

Вариант 8 (условия и решения)

Задача 1 (8 баллов). Перевести шестнадцатеричное число $A_{16} = 754,8BD7$ в десятичную систему счисления.

Решение задачи 1.

- $754_{16} = 7 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 = 7 \cdot 256 + 5 \cdot 16 + 4 \cdot 1 = 1792 + 80 + 4 = 1876_{10}$.
- $0,8BD7_{16} = 8 \cdot 16^{-1} + 11 \cdot 16^{-2} + 13 \cdot 16^{-3} + 7 \cdot 16^{-4} = 8 \cdot (1/16) + 11 \cdot (1/256) + 13 \cdot (1/4096) + 7 \cdot (1/65536) = (1/2) + (11/256) + (13/4096) + (7/65536) = 0,5 + 0,042... + 0,003... + 0,0001... \approx 0,546$

Ответ: $A_{10} = 1876,546$

Задача 2 (8 баллов). Найти разность шестнадцатеричных чисел $A_{16} = 34C5$ и $B_{16} = FF12$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. Числа со знаком, выражаемые с использованием 16 двоичных разрядов, должны находиться между -32768 и 32767 . При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

Решение задачи 2.

- $A - B = A + (-B)$.
- $[A_2]_{np} = 0,011\ 0100\ 1100\ 0101$ $[-B_2]_{np} = 0,111\ 1111\ 0001\ 0010$
- $[A_2]_d = 0,011\ 0100\ 1100\ 0101$ $[-B_2]_d = 0,111\ 1111\ 0001\ 0010$
- $[A_2]_d^M = 00,011\ 0100\ 1100\ 0101$ $[-B_2]_d^M = 00,111\ 1111\ 0001\ 0010$
- $[A_2]_d^M + [-B_2]_d^M = 00,011\ 0100\ 1100\ 0101 + 00,111\ 1111\ 0001\ 0010 = 01,011\ 0011\ 1101\ 0111$

Ответ: Положительное переполнение

Задача 3 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются операции над булевскими величинами, принимающими значения Т (истина) и F (ложь). Выражение может содержать круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee), импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge), уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $\neg(\neg p \vee (q \wedge \neg r))$.

Решение задачи 3.

p	q	r	$\neg p$	$\neg r$	$q \wedge \neg r$	$\neg p \vee (q \wedge \neg r)$	$\neg(\neg p \vee (q \wedge \neg r))$
T	T	T	F	F	F	F	T
T	T	F	F	T	T	T	F
T	F	T	F	F	F	F	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	F	F	T	F
F	T	F	T	T	T	T	F
F	F	T	T	F	F	T	F
F	F	F	T	T	F	T	F

Задача 4 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ ($|$), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 ($|$). Вычислить значение следующего выражения: $(b \ll 2 | b \gg 2) | \sim((a \& b) \gg 2 | (a | b) \ll 2)$ для $a = 60$ и $b = 195$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

Решение задачи 4.

- $a = 3c_{16} = 00111100_2$
- $b = c3_{16} = 11000011_2$
- $b \ll 2 = c_{16} = 00001100_2$
- $b \gg 2 = 30_{16} = 00110000_2$
- $b \ll 2 | b \gg 2 = 3c_{16} = 00111100_2$
- $a \& b = 0_{16} = 00000000_2$
- $(a \& b) \gg 2 = 0_{16} = 00000000_2$
- $a | b = ff_{16} = 11111111_2$
- $(a | b) \ll 2 = fc_{16} = 11111100_2$

- 10) $(a \& b) \gg 2 \mid (a \mid b) \ll 2 = fc_{16} = 11111100_2$
 11) $\sim((a \& b) \gg 2 \mid (a \mid b) \ll 2) = 3_{16} = 00000011_2$
 12) $(b \ll 2 \mid b \gg 2) \mid \sim((a \& b) \gg 2 \mid (a \mid b) \ll 2) = 3f_{16} = 00111111_2$

Ответ: $00111111_2 = 63_{10}$

Задача 5 (8 баллов). Пусть $\{a_n\}$ ($n \geq 1$) – последовательность, для которой $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 0$. Вычислить a_{10} , зная, что $a_1 = 2, a_2 = 4$.

