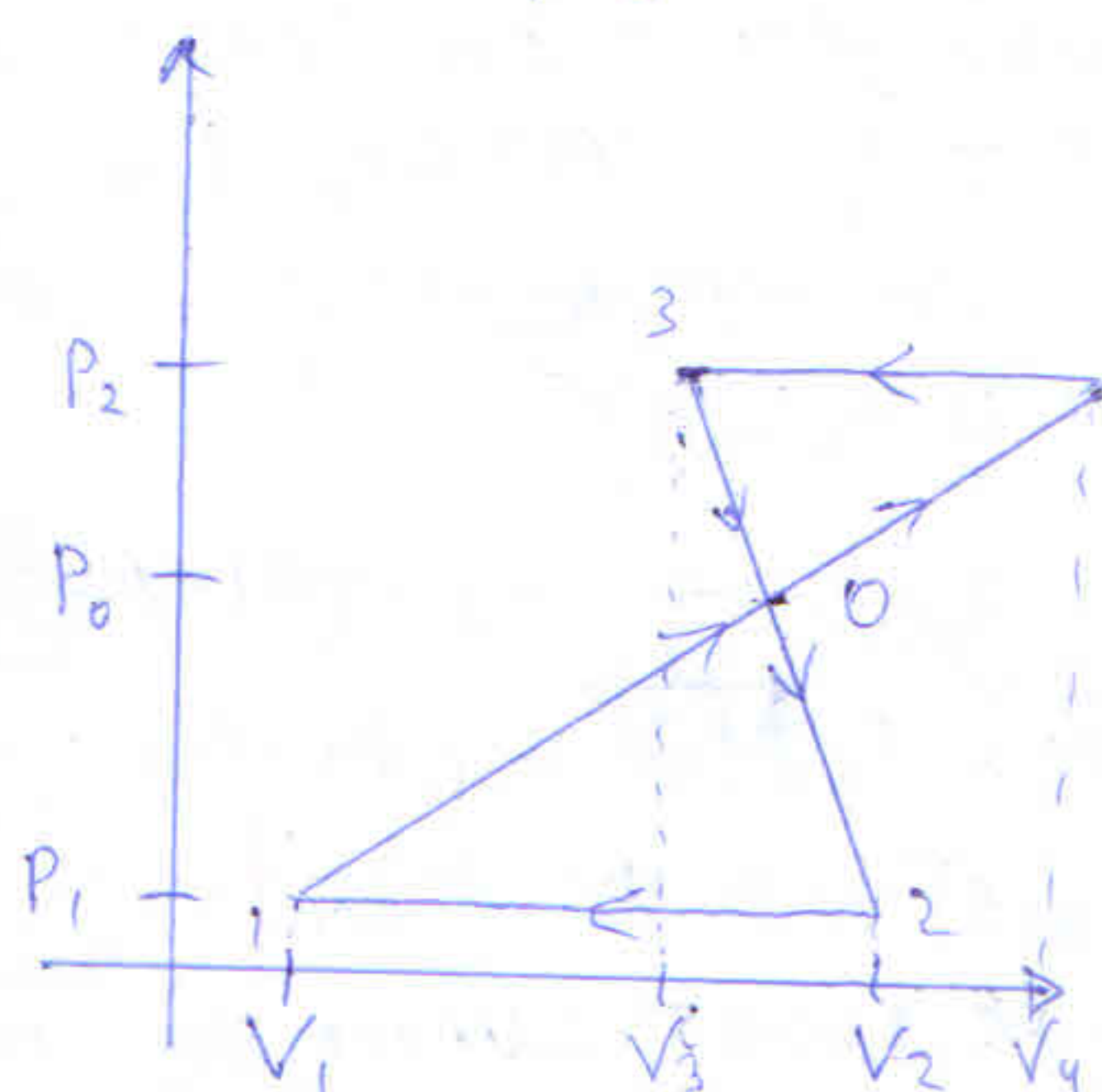
$$P_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$P_0 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$P_2 = 4 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_2 - V_1 = 10^{-2} \text{ м}^3$$

$$A_{14321} = ?$$



$$A_{14321} = A_{14} + A_{43} + A_{32} + A_{21}$$

$$A_{14} = (V_4 - V_1) \cdot \frac{P_1 + P_2}{2}$$

$$A_{43} = P_2 (V_3 - V_4)$$

$$A_{32} = (V_2 - V_3) \frac{P_1 + P_2}{2}$$

$$A_{21} = P_1 (V_1 - V_2)$$

$$A_{14321} = \frac{(V_4 - V_1)(P_1 + P_2)}{2} + P_2(V_3 - V_4) + \frac{(V_2 - V_3)(P_1 + P_2)}{2} + P_1(V_1 - V_2)$$

$$A = \frac{P_1 V_4 - P_1 V_1 + P_2 V_4 - P_2 V_1 + P_1 V_2 - P_1 V_3 + P_2 V_2 - P_2 V_3 + 2P_2 V_3 - 2P_2 V_4 + 2P_1 V_1 - 2P_1 V_2}{2}$$

$$A = \frac{(V_2 - V_1)(P_1 + P_2)}{2} + \frac{(P_1 - P_2)(V_4 - V_3)}{2} = \frac{P_1(V_1 - V_2)}{2} + \frac{P_2(V_2 - V_1)}{2} + \frac{V_4(P_1 - P_2)}{2}$$

