

## Вариант 8 (условия и ответы)

**Задача 1 (8 баллов).** Переведите шестнадцатеричное число  $A_{16} = 147E,59$  в десятичную систему счисления.

**Ответ:** 5246,34765625.

**Задача 2 (8 баллов).** Сколько существует положительных целых чисел, меньших 1001, которые а) делятся и на 2, и на 3, и на 5? б) делятся на 2, или на 3, или на 5? с) не делятся ни на 2, ни на 3, ни на 5?

**Ответ:** а) 33; б) 734; с) 267.

**Задача 3 (8 баллов).** Укажите наибольшее целое число  $X$ , при котором логическое выражение  $(10 < X \cdot (X+1)) \rightarrow (10 > (X+1) \cdot (X+2))$  истинно.

**Решение.**

- это операция импликации между двумя отношениями:  $A_0 = (10 < X \cdot (X+1))$  и  $B_0 = (10 > (X+1) \cdot (X+2))$ ;
- заметим, что по условию нас интересуют только целые числа, поэтому можно попытаться как-то преобразовать исходное выражение, получив равносильное высказывание (точные значения корней нас совершенно не интересуют!);
- рассмотрим неравенство  $A_0 = (10 < X \cdot (X+1))$ : очевидно, что  $X$  может быть как положительным, так и отрицательным числом;
- легко проверить, что в области  $X \geq 0$  высказывание  $A_0$  истинно при всех целых  $X \geq 3$ , а в области  $X \leq 0$  – при всех целых  $X \leq -4$  (чтобы не запутаться, удобнее использовать нестрогие неравенства);
- поэтому для целых  $X$  можно заменить  $A_0$  на равносильное выражение  $A = (X \leq -4) + (X \geq 3)$ ;
- область истинности выражения – объединение двух бесконечных интервалов;
- теперь рассмотрим второе неравенство  $B_0 = (10 > (X+1) \cdot (X+2))$ : очевидно, что  $X$  так же может быть как положительным, так и отрицательным числом;
- в области  $X \geq 0$  высказывание  $B_0$  истинно при всех целых  $X \leq 1$ , а в области  $X \leq 0$  – при всех целых  $X \geq -4$ , поэтому для целых  $X$  можно заменить  $B_0$  на равносильное выражение  $B = (-4 \leq X \leq 0) + (0 \leq X \leq 1) = (-4 \leq X \leq 1)$ ;
- область истинности выражения – закрытый интервал;
- вспомним таблицу истинности операции «импликация»:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

согласно таблице, заданное выражение истинно везде, кроме областей, где  $A = 1$  и  $B = 0$ .

- обратите внимание, что значение 3 уже не входит в эту область, потому что там  $A = 1$  и  $B = 0$ , то есть импликация дает 0;
- максимальное целое число в этой области будет 2.

**Ответ:** 2.

**Задача 4 (8 баллов).** Сколько существует способов избрания президента, вице-президента, секретаря и казначея среди членов клуба, включающего 8 студентов последнего курса, 10 студентов предпоследнего курса, 15 второкурсников и 20 первокурсников, если а) отсутствуют какие-либо ограничения? б) президентом должен быть студент последнего курса? с) первокурсники могут быть избраны только на должность секретаря?

**Ответ:** а)  $53 \cdot 52 \cdot 51 \cdot 50 = 7027800$ ; б)  $8 \cdot 52 \cdot 51 \cdot 50 = 1060800$ ; с)  $33 \cdot 32 \cdot 20 \cdot 31 + 33 \cdot 32 \cdot 31 \cdot 30 = 1636800$ .

**Задача 5 (12 баллов).** Функция  $E$  определена рекурсивно для неотрицательных целых чисел  $n$  и  $k$  следующим образом:  $E(n, 0) = 1$  для  $n \geq 0$ ;  $E(n, k) = (2 \cdot n - 1 - k) \cdot E(n-1, k-1) + (k+1) \cdot E(n-1, k)$  для  $0 < k < n$ . Очевидно, что  $E(n, n) = 0$  при  $n > 0$ ;  $E(n, k) = 0$  при  $k > n$ . Вычислить вручную  $E(6, 3)$ .

**Решение.**

Производим вычисления по формуле и результаты заносим в таблицу размером  $7 \times 7$ . В итоге будет получен следующий треугольник:

n	k						
	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	1	1				
3	1	1	1	1			
4	1	1	1	1	1		
5	1	1	1	1	1	1	
6	1	1	1	1	1	1	1

0	1						
1	1	0					
2	1	2	0				
3	1	8	6	0			
4	1	22	58	24	0		
5	1	52	328	444	120	0	
6	1	114	1452	4400	3708	720	0

**Ответ: 4400.**

**Задача 6 (12 баллов).** Дана постфиксная (обратная польская) запись арифметического выражения:  
 $a b + c - d * e f g h + * - *$ . Вычислить вручную значение этого выражения для  $a=8, b=7, c=6, d=5, e=4, f=3, g=2, h=1$ .

