

## Вариант 15 (условия, решения, ответы)

**Задача 1 (8 баллов).** Переведите шестнадцатеричное число  $A_{16} = 32F,C1$  в десятичную систему счисления.

**Решение.**

$$32F,C1 = 3 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 + 12 \cdot 16^{-1} + 1 \cdot 16^{-2} = 768 + 32 + 15 + 0,75 + 0,00390635 = 815 + 0,75390625 = 815,75390625.$$

**Ответ: 815,75390625.**

**Задача 2 (8 баллов).** Сколько существует перестановок букв o, n, t, h, e, g, r, i, d, если а) не существует никаких ограничений? б) последовательности букв образуют слова "on", "the" и "grid" в любом порядке? с) последовательности букв не образуют слова ни "on", ни "the", ни "grid"?

**Ответ: а)  $9! = 362880$ ; б)  $3! = 6$ ; с)  $9! - (8! + 7! + 6! - 6! - 5! - 4! + 3!) = 362880 - 45222 = 317658$ .**

**Задача 3 (8 баллов).** Сколько различных решений имеет система логических уравнений

$$(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \wedge (y_2 \rightarrow y_3) \wedge (y_3 \rightarrow y_4) = 1$$

$$(z_1 \rightarrow z_2) \wedge (z_2 \rightarrow z_3) \wedge (z_3 \rightarrow z_4) = 1$$

$$x_1 \wedge y_2 \wedge z_3 = 0$$

где  $x_1, \dots, x_4, y_1, \dots, y_4, z_1, \dots, z_4$ , – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных, при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа нужно указать количество таких наборов.

**Решение.**

1) перепишем систему с более понятными обозначениями:

$$(x_1 \rightarrow x_2) \cdot (x_2 \rightarrow x_3) \cdot (x_3 \rightarrow x_4) = 1$$

$$(y_1 \rightarrow y_2) \cdot (y_2 \rightarrow y_3) \cdot (y_3 \rightarrow y_4) = 1$$

$$(z_1 \rightarrow z_2) \cdot (z_2 \rightarrow z_3) \cdot (z_3 \rightarrow z_4) = 1$$

$$x_1 \cdot y_2 \cdot z_3 = 0$$

2) первые 3 уравнения однотипны; рассмотрим первое из них:

$$(x_1 \rightarrow x_2) \cdot (x_2 \rightarrow x_3) \cdot (x_3 \rightarrow x_4) = 1$$

3) рассмотрим решение этого уравнения как битовую цепочку  $X = x_1x_2x_3x_4$

4) все импликации должны быть равны 1, в цепочке  $X$  запрещена комбинация 10, поэтому после первой единицы далее следуют только единицы; вот все 5 решений  $X$ :

$$X = 0000 \quad 0001 \quad 0011 \quad 0111 \quad 1111$$

5) второе и третье уравнения не зависят от первого и имеют такую же структуру; вот все их решения  $Y = y_1y_2y_3y_4$  и

$$Z = z_1z_2z_3z_4:$$

$$Y = 0000 \quad 0001 \quad 0011 \quad 0111 \quad 1111$$

$$Z = 0000 \quad 0001 \quad 0011 \quad 0111 \quad 1111$$

6) если бы система состояла бы только из первых трёх уравнений, общее количество решений было бы равно  $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

7) теперь рассмотрим последнее уравнение, связывающее  $X, Y$  и  $Z$ :

$$x_1 \cdot y_2 \cdot z_3 = 0$$

8) таким образом, нужно исключить все решения, где  $x_1 = y_2 = z_3 = 1$

9) у нас есть одно решение  $X$  с  $x_1 = 1$ , два решения  $Y$  с  $y_2 = 1$  и три решения  $Z$  с  $z_3 = 1$ ; поэтому из 125 нужно отбросить  $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$  решений; остаётся  $125 - 6 = 119$  решений

**Ответ: 119.**

**Задача 4 (12 баллов).** Функция  $S$  определена рекурсивно для неотрицательных целых чисел  $n$  и  $k$  следующим образом:  $S(0, 0) = 1$ ;  $S(n, 0) = 0$  для  $n > 0$ ;  $S(n, k) = S(n-1, k-1) + (n-1) \cdot S(n-1, k)$  для  $0 < k < n$ . Очевидно, что  $S(n, n) = 1$ ;  $S(n, k) = 0$  при  $k > n$ . Вычислить вручную  $S(6, 4)$ .

**Решение.**

Производим вычисления по формуле и результаты заносим в таблицу размером 7x7. В итоге будет получен следующий треугольник:

n	k						
	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	0	1					
2	0	1	1				
3	0	2	3	1			
4	0	6	11	6	1		
5	0	24	50	35	10	1	
6	0	120	274	225	85	15	1

Ответ:  $S(6, 4) = 85$ .

**Задача 5 (10 баллов).** Дана постфиксная (обратная польская) запись арифметического выражения:  $x a + x * b + x * c + x * d + x * e +$ . Найдите бинарное дерево, задающее это выражение, и вручную вычислите значение этого выражения для  $x=3, a=1, b=2, c=3, d=4, e=5$ .

Решение.

Линейная форма представления бинарного дерева выражения будет иметь вид  $(((((x+a)*x)+b)*x)+c)*x)+d)*x)+e$ . Подставляя значения, получим  $(((((3+1)*3)+2)*3)+3)*3)+4)*3)+5 = 422$ .

Ответ: 422.

**Задача 6 (8 баллов).** Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=141; b: byte=77; begin writeln( byte(not(byte(b shl 1) and byte(b shr 1))) and (byte((a or b) shr 1) or byte((a and b) shl 1))); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() { byte a=141, b=77; printf( "%d\n", (byte)(~((byte)(b &lt;&lt; 1) &amp; (byte)(b &gt;&gt; 1))) &amp; ((byte)((a   b) &gt;&gt; 1)   (byte)((a &amp; b) &lt;&lt; 1)) ); return 0; }</pre>

Ответ: 124

**Задача 7 (16 баллов).** Изобразите вид матрицы **D** после выполнения следующей программы и выпишите элементы ее главной диагонали:

Pascal	C
<pre>const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin k:=0; l:=0; for i:=0 to n-1 do for j:=0 to n-1 do if ((i+j) mod 2 &lt;&gt; 0) then begin k:=k-1; D[i,j]:=k; end else begin l:=l+1; D[i,j]:=l; end; for k:=0 to 1 do for j:=0 to n-1 do for i:=0 to n-1 do D[i,j]:=min(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end.</pre>	<pre>#define MIN(X,Y) ((X) &lt; (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() { int i, j, k=0, l=0; for (i=0; i&lt;n; i++) for (j=0; j&lt;n; j++) if ((i+j) % 2 != 0) D[i][j]--k; else D[i][j]++l; for (k=0; k&lt;2; k++) for (j=0; j&lt;n; j++) for (i=0; i&lt;n; i++) D[i][j]=MIN(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]); return 0; }</pre>

Решение.

Исходная матрица:

```

1  -1  2  -2  3
-3  4  -4  5  -5
6  -6  7  -7  8
-8  9  -9  10 -10
11 -11 12 -12 13
```

Матрица для  $k=0$ :

1	-1	2	-2	3
-3	-4	-4	-5	-5
6	-6	7	-7	8
-8	-9	-9	-10	-10
11	-11	12	-12	13

Матрица для  $k=1$ :

-4	-5	-9	-10	-10
-7	-8	-12	-13	-13
-13	-14	-26	-27	-27
-16	-17	-29	-30	-30
-18	-19	-31	-32	-32

**Ответ:**    -4   -8   -26   -30   -32