А можно проще: $A_{14321} = A_{1021} + A_{0430} = \frac{(V_2 - V_1)(P_0 - P_1)}{2} - \frac{(V_4 - V_3)P_2}{2}$

Треугольники 102 и 403 подобны $\Rightarrow \frac{V_2 - V_1}{V_4 - V_3} = \frac{P_0 - P_1}{P_2 - P_0}$

$$A_{14321} = \frac{(V_2 - V_1)(P_0 - P_1)}{2} - \frac{(P_2 - P_0)(V_2 - V_1)(P_2 - P_0)}{(P_0 - P_1) \cdot 2} = \frac{V_2 - V_1}{2} \left(P_0 - P_1 - \frac{(P_2 - P_0)^2}{P_0 - P_1} \right)$$

$$A_{14321} = \frac{V_2 - V_1}{2(P_0 - P_1)} \left((P_0 - P_1)^2 - (P_2 - P_0)^2 \right)$$

$$A_{14321} = \frac{10^{-2}}{2 \cdot 2 \cdot 10^5} \left((2 \cdot 10^5)^2 - 10^{10} \right) \text{ Дж} = \frac{10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{4 \cdot 10^5} \text{ Дж} = \frac{3}{4} \cdot 10^3 \text{ Дж} = 750 \text{ Дж}$$

Ответ: $A_{14321} = \frac{V_2 - V_1}{2(P_0 - P_1)} \left((P_0 - P_1)^2 - (P_2 - P_0)^2 \right)$; $A_{14321} = 750 \text{ Дж}$.

Дано:

$$i = 3$$

$\gamma = 1$ моль

$$\eta; A$$

$$T_1 = ?$$

$$A = -\frac{i}{2} \gamma R (T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 - T_1 = -\frac{2A}{i \gamma R}$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow T_1(\eta - 1) = -T_2$$

$$\begin{cases} T_1(\eta - 1) = -T_2 \\ T_2 = T_1 - \frac{2A}{i \gamma R} \end{cases} \Rightarrow T_1(\eta - 1) = -T_1 + \frac{2A}{i \gamma R}$$

$$\eta T_1 = \frac{2A}{i \gamma R} \quad T_1 = \frac{2A}{\eta i \gamma R}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