**Решение.**

Линейная форма представления бинарного дерева выражения будет иметь вид  $(((((a+b)-c)*d)*(e-(f*(g+h))))))$ . Подставляя значения, получим  $(((((8+7)-6)*5)*(4-(3*(2+1)))))) = -225$ .

**Ответ: -225.**

**Задача 7 (8 баллов).** Определите, что будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>var a: byte=204; b: byte=170; begin   writeln(     byte((a and byte(not(byte(b shl 1)))) shr 2) or     byte(not(byte(a shl 1)) and byte(b shr 2) ); end.</pre>	<pre>typedef unsigned char byte; int main() {   byte a=204, b=170;   printf( "%d\n",     (byte)((a &amp; (byte)(~(byte)(b &lt;&lt; 1))) &gt;&gt; 2)       (byte)(~(byte)(a &lt;&lt; 1)) &amp; (byte)(b &gt;&gt; 2) );   return 0; }</pre>

**Ответ: 34.**

**Задача 8 (8 баллов).** Определите, какое число будет напечатано в результате выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>function f(x: integer): integer; begin   f:=(x*x-4)*(x*x-4)+6; end; var a, b, m, t: integer; begin   a:=-10; b:=10; m:=0;   for t:=a to b do     if (f(t) &lt; f(t-1)) and (f(t) &lt; f(t+1)) then       m:=m+1; writeln(m); end.</pre>	<pre>int f(int x) { return (x*x-4)*(x*x-4)+6; } int main() {   int t, a=-10, b=10, m=0;   for (t=a; t&lt;=b; t++)     if (f(t) &lt; f(t-1) &amp;&amp; f(t) &lt; f(t+1)) m++;   printf("%d\n", m);   return 0; }</pre>

**Ответ: 2.**

**Задача 9 (12 баллов).** Чему будет равна сумма элементов матрицы **A** после выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre>const n=9; var A: array[0..n-1,0..n-1] of integer;     i, k: integer; begin   for i:=0 to n-1 do     for k:=0 to n-1 do A[i,k]:=0;   for k:=0 to n-1 do     if (k &lt; n div 2)       then for i:=k to n-k-1 do A[i,k]:=1       else for i:=n-k-1 to k do A[i,k]:=1; end.</pre>	<pre>const int n=9; int main() {   int A[n][n]={0};   for (int k=0; k&lt;n; k++)     if (k &lt;= n/2)       for (int i=k; i&lt;n-k; i++) A[i][k]=1;     else       for (int i=n-k-1; i&lt;=k; i++) A[i][k]=1;   return 0; }</pre>

**Решение.**

Преобразованная матрица:

```

1  0  0  0  0  0  0  0  1
1  1  0  0  0  0  0  1  1
1  1  1  0  0  0  1  1  1
1  1  1  1  0  1  1  1  1
1  1  1  1  1  1  1  1  1
1  1  1  1  0  1  1  1  1
1  1  1  0  0  0  1  1  1
1  1  0  0  0  0  0  1  1
1  0  0  0  0  0  0  0  1

```

Ответ: 49.

Задача 10 (16 баллов). Выпишите элементы побочной диагонали матрицы **D** в конце выполнения следующей программы:

Pascal	C
<pre> const n=5; var D: array[0..n-1,0..n-1] of integer; var i, j, k, l: integer; begin   k:=0; l:=0;   for i:=0 to n-1 do     for j:=0 to n-1 do       if ((i+j) mod 2 = 0)         then begin k:=k-1; D[i,j]:=k; end         else begin l:=l+1; D[i,j]:=l; end;   for k:=0 to 1 do     for i:=0 to n-1 do       for j:=0 to n-1 do         D[i,j]:=max(D[i,j], D[i,k]+D[k,j]); end. </pre>	<pre> #define MAX(X,Y) ((X) &gt; (Y) ? (X) : (Y)) const int n=5; int D[n][n]; int main() {   int i, j, k=0, l=0;   for (i=0; i&lt;n; i++)     for (j=0; j&lt;n; j++)       if ((i+j) % 2 == 0) D[i][j]--k;       else D[i][j]++l;   for (k=0; k&lt;2; k++)     for (i=0; i&lt;n; i++)       for (j=0; j&lt;n; j++)         D[i][j]= MAX(D[i][j], D[i][k]+D[k][j]);   return 0; } </pre>

Побочной диагональю матрицы называется диагональ, идущая из левого нижнего угла в правый верхний угол.

Исходная матрица:

```

-1  1 -2  2 -3
 3 -4  4 -5  5
-6  6 -7  7 -8
 8 -9  9 -10 10
-11 11 -12 12 -13

```

Матрица для k=0:

```

-1  1 -2  2 -3
 3  4  4  5  5
-6  6 -7  7 -8
 8  9  9 10 10
-11 11 -12 12 -13

```

Матрица для k=1:

```

 4  5  9 10 10
 7  8 12 13 13
13 14 26 27 27
16 17 29 30 30
18 19 31 32 32

```

Ответ: 18    17    26    13    10.