

Вариант 4 (условия, решения, ответы)

Задача 1 (8 баллов). Переведите шестнадцатеричное число $A_{16} = 147E,59$ в десятичную систему счисления.

Решение.

$$147E,59 = 1 \cdot 16^3 + 4 \cdot 16^2 + 7 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 + 5 \cdot 16^{-1} + 9 \cdot 16^{-2} = 4096 + 1024 + 112 + 14 + 0,3125 + 0,03515625 = 5246 + 0,34765625 = 5246,34765625.$$

Ответ: 5246,34765625.

Задача 2 (8 баллов). Сколько существует трехзначных чисел, если а) используются цифры 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, где цифры не должны повторяться? б) сколько таких трехзначных чисел меньше 450? в) сколько таких трехзначных чисел делится на 4.

Ответ: а) $7!/4! = 210$; б) $2 \cdot (6!/4!) + 2 \cdot 5 = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 5 = 60 + 10 = 70$; в) $(4 \cdot (6!/4!))/2 = 4 \cdot 30/2 = 60$.

Задача 3 (8 баллов). Укажите наибольшее целое число X , при котором логическое выражение $(10 < X \cdot (X+1)) \rightarrow (10 > (X+1) \cdot (X+2))$ истинно.

Решение.

- это операция импликации между двумя отношениями: $A_0 = (10 < X \cdot (X+1))$ и $B_0 = (10 > (X+1) \cdot (X+2))$;
- заметим, что по условию нас интересуют только целые числа, поэтому можно попытаться как-то преобразовать исходное выражение, получив равносильное высказывание (точные значения корней нас совершенно не интересуют!);
- рассмотрим неравенство $A_0 = (10 < X \cdot (X+1))$: очевидно, что X может быть как положительным, так и отрицательным числом;
- легко проверить, что в области $X \geq 0$ высказывание A_0 истинно при всех целых $X \geq 3$, а в области $X \leq 0$ – при всех целых $X \leq -4$ (чтобы не запутаться, удобнее использовать нестрогие неравенства);
- поэтому для целых X можно заменить A_0 на равносильное выражение $A = (X \leq -4) + (X \geq 3)$;
- область истинности выражения – объединение двух бесконечных интервалов;
- теперь рассмотрим второе неравенство $B_0 = (10 > (X+1) \cdot (X+2))$: очевидно, что X так же может быть как положительным, так и отрицательным числом;
- в области $X \geq 0$ высказывание B_0 истинно при всех целых $X \leq 1$, а в области $X \leq 0$ – при всех целых $X \geq -4$, поэтому для целых X можно заменить B_0 на равносильное выражение $B = (-4 \leq X \leq 0) + (0 \leq X \leq 1) = (-4 \leq X \leq 1)$;
- область истинности выражения – закрытый интервал;
- вспомним таблицу истинности операции «импликация»:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

согласно таблице, заданное выражение истинно везде, кроме областей, где $A = 1$ и $B = 0$.

- обратите внимание, что значение 3 уже не входит в эту область, потому что там $A = 1$ и $B = 0$, то есть импликация дает 0;
- максимальное целое число в этой области будет 2.

Ответ: 2.

Задача 4 (12 баллов). Функция E определена рекурсивно для неотрицательных целых чисел n и k следующим образом: $E(n, 0) = 1$ для $n \geq 0$; $E(n, k) = (2 \cdot n - 1 - k) \cdot E(n-1, k-1) + (k+1) \cdot E(n-1, k)$ для $0 < k < n$. Очевидно, что $E(n, n) = 0$ при $n > 0$; $E(n, k) = 0$ при $k > n$. Вычислить вручную $E(6, 4)$.

Решение.

Производим вычисления по формуле и результаты заносим в таблицу размером 7×7 . В итоге будет получен следующий треугольник:

n	k						
	0	1	2	3	4	5	6
0	1						

1	1	0					
2	1	2	0				
3	1	8	6	0			
4	1	22	58	24	0		
5	1	52	328	444	120	0	
6	1	114	1452	4400	3708	720	0

Ответ: 3708.

Задача 5 (10 баллов). Дана префиксная запись арифметического выражения: * * a + b - d + e f * + g h + i j. Вычислить вручную значение этого выражения для a=10, b=9, d=7, e=6, f=5, g=4, h=3, i=2, j=1.

Решение.

Линейная форма представления бинарного дерева выражения будет иметь вид: ((a*(b+(d-(e+f))))*((g+h)*(i+j))). Подставляя значения, получим ((10*(9+(7-(6+5))))*((4+3)*(2+1))) = 1050.

Ответ: 1050.

Задача 6 (8 баллов). Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>const n=3; var i, j, k, sum: integer; begin sum:=0; for i:=1 to n do for j:=1 to i*i do if not(j mod i = 0) then for k:=1 to j do sum:=sum+1; writeln(sum); end.</pre>	<pre>const int n=3; int main() { int sum=0; for (int i=1; i<=n; i++) for (int j=1; j<=i*i; j++) if (j % i != 0) for (int k=1; k<=j; k++) sum++; printf("%d\n", sum); return 0; }</pre>

Решение.

Продельвая все шаги циклов, и выводя значения i, j, k, sum, получим:

```
2 1 1 1
2 3 1 2
2 3 2 3
2 3 3 4
3 1 1 5
3 2 1 6
3 2 2 7
3 4 1 8
3 4 2 9
3 4 3 10
3 4 4 11
3 5 1 12
3 5 2 13
3 5 3 14
3 5 4 15
3 5 5 16
3 7 1 17
3 7 2 18
3 7 3 19
3 7 4 20
3 7 5 21
3 7 6 22
3 7 7 23
3 8 1 24
3 8 2 25
3 8 3 26
3 8 4 27
3 8 5 28
3 8 6 29
3 8 7 30
3 8 8 31
```

Ответ: 31.

Задача 7 (16 баллов). Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; i, j, p, q: integer; begin for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if (i mod (j+1) = 0) then D[i,j]:=i+j else D[i,j]:=i-j; p:=Low(integer); for i:=0 to n-1 do begin q:=High(integer); for j:=0 to n-1 do q:=min(q, D[i,j]); p:=max(p, q); end; writeln(p); end.</pre>	<pre>#include <limits.h> #define MIN(X,Y) ((X) < (Y) ? (X) : (Y)) #define MAX(X,Y) ((X) > (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, p, q; for (i=0; i<n; i++) for (j=0; j<n; j++) if (i % (j+1) == 0) D[i][j]=i+j; else D[i][j]=i-j; p=INT_MIN; for (i=0; i<n; i++) { q=INT_MAX; for (j=0; j<n; j++) q=MIN(q, D[i][j]); p=MAX(p, q); } printf("%d\n", p); return 0; }</pre>

Решение.

После заполнения матрица будет иметь вид:

```
0  1  2  3  4
1  0 -1 -2 -3
2  3  0 -1 -2
3  2  5  0 -1
4  5  2  7  0
```

Максимум среди минимумов строк матрицы будет равен 0.

Ответ: 0.