119407

Шифр _____

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

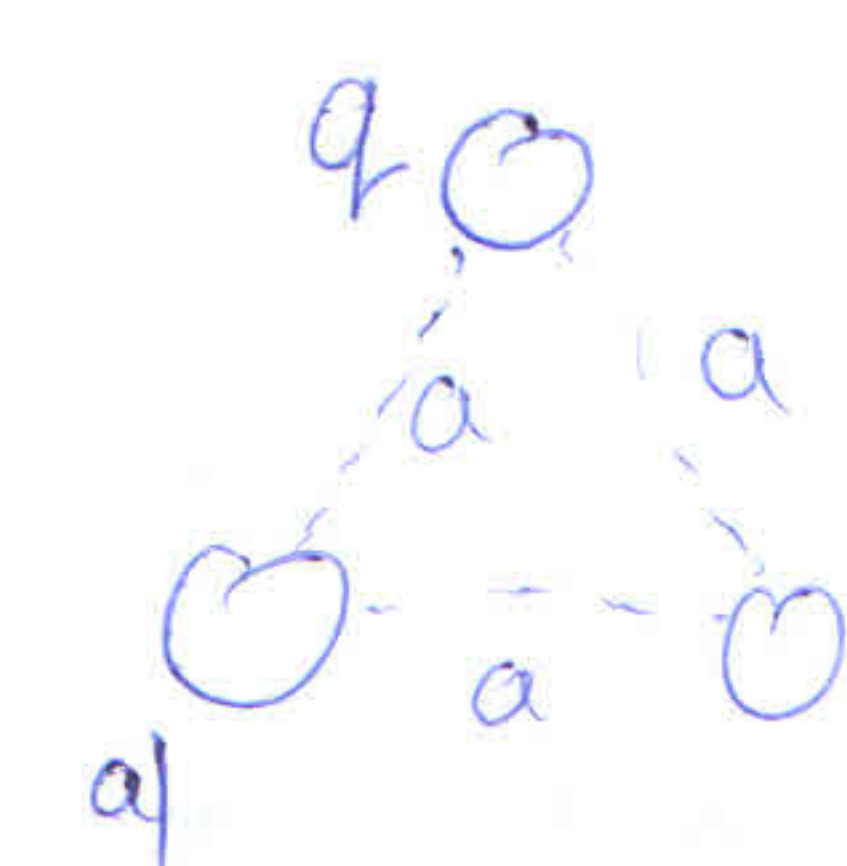
Вариант № 1

№ 6 - продолжение

$$T_1 = \frac{2A}{i\eta\nu R} \quad T_1 = \frac{2A}{\eta R} \cdot \text{моль}^{-1}$$

Ответ: $T_1 = \frac{2A}{i\nu\eta R}$; где $i=3$, $\nu=1$ моль.

Дано:
а: q
W_п - ?

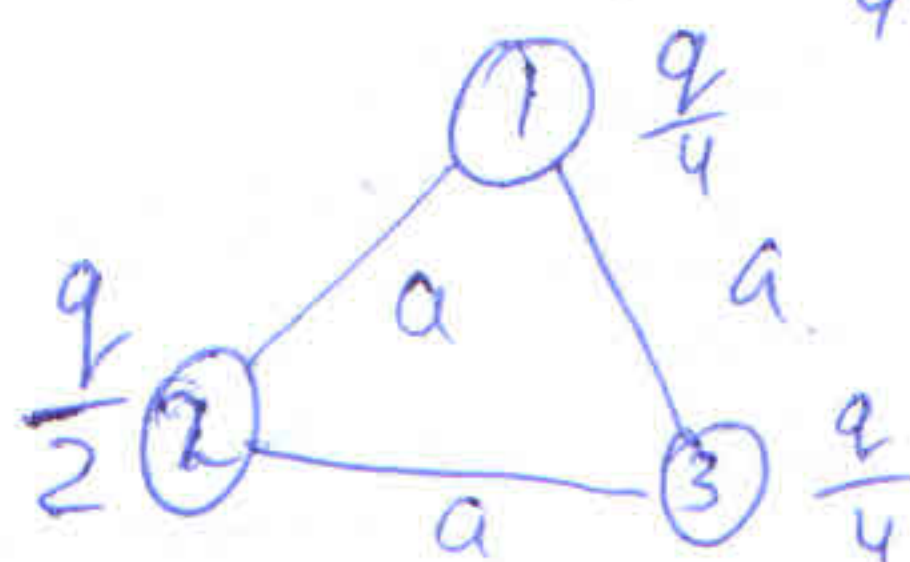


а) $\varphi_1 = \varphi_2$

$$\Leftrightarrow \frac{kq_1}{a} = \frac{kq_2}{a}$$

$$q_1 = q_2, \quad q_1 + q_2 = q \Rightarrow q_1 = q_2 = \frac{q}{2}$$

б) $\varphi_1 = \varphi_3$: $\frac{kq_2}{a} + \frac{kq_3}{a} = \frac{kq_1}{a} + \frac{kq_1}{a} \Rightarrow q_3 = q_1$ и $q_3 + q_1 = \frac{q}{2}$



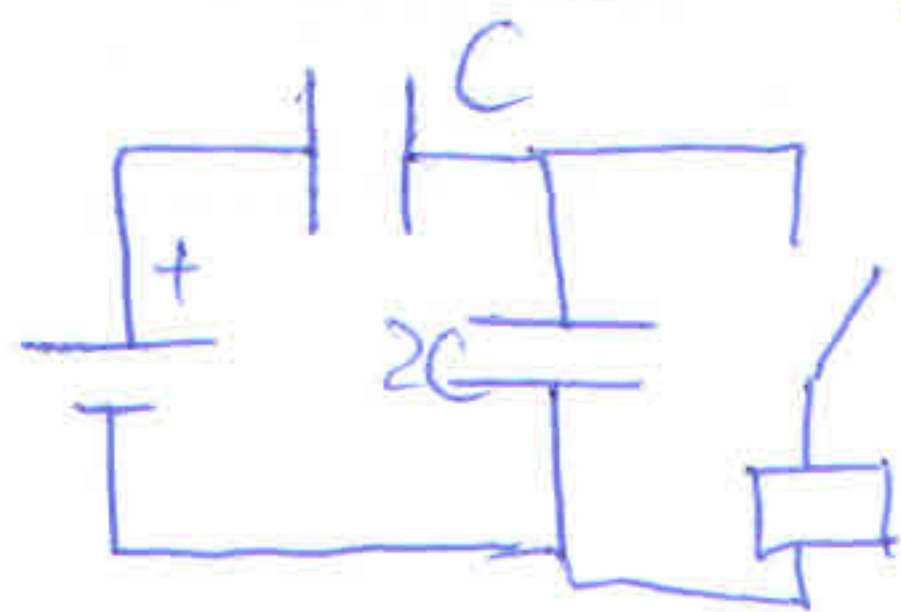
$$W = W_{12} + W_{13} + W_{23} = \frac{kq^2}{8a} + \frac{kq^2}{16a} + \frac{kq^2}{8a}$$

$$W = \frac{kq^2}{a} \left(\frac{4+5}{16} \right) = \frac{5}{16} \cdot \frac{kq^2}{a}$$

