Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

119333

Шифр ______________________
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА
на олимпиаде «Шаг в будущее»

соревнования по образовательному предмету Физика
(наименование дисциплины)

Фамилия И. О. участника Данилин Рем Рэмэкович

Город, № школы (образовательного учреждения) г. Москва, Лицей №1580 при МГТУ им. Баумана

Регистрационный номер шм2009

Вариант задания 3

Дата проведения "19" марта 2017 г.

Подпись участника

84 (восемьдесят четыре)

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

119333

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	0,75	1	0,75	1	1	1	1	0	
8	8	8	10	8	10	10	10	12		

$\Sigma 84$

Шифр ____________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 3

№1

Дано:

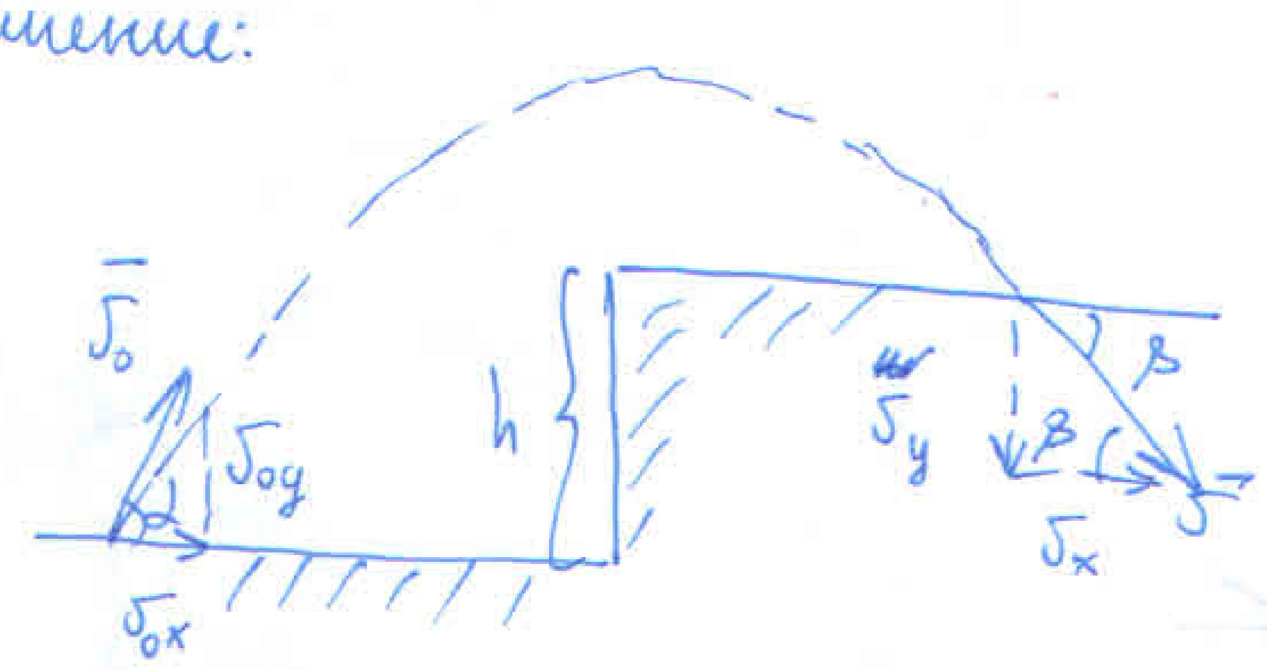
$\alpha = 45^\circ$

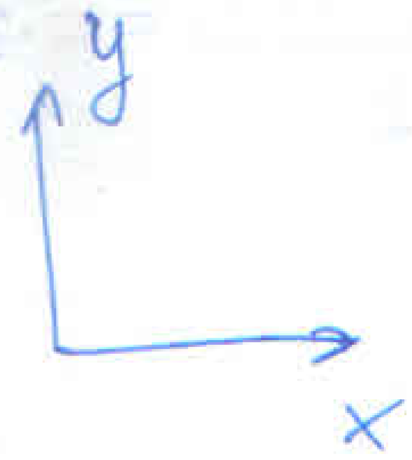
$v_0 = 20\,м/с$

$h = 5\,м$

$\beta - ?$

Решение:





1) т.к. система консервативна, запишем З.С.Э:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh. \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - mgh \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$$ – скорость в конечной точке.

2) Запишем ур. движение:

$OX: \quad v_x = v_{0x}$

$OY: \quad v_y = v_{0y} - gt$ (1)

$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$

$h = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$

$v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$

$h = v_0 \cdot \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$

$gt^2 - 2v_0 \sin\alpha t + 2h = 0$

$\frac{D}{4} = v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh$

$t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{g}$

$t_2 = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha - \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{g}$

т.к. точки h тело достигнет в двух разных координатах нам нужно большее время $\Rightarrow$ $t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{g}$ (2

(2) → (1)

$\upsilon_y = \upsilon_0 \cdot \sin\alpha - \upsilon_0 \sin\alpha - \sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha - 2gh} = -\sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}$ – проекция скорости на в конечной точке.

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{|\upsilon_y|}{\upsilon_x} = \frac{\sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{\upsilon_x.} = \frac{\sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{\upsilon_0 \cdot \cos\alpha}$$

$\upsilon_x = \upsilon_0 \cdot \cos\alpha$ ↗

$$\beta = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{\upsilon_0 \cos\alpha} = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{100}}{20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{100}}{10\sqrt{2}} = \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}} = \approx 35^\circ$$

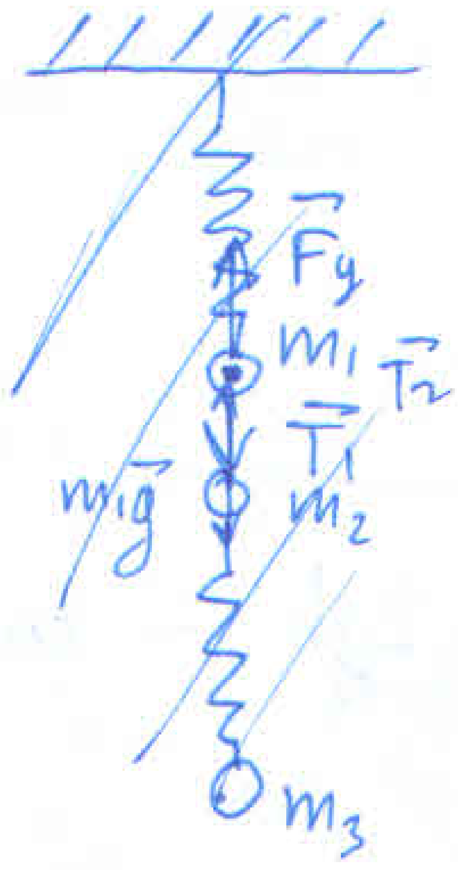
Отв: $\beta = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{\upsilon_0 \cos\alpha} = 35^\circ$