Решение задачи 5.

Первый способ. $a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 8, a_4 = 16, a_5 = 32, a_6 = 64, a_7 = 128, a_8 = 256, a_9 = 512, a_{10} = 1024$.

Второй способ. Можно найти выражения для a_n через n , считая, что a_1 и a_2 заданы. Общий член последовательности будет иметь вид: $a_n = 2^n$. Для $n = 10$ будем иметь: $a_{10} = 2^{10} = 1024$.

Ответ: $a_{10} = 1024$

Задача 6 (8 баллов). Дана инфиксная запись арифметического выражения $((a + b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$. Найти постфиксную запись этого выражения.

Решение задачи 6.

В соответствии с алгоритмом «сортировочной станции» Дейкстры будем иметь:

Стек	Вход	Выход
	$((a + b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	
($((a + b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	
(($(a + b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	
(((($a + b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	
((((+	$+ b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	a
(((((+	$b) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	a
(((((+	$) - c) * d / (e - (f * (g + h)))$	a b
((((($- c) * d / (e - (f * (g + h)))$	a b +
(((((-	$c) * d / (e - (f * (g + h)))$	a b +
(((((-	$) * d / (e - (f * (g + h)))$	a b + c -
((((($* d / (e - (f * (g + h)))$	a b + c -
(((((*	$) / (e - (f * (g + h)))$	a b + c - d
((((($/ (e - (f * (g + h)))$	a b + c - d *
(((((/	$(e - (f * (g + h)))$	a b + c - d *
((((((/	$e - (f * (g + h)))$	a b + c - d *
((((((/	$- (f * (g + h)))$	a b + c - d * e
((((((/-	$(f * (g + h)))$	a b + c - d * e
((((((/-	$f * (g + h)))$	a b + c - d * e
((((((/-	$* (g + h)))$	a b + c - d * e f
((((((/-	$(g + h)))$	a b + c - d * e f
((((((/-	$g + h)))$	a b + c - d * e f
((((((/-	$+ h)))$	a b + c - d * e f g
((((((/-	$h)))$	a b + c - d * e f g
((((((/-	$)))$	a b + c - d * e f g h
((((((/-	$)$	a b + c - d * e f g h +
((((((/-	$)$	a b + c - d * e f g h + *
((((((/		a b + c - d * e f g h + * -
((((((/		a b + c - d * e f g h + * - /

Ответ: $a b + c - d * e f g h + * - /$

Задача 7 (8 баллов). Определить количество способов расстановки скобок в произведении $x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ так, чтобы порядок умножений был полностью определен.

Решение задачи 7.

Задачу можно решить с помощью метода полного перебора, но можно показать, что количество способов расстановки скобок в произведении $x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$ так, чтобы порядок умножений был полностью определен, определяется четвертым

числом Каталана. Само число Каталана выражается формулой $C(n) = \frac{(2n)!}{n!(n+1)!}$. $C(4) = \frac{(2 \cdot 4)!}{4!(4+1)!} = \frac{(8)!}{4!(5)!} = \frac{(6 \cdot 7 \cdot 8)}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4)} = 7 \cdot 2 = 14$.

Ответ: 14

Задача 8 (12 баллов). В потоке из 100 студентов 35 изучают французский язык, 42 – испанский, 43 – немецкий, 17 – французский и испанский, 15 – испанский и немецкий, 13 – французский и немецкий, 20 студентов не изучают ни один из трех языков.

- Сколько студентов изучают французский или немецкий язык, но не изучают испанский язык?
- Сколько студентов изучают только один из трех перечисленных языков?
- Сколько студентов изучают два из трех языков?
- Сколько студентов изучают только испанский язык?

Решение задачи 8.

Задачу можно решить графически (с использованием диаграмм Эйлера-Венна). Предлагается аналитический метод (с использованием комбинаторного принципа сложения).