Ответ: $W = \frac{5}{16} \cdot \frac{kq^2}{a}$

$$W = \frac{5}{16} \cdot \frac{kq^2}{a} = \frac{5}{16} \frac{kq^2}{a}$$

Дано:
E, C
Q - ?



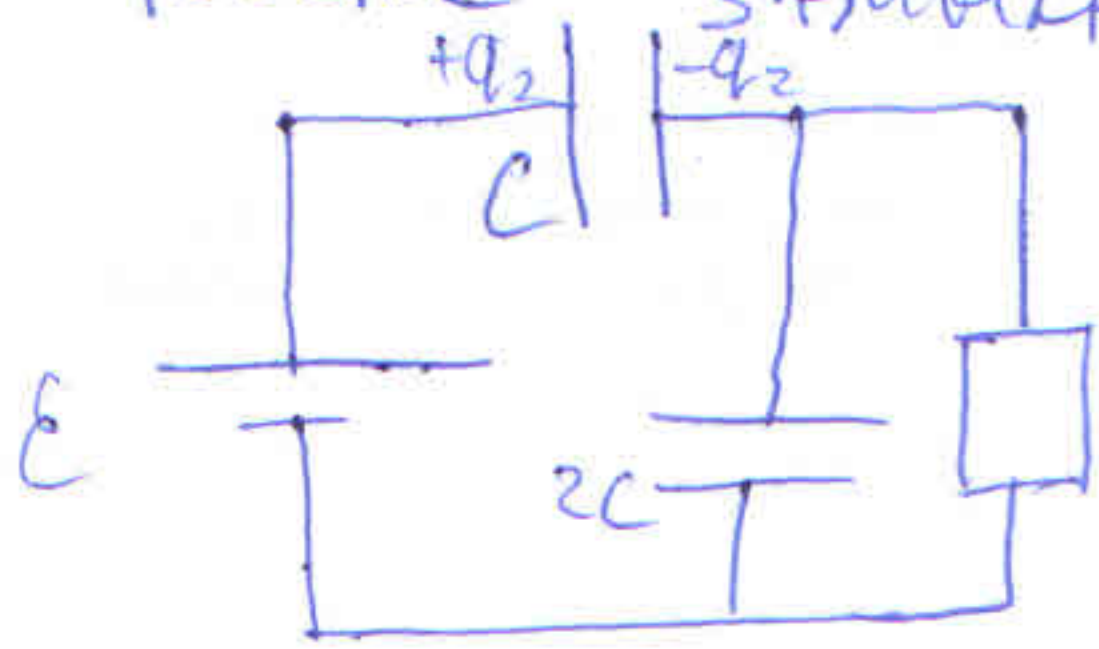
Преобразуем схему для начального момента:

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{2C}$$

$$C_{\text{общ}} = \frac{2C^2}{3C} = \frac{2}{3}C \quad W_{\text{нач}} = \frac{C_{\text{общ}} E^2}{2} = \frac{C}{3} E^2$$

$$q_1 = C_{\text{общ}} E = \frac{2}{3} C E$$

после замыкания



на 2C ничего не будет.

на C: заряд q_2

$$q_2 = C E$$

$$W_{\text{кон}} = \frac{C E^2}{2}$$

$$W_{\text{нач}} + A_{\text{источника}} = Q + W_{\text{кон}}$$

$$Q = W_{\text{нач}} - W_{\text{кон}} + A_{\text{источника}} = \frac{C E^2}{6} \left(\frac{2-3}{6} \right) + A_{\text{источника}}$$

$$Q = -\frac{C E^2}{6} + A_{\text{источника}}; \quad A_{\text{источника}} = E (q_2 - q_1) = E \cdot C E$$