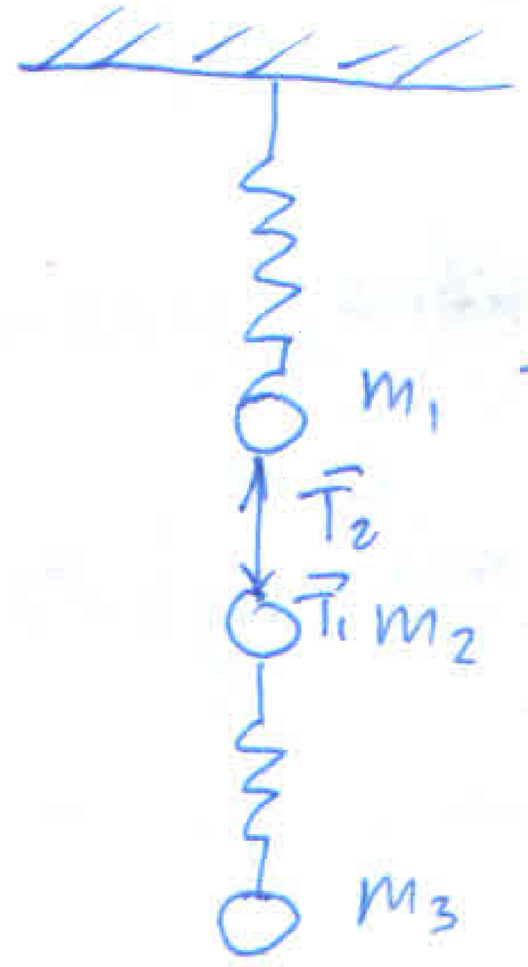
+

№2

Дано:
$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 5$ кг
$m_3 = 1$ кг
T – ?
a_1 – ?

Решение:

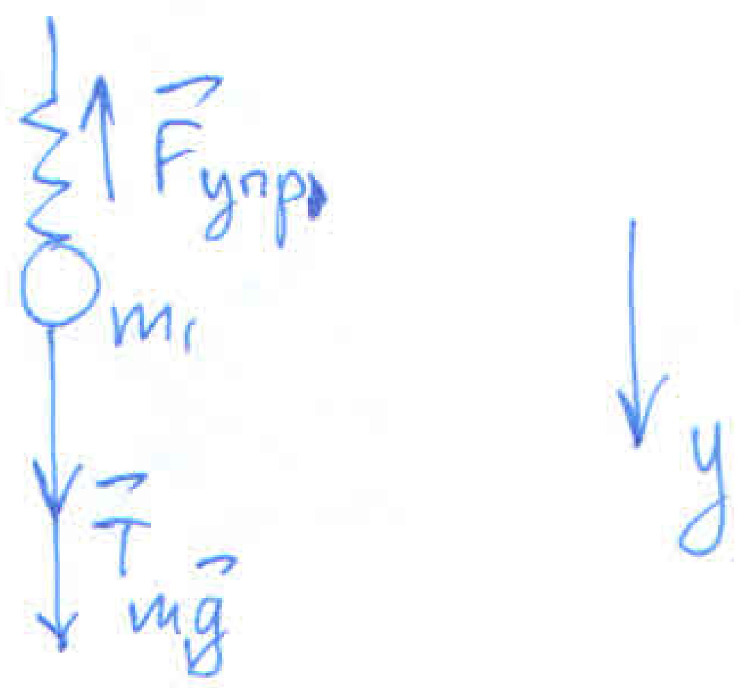




$T = |\vec{T}_2| = |\vec{T}_1|$ (по 3 з. Ньютона)

1) ~~т.к. система покоится можно сразу записать 2 закон Ньютона, считая что нитя и пружина не оказывает никакого действие, она невесома.~~ т.к.

Рассм. шар m_1:



$0 = \vec{F}_{упр.} + m_1\vec{g} + \vec{T}_1$ (2 з. Ньютона)

$Oy: \ 0 = m_1 g + T - F_{упр.} \Rightarrow F_{упр_1} = m_1 g + T$

Рассм. шар $m_2 + m_3$:

т.к. система покоится, рассмотрим m_2 и m_3 как одно тело на нити, т.к. пружина невесома:

$0 = (m_2+m_3)\vec{g} + \vec{T_2}$ $\boxed{T = (m_2+m_3)g}$ $\vec{T_2}$

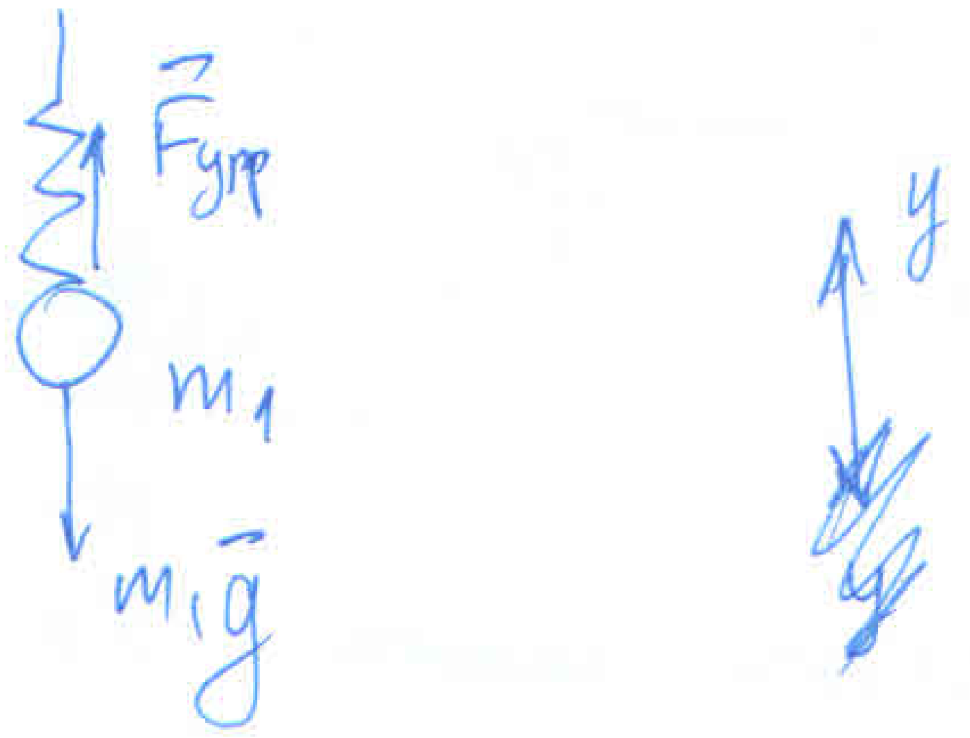
Oy: $0 = (m_2+m_3)g - T \Rightarrow \boxed{T = (m_2+m_3)g}$

$T = (m_2+m_3)g = 6 \cdot 9{,}87 = 59{,}22\,H$. $(m_1+m_2)\vec{g}$

2) $\begin{cases} F_{упр} = m_1 g + T \\ T = (m_2+m_3)g \end{cases}$

$F_{упр} = m_1 g + (m_2+m_3)g = (m_1+m_2+m_3)g.$

3) В момент перерезания нити:



$m\vec{a} = \vec{F}_{упр} + m_1\vec{g}$

Oy: $m_1 a = F_{упр} - m_1 g = (m_2+m_3)g$

$\boxed{a = \dfrac{m_2+m_3}{m_1} g}$ – направлено вверх, т.к. полож по оси y, напр. вверх.