Пусть универсум U – множество из 100 студентов, Φ – множество студентов, изучающих французский язык, I – множество студентов, изучающих испанский язык, H – множество студентов, изучающих немецкий язык. Предварительно вычислим два множества. Множество студентов, изучающих хотя бы один из трех перечисленных предметов, равно

$$|X \cup M \cup \Phi| = 100 - 20 = 80.$$

Тогда множество студентов, изучающих все три предмета, равно

$$|X \cap M \cap \Phi| = |X \cup M \cup \Phi| - (|\Phi| + |I| + |H| - |\Phi \cap I| - |I \cap H| - |H \cap \Phi|) = 80 - (35 + 42 + 43 - 17 - 15 - 13) = 80 - 75 = 5.$$

Множество студентов, изучающих французский или немецкий язык, но не изучающих испанский язык равно

$$(|\Phi| + |H| - |\Phi \cap H|) - (|\Phi \cap I| + |I \cap H| - |X \cap M \cap \Phi|) = (35 + 43 - 13) - (17 + 15 - 5) = 65 - 27 = 38.$$

Множество студентов, изучающих только один из трех перечисленных языков, равно

$$(|\Phi| - |\Phi \cap I| - |\Phi \cap H| + |\Phi \cap I \cap H|) + (|I| - |I \cap \Phi| - |I \cap H| + |\Phi \cap I \cap H|) + (|H| - |H \cap \Phi| - |H \cap I| + |\Phi \cap I \cap H|) = (35 - 17 - 13 + 5) + (42 - 17 - 15 + 5) + (43 - 13 - 15 + 5) = 10 + 15 + 20 = 45.$$

Множество студентов, изучающих два из трех языков, равно

$$(|\Phi \cap I| - |\Phi \cap I \cap H|) + (|I \cap H| - |\Phi \cap I \cap H|) + (|H \cap \Phi| - |\Phi \cap I \cap H|) = (17 - 5) + (15 - 5) + (13 - 5) = 12 + 10 + 8 = 30.$$

Множество студентов, изучающих только испанский язык, равно

$$|I| - |I \cap \Phi| - |I \cap H| + |\Phi \cap I \cap H| = 42 - 17 - 15 + 5 = 15.$$

Ответ: а) 38; б) 45; в) 30; г) 15

Задача 9 (16 баллов). Натуральное число будем называть гамр-числом, если его десятичные цифры при чтении их слева направо образуют неубывающую последовательность. Например, 123 – является гамр-числом, а 101 не является гамр-числом. Дана последовательность из N целых положительных чисел. Требуется для каждого значения последовательности (если оно гамр-число) подсчитать количество гамр-чисел, не превосходящих исходного числа.

Входные данные. Входной файл содержит целое число N ($1 \leq N \leq 1000$) – длина последовательности и N целых положительных чисел, каждое из которых может содержать до 64 десятичных цифр.

Выходные данные. В выходной файл для каждого значения входной последовательности вывести количество различных чисел, удовлетворяющих условию задачи. Если исходное число не является гамр-числом, то вывести -1. Гарантируется, что количество искомых чисел не больше 10^{18} .

Пример входных данных	Пример выходных данных
5	10
11	65
123	-1
101	220
1111	2001
99999	