$$Q = -\frac{C E^2}{6} + \frac{C E^2}{3} = \frac{C E^2}{6}$$

$$\text{Ответ: } Q = \frac{C E^2}{6}$$

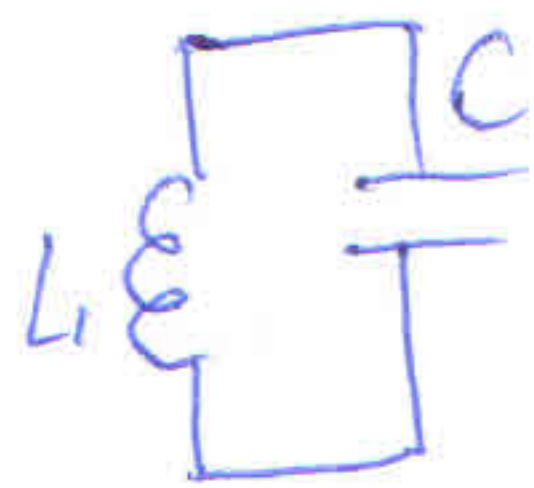
Дано:

$$T = 2\pi \cdot 10^{-5} \text{ c}$$

$$Q = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$I = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$I_m = ?$



$$W = \text{const.}$$

$$W_{\text{нач}} = \frac{q^2}{2C}$$

$$W_{\text{кон}} = \frac{L I_m^2}{2} + 0$$

$$\frac{L I_m^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = \frac{L I_m^2}{2}$$

$$I_m = \sqrt{I^2 + \frac{q^2}{LC}}$$

формула Томсона: $T = 2\pi \sqrt{LC} \Rightarrow I_m = \frac{2\pi q}{T} = \sqrt{I^2 + \frac{q^2}{T^2}}$

$$I_m = \frac{5 \cdot 10^{-9} \cdot 2\pi}{2\pi \cdot 10^{-5}} \text{ A} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ A}$$

Ответ: $I_m = 5 \cdot 10^{-4} \text{ A}$

$$I_m = \sqrt{I^2 + \frac{q^2}{T^2}}$$

$$I_m = \sqrt{0,64 \cdot 10^{-6} \text{ A}^2 + \frac{25 \cdot 10^{-18}}{4\pi^2 \cdot 10^{-10}}}$$

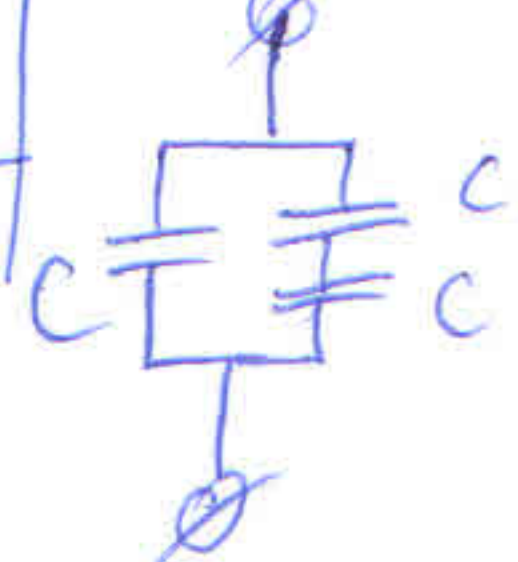
$$I_m = \sqrt{0,64 \cdot 10^{-6} + 0,25 \cdot 10^{-6}} \text{ A}$$

Ответ: $I_m = \sqrt{I^2 + \frac{q^2}{T^2}}$

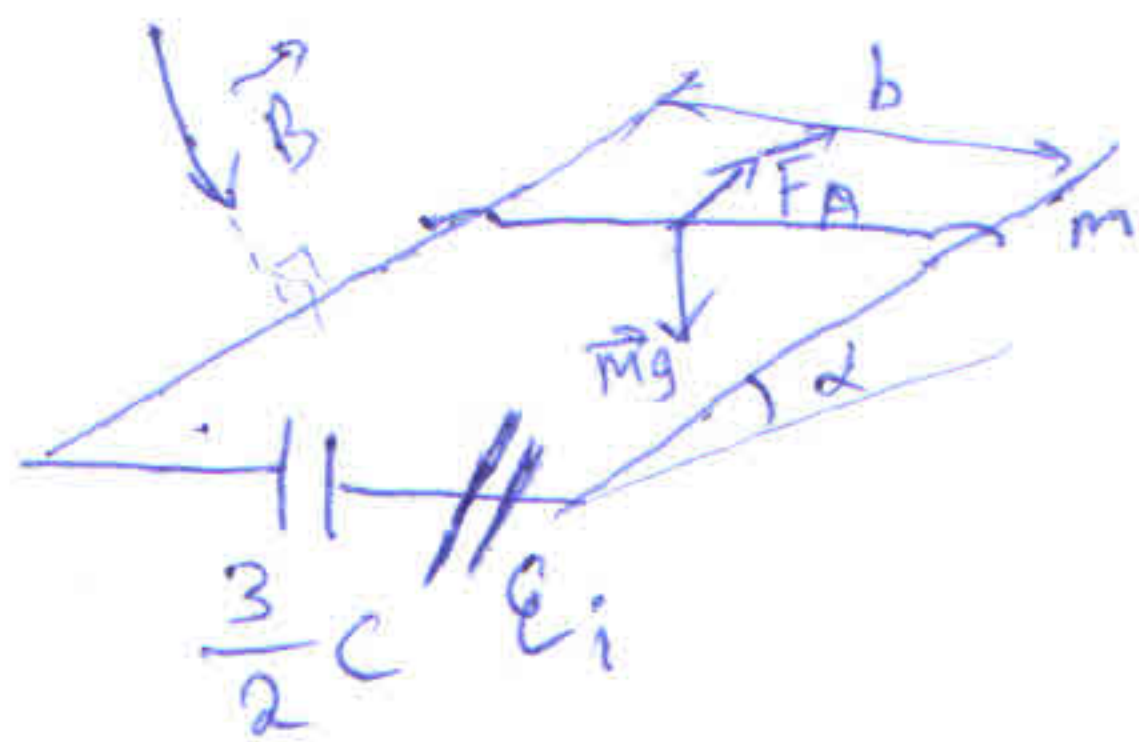
$$I_m = 0,94 \text{ mA} = 0,94 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