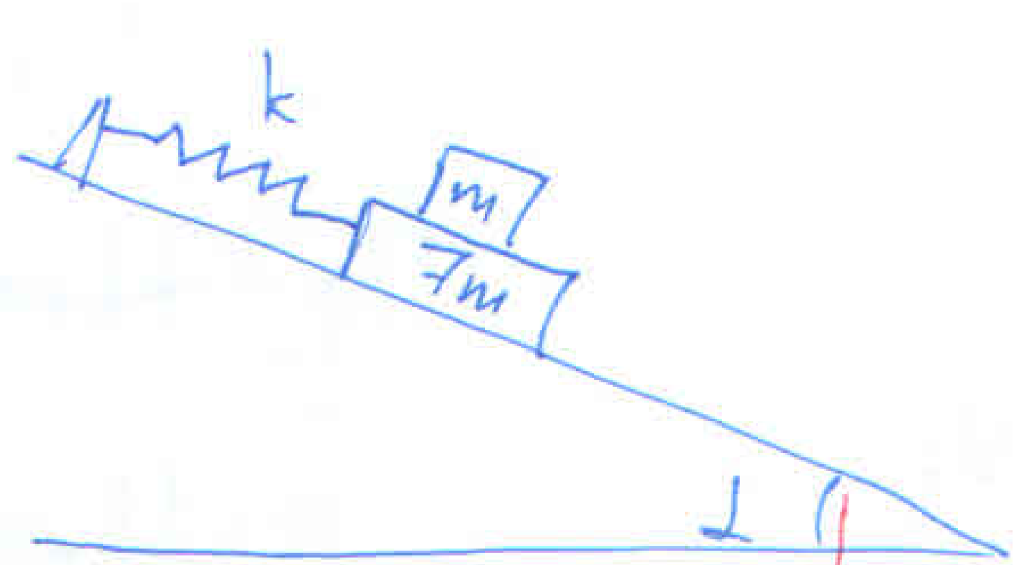
$a = 3 \cdot 9{,}87 = 29{,}61\ м/с^2$

Ответ: $T = (m_2+m_3)g = 59{,}22\,H$

$a = \dfrac{m_2+m_3}{m_1} g = 29{,}61\ м/с^2$, направлено вверх

№3

Дано:	Решение:
α	
$7m$	
m	
k	
A	
μ_{min} - ?	



1) Запишем З.С.Э, считая брусок и шайбу единым целым массой $8m$:

$\dfrac{kx^2}{2} + \dfrac{8m\upsilon^2}{2} = E$, $E_{п.\ тяготения}$ не уч. в колебаниях, т.к. сила тяжести не

$$\frac{kx^2}{2} + 4m\dot{x}^2 = E$$

Диффиренцируем:

$$\frac{k}{2}\cdot 2x\dot{x} + 4m\,2\dot{x}\ddot{x} = 0 \quad \Big|:8m\dot{x}$$

$\ddot{x} + \frac{k}{8m}x = 0$ — ур. гарм. колеб. дв. в общ. виде

$$\frac{k}{8m} = w^2 \Rightarrow w = \sqrt{\frac{k}{8m}}$$

2) $x = x_0 \cdot \cos(wt + \varphi_0)$ — ур. гарм. колеб.

~~$t = 0 \quad x = 0$~~

~~x_0~~ $= A$.

$$x = A\cos\left(\sqrt{\frac{k}{8m}}\,t + \varphi_0\right)$$

Тогда:

$$\dot{x} = -A\sqrt{\frac{k}{8m}}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{8m}}\,t + \varphi_0\right)$$

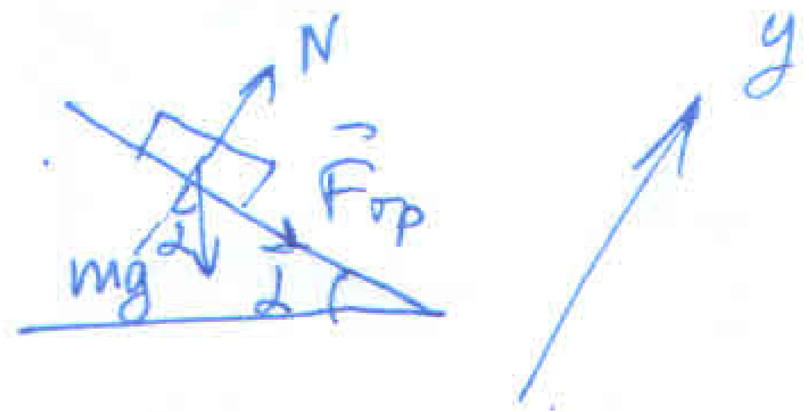
Тогда:

$\ddot{x} = -A\frac{k}{8m}\sin\left(\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{8m}}t + \varphi_0\right) \Rightarrow \ddot{x} = a \Rightarrow$ максимальное ускорение

$$\boxed{a_{max} = A\frac{k}{8m}}$$

3) Чтобы шайба не съезжала, сила ~~вз~~ трения между ней и бруском должна быть больше или равна силе инерции, действ. на шайбу.

Рассм. шайбу:



Рассм. 2з. Ньютона в проекции на y:

$0 = N - mg\cos\alpha \Rightarrow N = mg\cdot\cos\alpha$

Тогда $F_{тр.} = \mu N$ (з-н Амонтона - Кулона) $= \mu mg\cdot\cos\alpha$. — сила трени действ. на шайбу.

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

119333

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр ______________

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 3

Продолжение №3

Из сказанного раннее:

$$F_{тр} \geq F_{ин\,max}$$

$$\mu mg\cos\alpha \geq ma_{max}$$

$$\mu mg\cos\alpha \geq \frac{mAk}{8m}$$

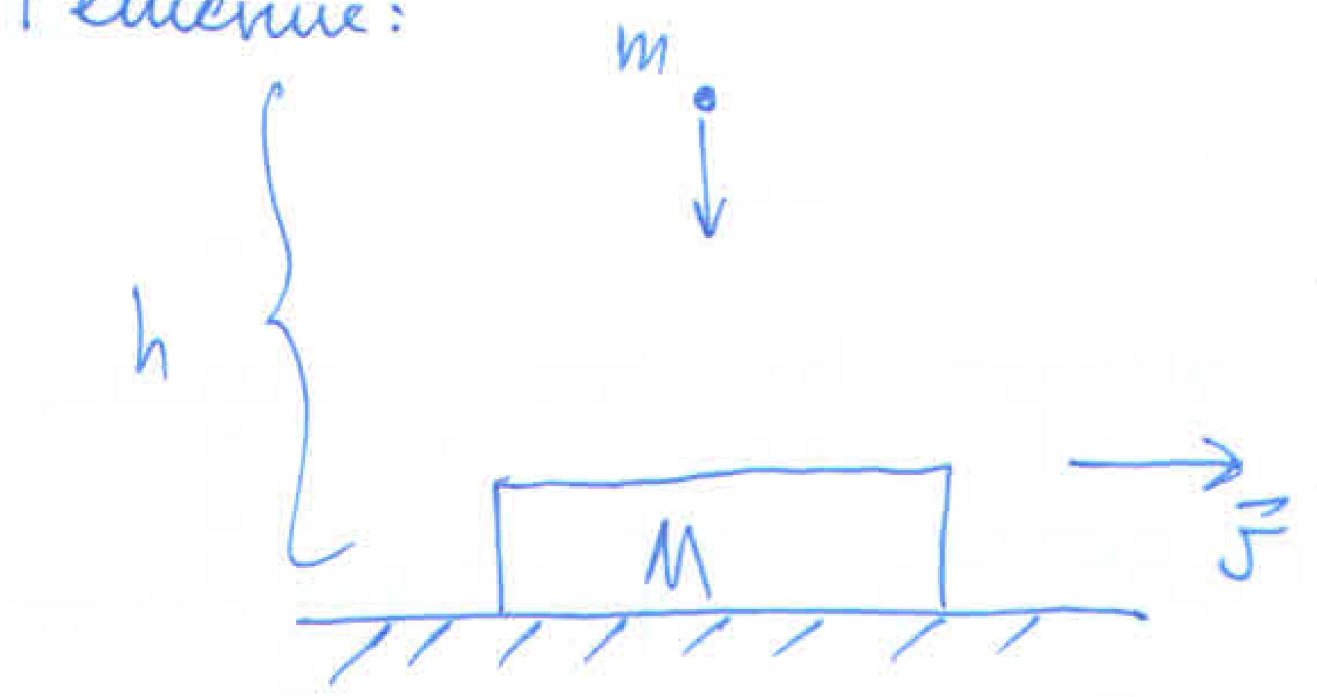
$$\mu \geq \frac{Ak}{8mg\cos\alpha}$$

Ответ: чтобы шайба не проскальзывала на бруске $\mu \geq \frac{Ak}{8mg\cos\alpha}$

№4

Дано:
$m = 2$кг
$h = 20$м
$M = 10$кг
$\upsilon = 6$м/с
ΔE - ?

Решение:



1) т.к. система консервативна, выполнеется З.С.Э.
т.к. система замкнута, выполнеется З.С.И.

Запишем З.С.Э:

$$mgh + \frac{M\upsilon^2}{2} = \frac{(m+M)\upsilon_1^2}{2} + \Delta E \quad (1)$$, ΔE - внутр. эн. мешка, камня и др.

Запишем З.С.И:

$$M\upsilon = (m+M)\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{M\upsilon}{[illegible]} \quad (2)$$

(1) → $\Delta E = mgh + \frac{M\upsilon^2}{2} - \frac{(m+M)\upsilon_1^2}{2}$ (3)

(2) → (3)

$$\Delta E = mgh + \frac{M\upsilon^2}{2} - \frac{(m+M)}{2}\cdot\frac{M^2\upsilon^2}{(m+M)^2} = mgh + \frac{M\upsilon^2}{2} - \frac{M^2\upsilon^2}{2(m+M)} =$$

$$= \frac{2(m+M)mgh + M(m+M)\upsilon^2 - M^2\upsilon^2}{2(m+M)} = \frac{2(2+10)\cdot 2\cdot 9{,}87\cdot 20 + 10\cdot 12\cdot 36 - 100}{24}$$

+

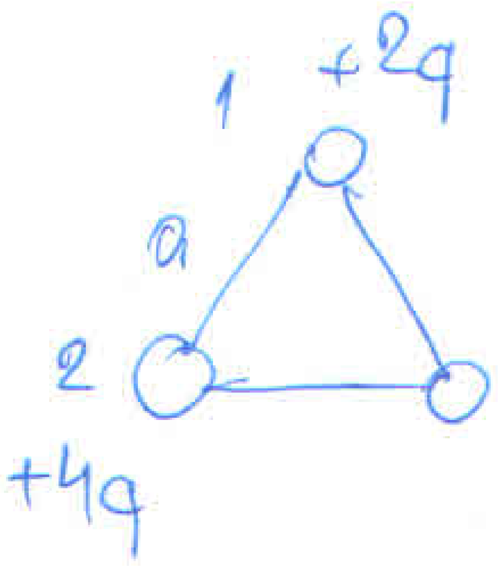
$= 424{,}8$ Дж.

Ответ: $\Delta E = \frac{2(m+M)mgh + M(m+M)\upsilon^2 - M^2\upsilon^2}{2(m+M)} = 424{,}8$ Дж.

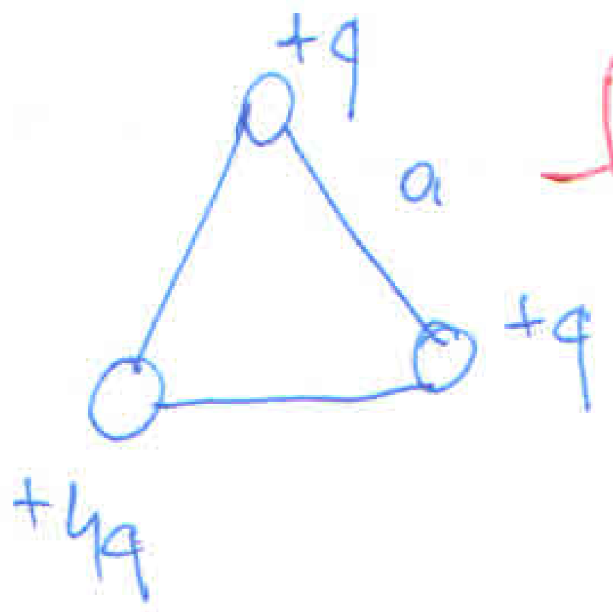
~~№5~~ №7

Дано:
a
$q_1 = 2q$
$q_2 = 4q$
$W_0 - ?$

Решение:



← до соединения.



+ ↙ после соединения.

Т.к. все шары находятся в вакууме без электр. и магн. полей, то заряд $+2q$ на первом шарике поровну перераспределиться между 1 и 3 шарами, тогда заряд ~~кажд~~ каждого $q_1 = q_3 = +q$

1) $W_{1-2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{a} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q\cdot 4q}{a} = \frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$ – потенц. эн. взаимодейс 1 и 2 шариков.

т.к. вакуум ⇒ $\varepsilon = 1$

+

$W_{2-3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{a} = \frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$ – Еп. 2 и 3 шариков.

$$W_{3-1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{a} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a}$$

2) $$W_0 = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-1} = \frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{9q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

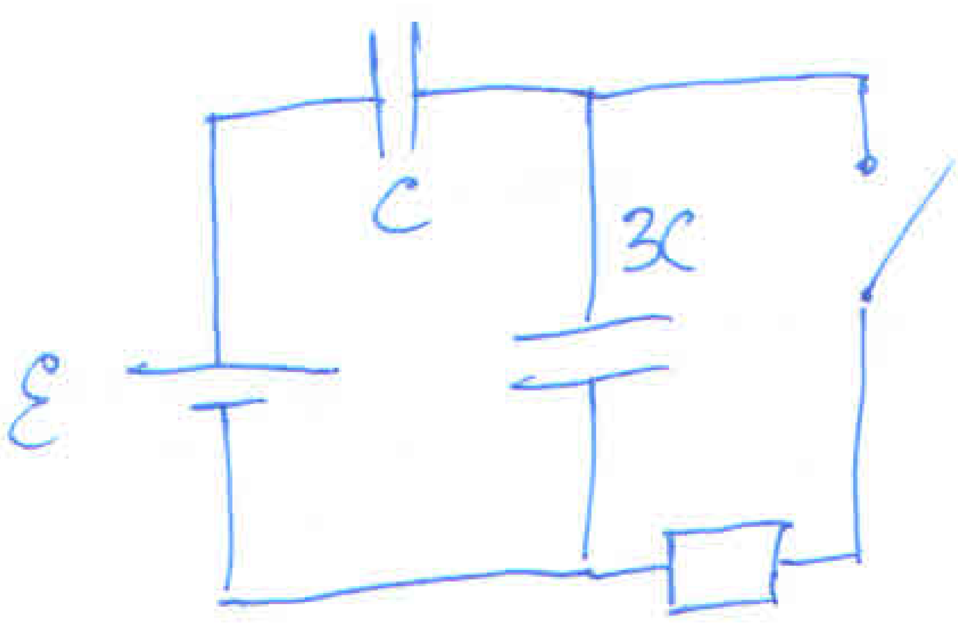
Отв: $W_0 = \frac{9q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$ +