Решение задачи 9.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
#include <string.h>
FILE *ifs, *ofs;
static long dp[64][10];
static long adp[64][10];
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int n;
    char num[100];
    bool flag;
    for (int i = 0; i < 10; i++) adp[0][i] = 1;
    for (int i = 1; i < 64; i++)
        for (int j = 0; j < 10; j++)
            for (int k = j; k < 10; k++) adp[i][j] += adp[i-1][k];
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
    fscanf( ifs, "%d", &n );
    for (int nc = 0; nc < n; nc++) {
        fscanf( ifs, "%s", num );
        strrev( num );
        flag = false;
        for (int i = 1; i < strlen( num ); i++)
            if (num[i] > num[i-1]) { fprintf( ofs, "-1\n" ); flag = true; break; }
        if (flag) continue;
        for (int i = 0; i < 64; i++)
            for (int j = 0; j < 10; j++) dp[i][j] = 0;
        for (int i = 0; i < num[0] - '0'; i++) dp[0][i] = 1;
        for (int i = 1; i < strlen( num ); i++) {
            for (int j = 0; j < num[i] - '0'; j++) dp[i][j] = adp[i][j];
            for (int j = num[i] - '0'; j < 10; j++) dp[i][num[i] - '0'] += dp[i-1][j];
        }
        long answer = 0;
        for (int i = 0; i < 10; i++) answer += dp[strlen( num ) - 1][i];
        fprintf( ofs, "%d\n", answer );
    }
    fclose( ifs );
    fclose( ofs );
    return 0;
}
```

Задача 10 (16 баллов). На плоскости задан отрезок координатами своего начала и конца и точка. Все координаты по модулю не превышают 10^6 . Определить расстояние от точки до отрезка.

Входные данные. Во входном файле записаны 3 пары целых чисел, задающих координаты начала и конца отрезка и координаты точки.

Выходные данные. В выходной файл вывести одно действительное число – расстояние от точки до отрезка. Результат вывести с точностью 0,001.

Примеры входных данных	Примеры выходных данных
5 0 0 5 0 6	1.000
5 0 0 5 0 0	3.536

Решение задачи 10.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
#include <math.h>
FILE *ifs, *ofs;
double sqr_distance_point_to_point(double ax, double ay, double bx, double by) {
    return (ax - bx) * (ax - bx) + (ay - by) * (ay - by);
}
double distance_point_to_segment(double px, double py, double ax, double ay, double bx, double by) {
    double a, b, c, p, s;
    a = sqr_distance_point_to_point( px, py, ax, ay );
    b = sqr_distance_point_to_point( px, py, bx, by );
    c = sqr_distance_point_to_point( ax, ay, bx, by );
    p = (a + b - c) / 2;
    s = sqrt( 4 * a * b - (a + b - c) * (a + b + c) );
    return (s > 0) ? s / 2 : sqrt( a );
}
```

```

    if ( a >= b + c ) return sqrt( b );
    if ( b >= a + c ) return sqrt( a );
    a = sqrt( a ); b = sqrt( b ); c = sqrt( c ); p = ( a + b + c ) / 2;
    s = sqrt((p - a) * (p - b) * (p - c) * p);
    return s*2/c;
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    double ax, ay, bx, by, px, py;
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
    fscanf( ifs, "%lf %lf %lf %lf %lf %lf", &ax, &ay, &bx, &by, &px, &py );
    fprintf( ofs, "%.3f\n", distance_point_to_segment( px, py, ax, ay, bx, by ));
    fclose( ifs );
    fclose( ofs );
    return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_8_10;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils, Math;
function sqr_distance_point_to_point(ax, ay, bx, by: double): double;
begin
    result := (ax - bx) * (ax - bx) + (ay - by) * (ay - by);
end;
function distance_point_to_segment(px, py, ax, ay, bx, by: double): double;
var a, b, c, p, s: double;
begin
    a := sqr_distance_point_to_point(px, py, ax, ay);
    b := sqr_distance_point_to_point(px, py, bx, by);
    c := sqr_distance_point_to_point(ax, ay, bx, by);
    if (a >= b + c) then result := sqrt(b)
    else if (b >= a + c) then result := sqrt( a )
    else
        begin
            a := sqrt(a);
            b := sqrt(b);
            c := sqrt(c);
            p := (a + b + c) / 2;
            s := sqrt((p - a) * (p - b) * (p - c) * p);
            result := s*2/c;
        end;
end;
var ax, ay, bx, by, px, py: double;
    f, g: TextFile;
begin
    AssignFile(f, 'input.txt');
    AssignFile(g, 'output.txt');
    try
        Reset(f);
        Rewrite(g);
        try
            Readln(f, ax, ay, bx, by, px, py);
            Writeln(g, distance_point_to_segment(px, py, ax, ay, bx, by):0:3);
        finally
            CloseFile(f);
            CloseFile(g);
        end;
    except
        on EInOutError do Writeln('InOutError!');
    end;
end.

```