Дано:
 α, b, m
 B, C
 $q = ?$

найдем ёмкость этой батареи



$$C_{\text{общ}} = C + \frac{C}{2} = \frac{3}{2} C$$



полюсность ϵ_i определим
из правила Ленца.

$$\epsilon_i = \frac{d\phi}{dt}$$

$$d\phi = B ds; S = b \cdot v t \Rightarrow d\phi = B b v dt$$

$$\epsilon_i = B b v$$

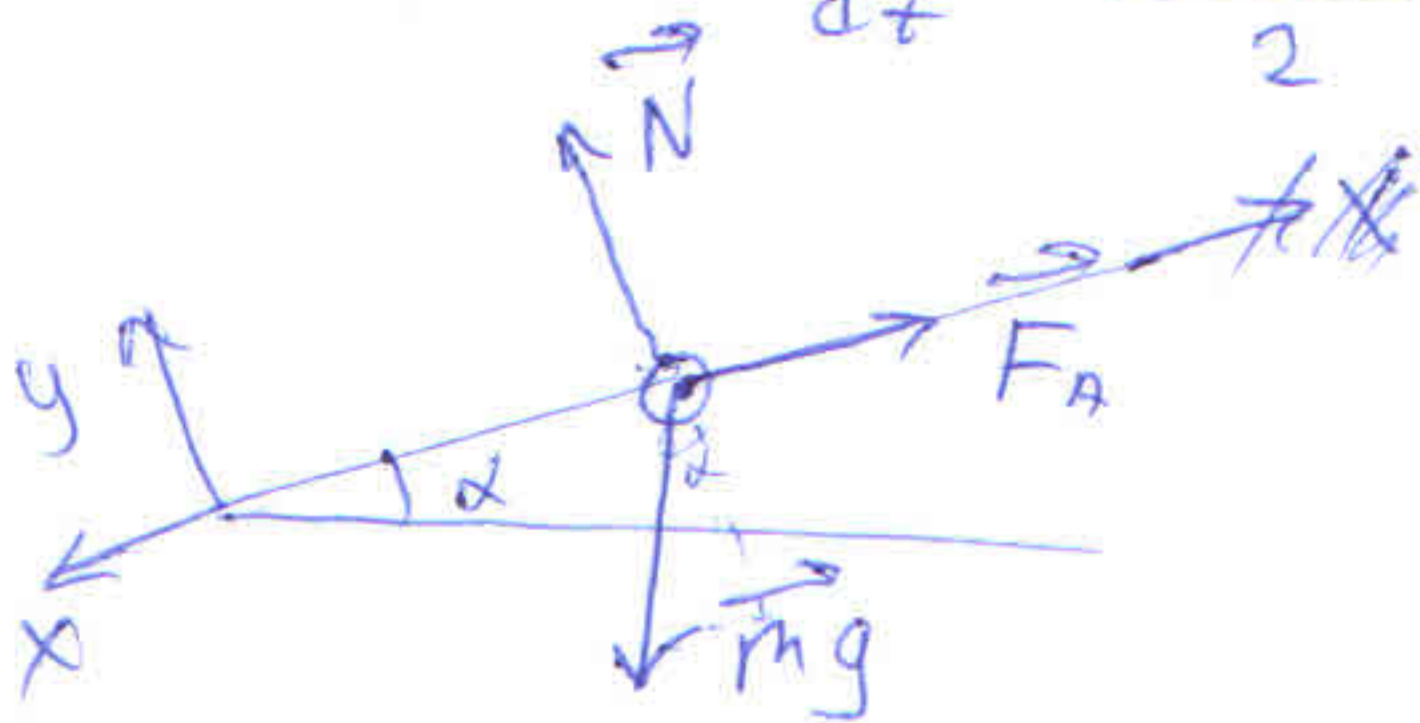
$$F_A = b [\vec{I} \times \vec{B}] = b \cdot I \cdot B$$