№8

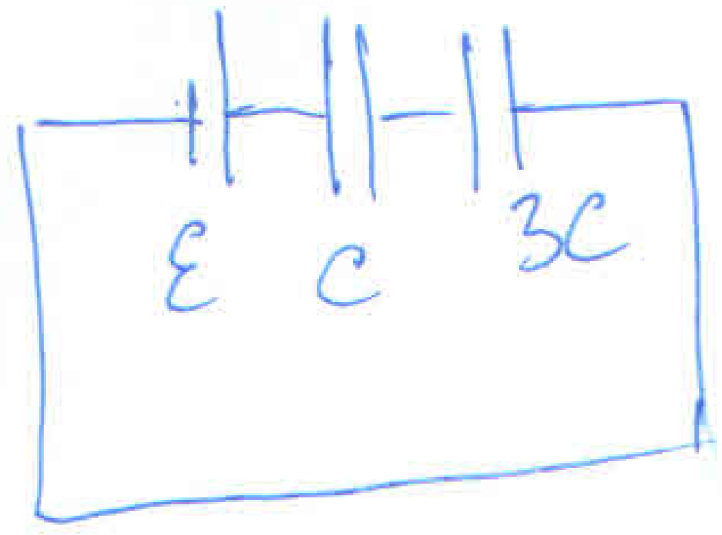
Дано:
C
$3C$
$\mathcal{E}$

Q-?

Решение:



1) Рассмотрим схему до замыкания:

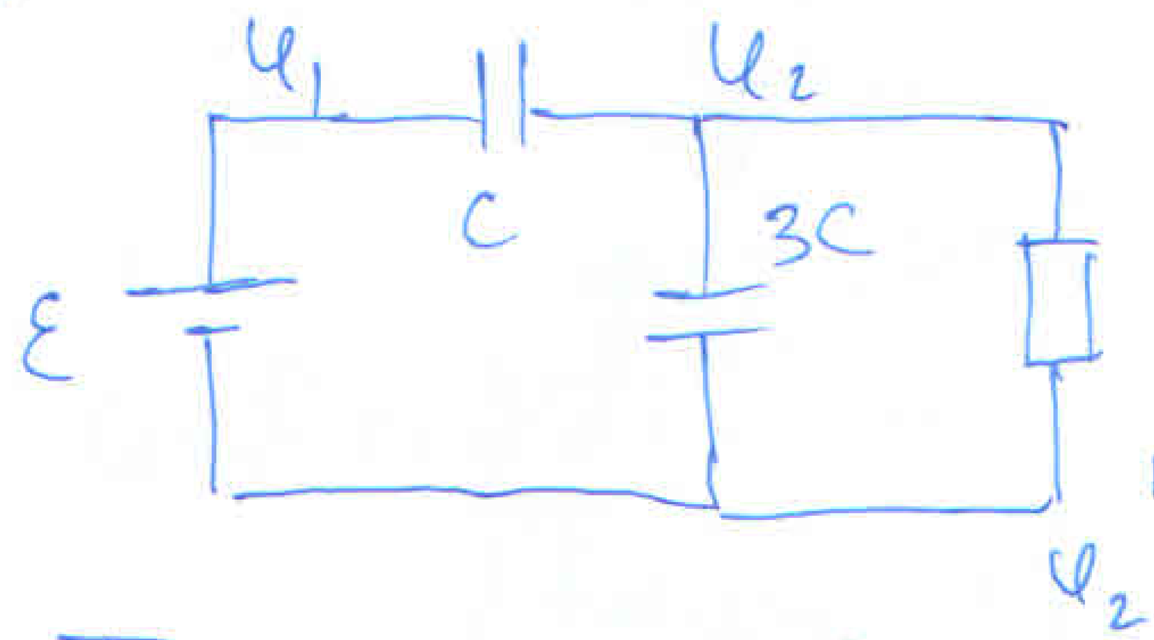


Найдем общую ёмкость конденсаторов:

$$\frac{1}{C_{01}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{3C} = \frac{4}{3C} \Rightarrow \boxed{C_{01} = \frac{3}{4}C}$$

Тогда $W_н = \frac{C_{01}\mathcal{E}^2}{2} = \frac{3C\mathcal{E}^2}{8}$ — энергия цепи до замыкания.

2) Рассмотрим схему после замыкания; через время, когда конденсаторы перезарядятся.



Когда произойдет перезаряд, разность потенциалов на резисторе $=0 \Rightarrow$ и на конденсаторе $3C$ $\Delta\varphi = 0 \Rightarrow$ он разряж

Тогда $W_к = \frac{C\mathcal{E}^2}{2}$

3) Найдем заряд, который прошел через ЭДС:

$$W_н = \frac{q_0^2}{2C_{01}} = \frac{3C\mathcal{E}^2}{8} \Rightarrow q_0^2 = \frac{3\cdot 2C_{01}C\mathcal{E}^2}{8} = \frac{6}{8}\cdot\frac{3}{4}C^2\mathcal{E}^2 = \frac{18}{32}C^2\mathcal{E}^2$$

$q_0 = \mathcal{E}C\sqrt{\frac{18}{32}}$ — начальный заряд на конденсаторах

$W_к = \frac{q_1^2}{2C} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} \Rightarrow \boxed{q_1 = C\mathcal{E}}$ – заряд на конденсаторе в конце

$\Delta q = q_1 - q_0 = C\mathcal{E} - C\mathcal{E}\sqrt{\frac{18}{32}} = C\mathcal{E}\left(1 - \sqrt{\frac{18}{32}}\right) = C\mathcal{E}\left(1 - \sqrt{\frac{9}{16}}\right) = C\mathcal{E}(1 -$

$= \frac{1}{4}C\mathcal{E}$ – прошедший

4) Работа источника:

$$\begin{cases} A = W_н - W_к + Q \Rightarrow Q = A - W_н + W_к \\ A = \Delta q \mathcal{E} \end{cases}$$

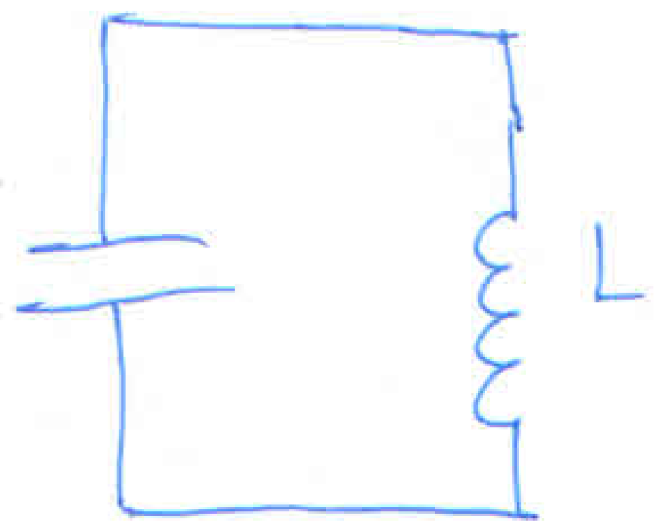
$$Q = \Delta q \mathcal{E} - \frac{3}{8}C\mathcal{E}^2 + \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{4} - \frac{3C\mathcal{E}^2}{8} + \frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{2C\mathcal{E}^2 - 3C\mathcal{E}^2 + 4C\mathcal{E}^2}{8} = \frac{3C\mathcal{E}^2}{8}$$

Ответ: $Q = \frac{3}{8}C\mathcal{E}^2$

№9

Дано:
$T = 6\pi \cdot 10^{-4}$ с
$I_m = 5$ мА
$I = 3$ мА
q - ?

Решение:



1) Запишем З.С.Э.:

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = E$$

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{L\dot{q}^2}{2} = E$$

Дифф:

$$\frac{1}{2C}\cdot 2q\dot{q} + \frac{L}{2}2\dot{q}\ddot{q} = 0 \quad \Big| : L\dot{q}$$

$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$ – ур. гарм. колеб.

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

2) ~~$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$~~

$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$

$t = 0;\ q = q_0$

$q_0 = q_0 \cdot \cos\varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$

$\boxed{q = q_0 \cos \omega t}$

$\dot{q} = -q_0 \omega \cdot \sin \omega t$

или

$I = -I_m \sin \omega t$

$I = -I_m \sin \frac{2\pi}{T}\cdot t$

$\sin\frac{2\pi}{T}\cdot t = -\frac{I}{I_m} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}\cdot t = \arcsin\left(-\frac{I}{I_m}\right)$

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Шифр 119333

(заполняется ответственным секретарем приёмной комиссии)

Вариант № 3

Продолжение №9

$$t = \frac{T \arcsin\left(-\frac{I}{I_m}\right)}{2\pi};$$

3) $$\begin{cases} \frac{LI_m^2}{2} = \frac{q_0^2}{2C} \Rightarrow q_0 = \sqrt{LCI_m^2} = I_m\sqrt{LC} = \frac{I_m T}{2\pi} \\ T = 2\pi\sqrt{L\cdot C} \Rightarrow \cancel{L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}} \end{cases}$$

$$\Downarrow \quad \sqrt{L\cdot C} = \frac{T}{2\pi}$$

$$q = q_0 \cdot \cos\omega t$$

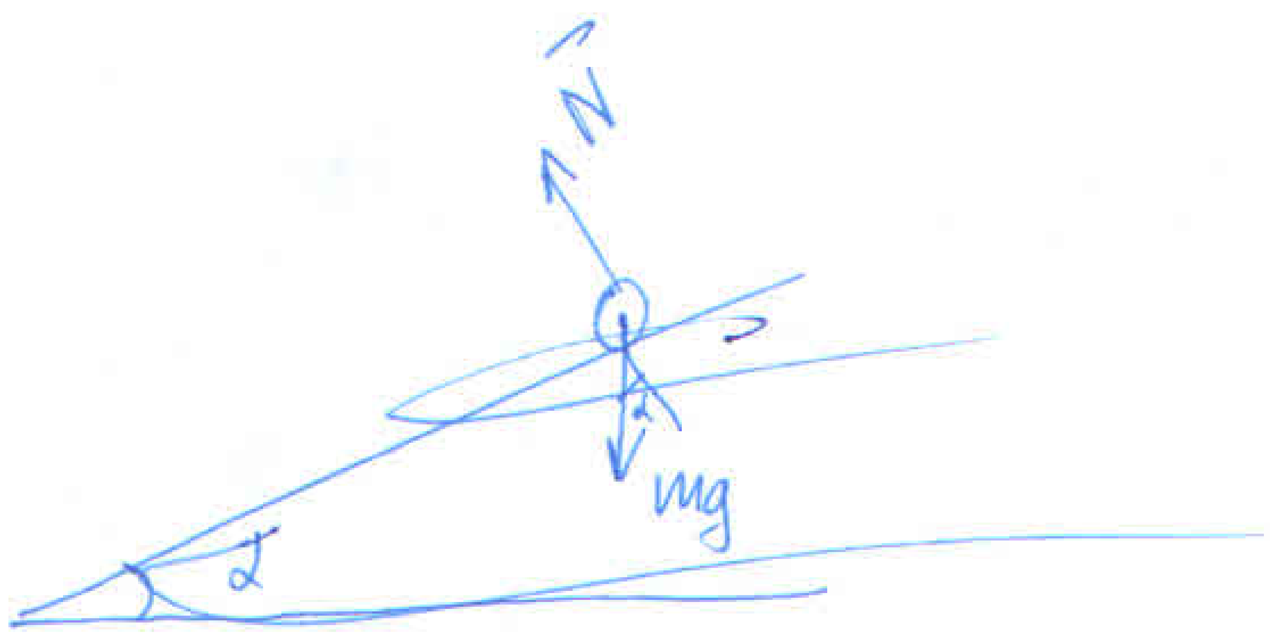
$$q = I_m\sqrt{LC}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T}{2\pi}\cdot\arcsin\left(-\frac{I}{I_m}\right)\right) = \frac{I_m\cdot T}{2\pi}\cdot\cos\left(\arcsin\left(-\frac{I}{I_m}\right)\right) = \frac{0{,}005\cdot 6\pi\cdot 10^{-4}}{2\pi}\cdot 0{,}8 =$$

$$= 0{,}012\cdot 10^{-4} = 1{,}2\cdot 10^{-6}\ \text{Кл}.$$

Отв: $q = \frac{I_m\cdot T}{2\pi}\cdot\cos\left(\arcsin\left(-\frac{I}{I_m}\right)\right) = 1{,}2\cdot 10^{-6}$ Кл.

№10

~~Дано:~~	Решение:
α	
b	
~~m~~	
C	
B	
a - ?	



№5

Дано:

$P_1 = 2 \cdot 10^5$ Па

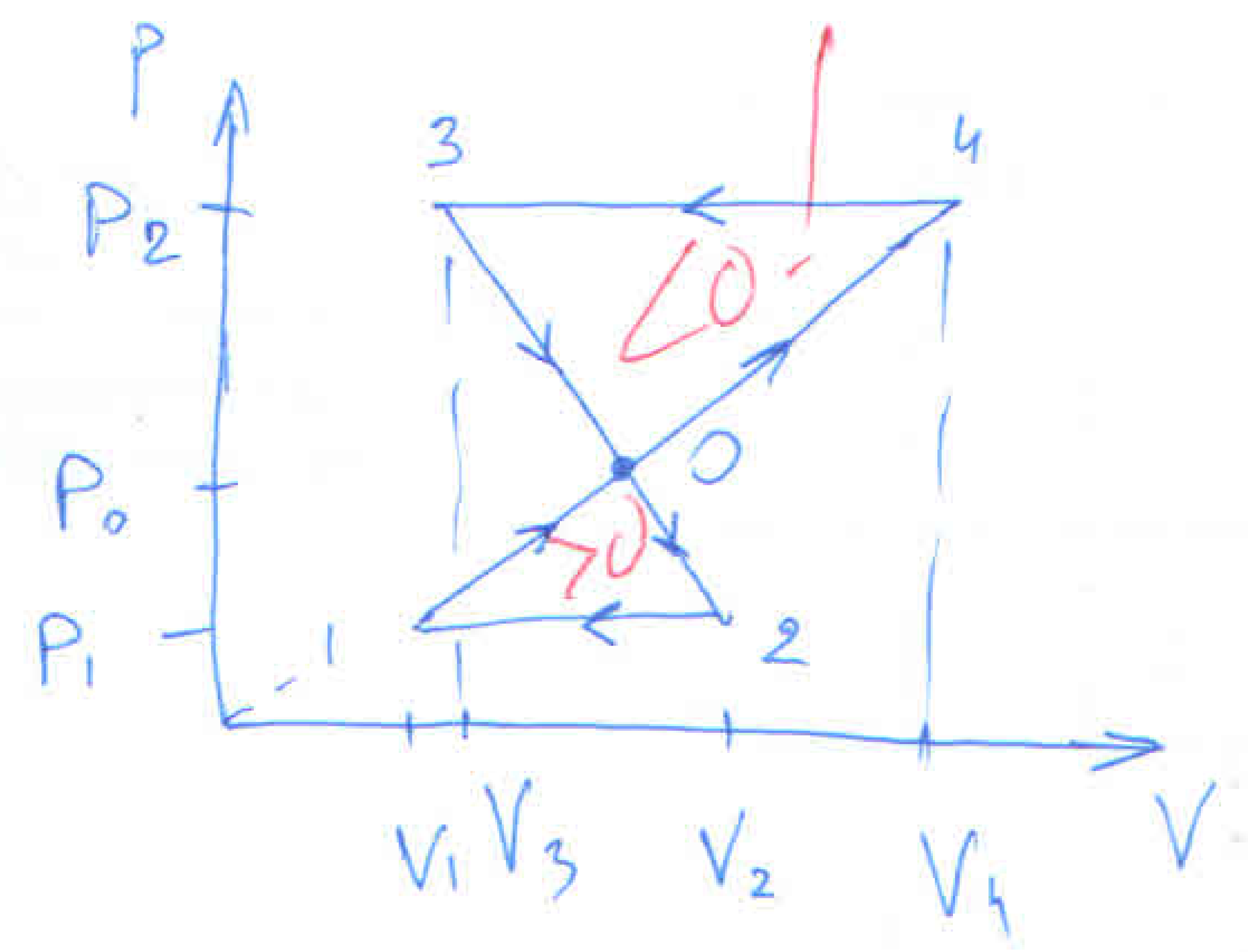
$P_0 = 3 \cdot 10^5$ Па

$P_2 = 5 \cdot 10^5$ Па

$V_2 - V_1 = 6$ л

$A_{1-4-3-2-1}$ – ?

Решение:



1) $A_{1-4-3-2-1}$ = площади внутри замкнутой фигуры в координатах $P-V$.

Тогда:

$$S_{\Delta 120} = \frac{(P_0 - P_1)(V_2 - V_1)}{2}$$

Т.к. $1-2 \parallel 3-4$ (по усл), то $\Delta 304 \sim \Delta 102$

$$\frac{V_4 - V_3}{V_2 - V_1} = \frac{P_2 - P_0}{P_0 - P_1} \Rightarrow V_4 - V_3 = \frac{(P_2 - P_0)(V_2 - V_1)}{P_0 - P_1}$$

$$S_{\Delta 304} = \frac{(V_4 - V_3)(P_2 - P_0)}{2} = \frac{(P_2 - P_0)^2 (V_2 - V_1)}{2(P_0 - P_1)}$$

$$A = S_{\Delta 120} + S_{\Delta 304} = \frac{(P_0 - P_1)(V_2 - V_1)}{2} + \frac{(P_2 - P_0)^2 (V_2 - V_1)}{2(P_0 - P_1)} =$$

$$= \frac{((P_0 - P_1)^2 + (P_2 - P_0)^2)(V_2 - V_1)}{2(P_0 - P_1)} = \frac{(10^{10} + 4 \cdot 10^{10})(0{,}006)}{2 \cdot 10^5} =$$

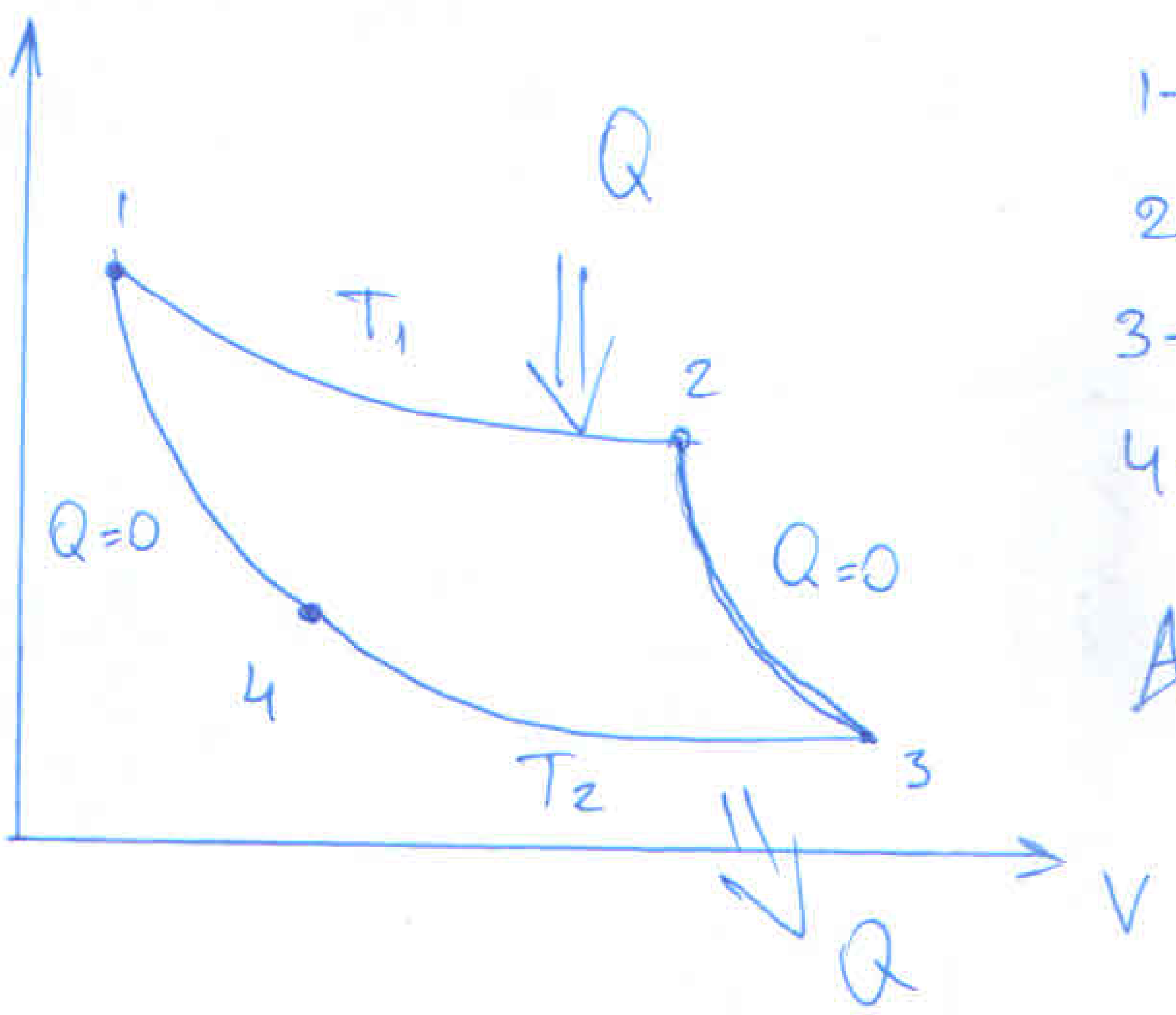
$$= \frac{5 \cdot 10^{10} \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^5} = 5 \cdot 3 \cdot 10^2 = 1500 \text{ Дж.}$$