$$F_A = b B \frac{dq}{dt}$$



$$\epsilon_i = \frac{2q}{3C} \Rightarrow q = \frac{3C\epsilon_i}{2}$$

$$F_A = \frac{b B 3C}{2} \frac{d\epsilon_i}{dt} = \frac{b B 3C}{2} B b \frac{dv}{dt} = \frac{3B^2 b^2 C}{2} a$$



По II 3. Ньютона:

$$x': m a = mg \sin \alpha - F_A$$

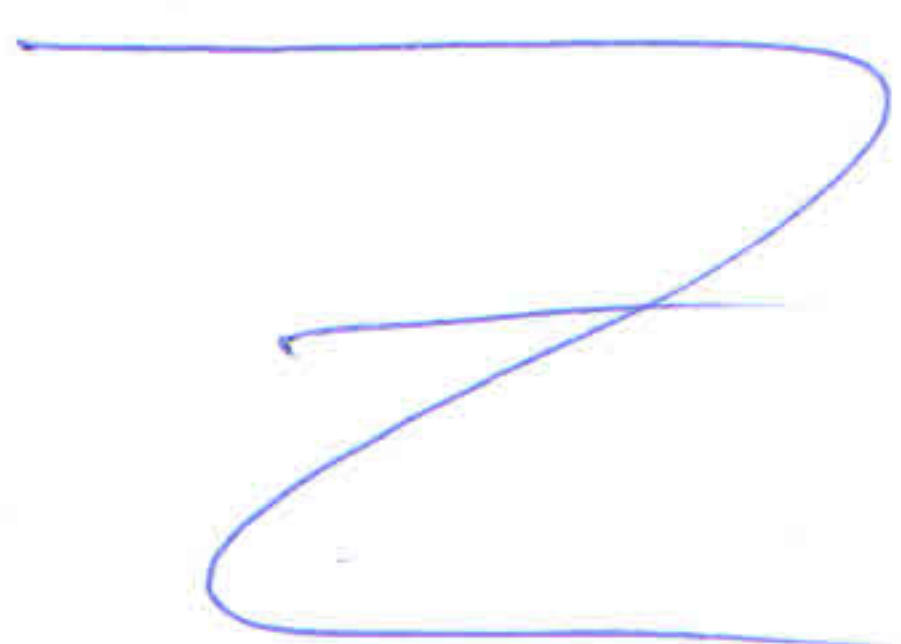
$$m a = mg \sin \alpha - \frac{3}{2} B^2 b^2 C a$$

$$mg \sin \alpha = a \left(m + \frac{3}{2} B^2 b^2 C \right)$$

$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{3}{2} B^2 b^2 C} = \frac{2mg \sin \alpha}{2m + 3B^2 b^2 C}$$

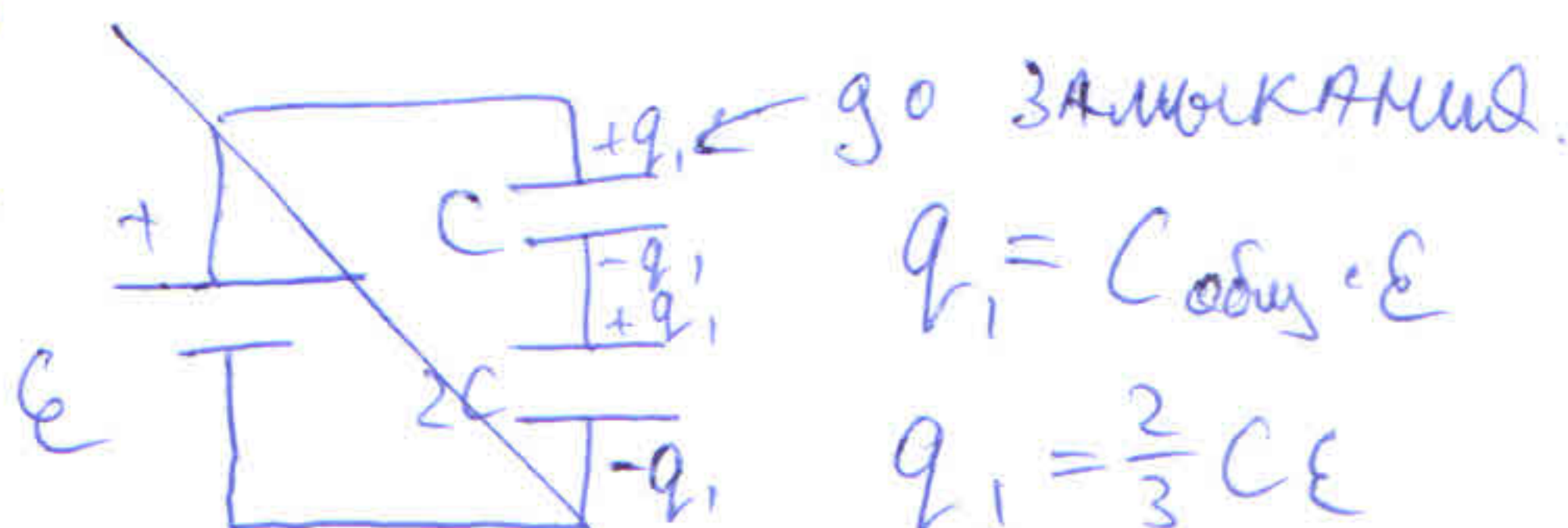
Ответ: $a = \frac{2mg \sin \alpha}{2m + 3B^2 b^2 C}$