Отв: $A = \frac{\left((P_0 - P_1)^2 + (P_2 - P_0)^2\right)(V_2 - V_1)}{2(P_0 - P_1)} = 1500$ Дж

№6

Дано:
η
A
$\nu = 2$
$i = 3$
$T_x - ?$

Решение:



1-2 - изотерм.
2-3 - адиабатный
3-4 - изотерм.
4-1 - адиабатной.

~~$A = \frac{i}{2}\nu R\Delta T$~~

~~$\boxed{\Delta T = \frac{2A}{i\nu R}}$~~

1) т.к. цикл Карно: $\eta = \frac{T_н - T_x}{T_н}$; $T_1 = T_x$, $T_2 = T_н$.

~~2) $A = A_{2-3}$, т.к. адиабатическое расширение~~ !

~~т.к. 2-3 и 4-1 - адиабатный процесс, следовательно~~

~~$Q_{1-2} = -Q_{4-3}$~~

~~$\eta = \frac{A_{1-2} + A_{2-3}}{Q_{1-2}}$, т.к. 1-2 - изотерм $\Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow A_{1-2} = Q_{1-2}$~~

~~Тогда $\eta = \frac{A_{1-2} + A_{2-3}}{A_{1-2}} \Rightarrow \eta A_{1-2} = A_{1-2} + A_{2-3} \Rightarrow A_{1-2} = \frac{A_{2-3}}{\eta - 1}$~~

~~3) $\eta = \frac{A_{1-2} + A_{2-3}}{A_{1-2}} = \frac{\frac{A_{2-3}}{\eta-1} + A_{2-3}}{\frac{A_{2-3}}{\eta-1}} =$~~

Для процесса 2-3: $A = A_{2-3}$ (по усл. адиабатн. расшир.)

$A = -\Delta U$

$A = -\frac{i}{2}\nu R\Delta T = -\frac{i}{2}\nu R(T_1 - T_2) = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 - T_1 = \frac{2A}{i\nu R} \Rightarrow$

$$T_2 = \frac{2A}{i\nu R} + T_1$$

$$T_н = \frac{2A}{i\nu R} + T_x.$$

$$\eta = \frac{T_н - T_x}{T_н} = \frac{\frac{2A}{i\nu R}}{\frac{2A}{i\nu R} + T_x} \Rightarrow \frac{2A}{i\nu R} + T_x = \frac{2A}{i\nu R\eta} \Rightarrow$$

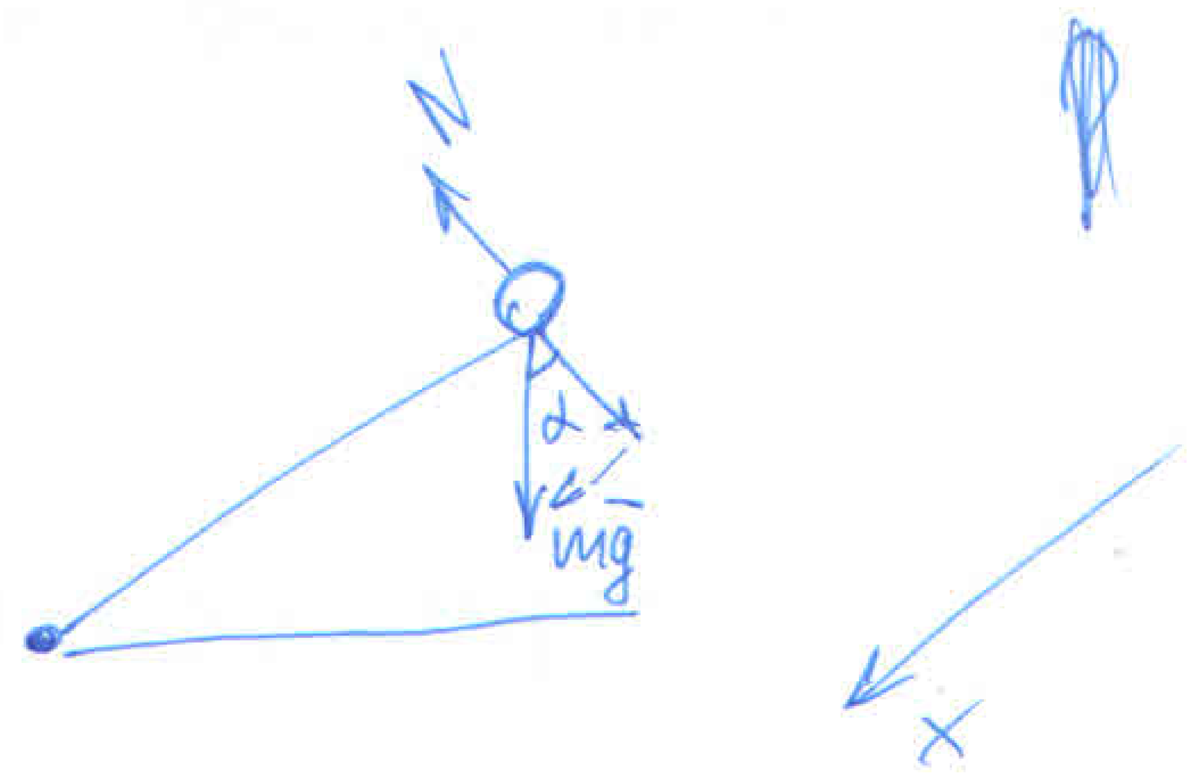
$$\Rightarrow T_x = \frac{2A}{i\nu R}\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) = \frac{2A(1-\eta)}{i\nu R\eta} = \frac{2}{3}\frac{A(1-\eta)}{\nu R\eta} = \frac{A(1-\eta)}{3R\eta}$$

Ответ: $T_x = \frac{2A(1-\eta)}{i\nu R\eta} = \frac{A(1-\eta)}{3R\eta}$, т.к. $i=3$, $\nu=2$.

№10

Дано:
α
b
m
C
B
a - ?

Решение:



Т.к. внизу конденсаторы, они будут заряжаться до тех пор, пока ~~U_2 где $U_1 + U_2 + U_3$ не станет равным $\mathcal{E}$;~~ ~~тогда~~ заряд на них не станет максимально возможным.

Тогда на перемычку не будет действовать $\vec{F}_A$, т.к. ток не течёт.

FA !

тогда:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$$

OX: $ma = mg \cdot \sin\alpha$

$a = g\sin\alpha$

Отв: $a = g\sin\alpha$.