~~А 8 МА ТОЖЕ СРАМНО~~



№8.

Дано:
 $\mathcal{E}; C$
 $Q = ?$



до замыкания.

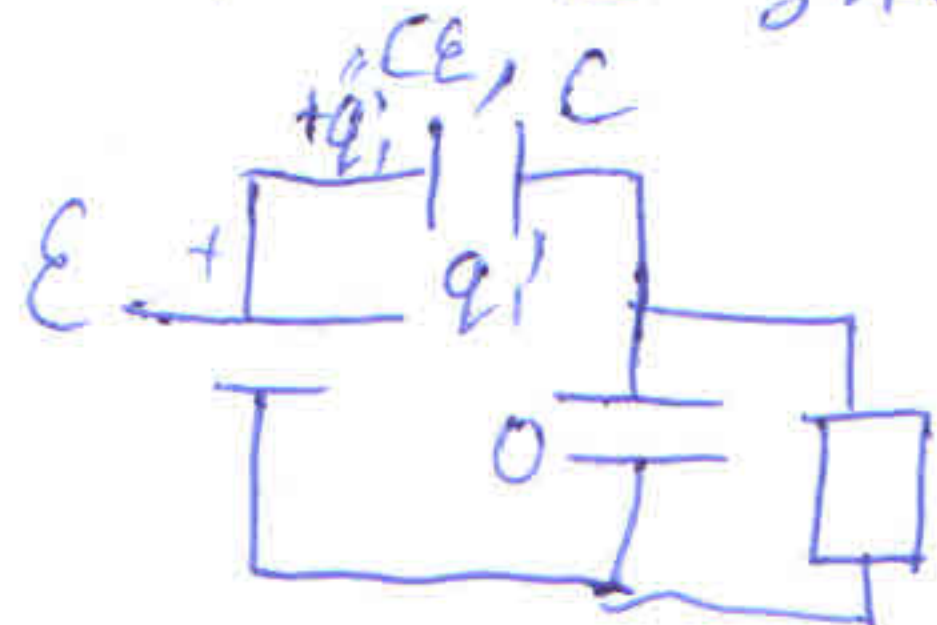
$$q_1 = C_{\text{общ}} \cdot \mathcal{E} \quad C_{\text{общ}} = \frac{2C \cdot C}{3C} = \frac{2}{3} C$$

$$q_1 = \frac{2}{3} C \mathcal{E}$$

$$W_{\text{нач}} = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_1^2}{4C} = \frac{q_1^2}{2} \left(\frac{3}{2C} \right) = \frac{3q_1^2}{4C} =$$

$$= \frac{3 \cdot 4 C^2 \mathcal{E}^2}{4C \cdot 3} = \frac{C \mathcal{E}^2}{3}$$

После замыкания:



$$q_1' = C \cdot \mathcal{E}$$

$$W_{\text{кон}} = \frac{C \mathcal{E}^2}{2}$$

$$A_{\text{ист.}} = \mathcal{E} \left(C \mathcal{E} - \frac{2}{3} C \mathcal{E} \right) = \frac{C \mathcal{E}^2}{3}$$

$$W_{\text{нач}} + A_{\text{ист.}} = W_{\text{кон}} + Q$$

$$Q = W_{\text{нач}} + A_{\text{ист.}} - W_{\text{кон}}$$

$$Q = \frac{C \mathcal{E}^2}{3} + \frac{C \mathcal{E}^2}{3} - \frac{C \mathcal{E}^2}{2} = \frac{2}{3} C \mathcal{E}^2 \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) = C \mathcal{E}^2 \left(\frac{4-3}{6} \right) = \frac{C \mathcal{E}^2}{6}$$