

Вариант 3 (условия и решения)

Задача 1 (8 баллов). Перевести десятичное число $A_{10} = 161,78125$ в шестнадцатеричную систему счисления.

Решение задачи 1.

- 1) $161 / 16 = 10$ и 1 в остатке. $161_{10} = A1_{16}$.
- 2) $0,78125 \cdot 16 = 12,5$; $0,5 \cdot 16 = 8$. $0,78125_{10} = C8_{16}$.

Ответ: $A_{16} = A1,C8$

Задача 2 (8 баллов). Найти разность шестнадцатеричных чисел $A_{16} = 2284$ и $B_{16} = 4DD3$, используя 16-разрядный сумматор, старший разряд которого знаковый. Ответ дать в шестнадцатеричной форме. Числа со знаком, выражаемые с использованием 16 двоичных разрядов, должны находиться между -32768 и 32767 . При переполнении разрядной сетки ответ сопроводить сообщением.

Решение задачи 2.

- 1) $A - B = A + (-B)$
- 2) $[A_2]_{np} = 0,010\ 0010\ 1000\ 0100$ $[-B_2]_{np} = 1,100\ 1101\ 1101\ 0011$
- 3) $[A_2]_{д} = 0,010\ 0010\ 1000\ 0100$ $[-B_2]_{д} = 1,011\ 0010\ 0010\ 1101$
- 4) $[A_2]_{д}^m = 00,010\ 0010\ 1000\ 0100$ $[-B_2]_{д}^m = 11,011\ 0010\ 0010\ 1101$
- 5) $[A_2]_{д}^m + [-B_2]_{д}^m = 00,010\ 0010\ 1000\ 0100 + 11,011\ 0010\ 0010\ 1101 = 11,101\ 0100\ 1011\ 0001$
- 6) $[C_2]_{np} = 1,010\ 1011\ 0100\ 1111$

Ответ: $C_{16} = AB4F$

Задача 3 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются операции над булевыми величинами, принимающими значения 0 (ложь) и 1 (истина). Выражение может содержать круглые скобки и следующие знаки операций: отрицание (\neg), конъюнкция (\wedge), дизъюнкция (\vee), импликация (\rightarrow). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\neg), уровень 2 (\wedge), уровень 3 (\vee), уровень 4 (\rightarrow). Построить таблицу истинности для выражения $((p \rightarrow q) \wedge \neg(r \vee p)) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$.

Решение задачи 3.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$r \vee p$	$\neg(r \vee p)$	$(p \rightarrow q) \wedge \neg(r \vee p)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$	$((p \rightarrow q) \wedge \neg(r \vee p)) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1

Задача 4 (8 баллов). Дано выражение, в котором используются поразрядные операции над 8-ми разрядными целыми числами без знака. В выражении используются круглые скобки и следующие знаки операций: поразрядное НЕ (\sim), поразрядное И ($\&$), поразрядное ИЛИ (\mid), поразрядный сдвиг влево (\ll), поразрядный сдвиг вправо (\gg). Операции имеют следующие уровни приоритета: уровень 1 (\sim), уровень 2 (\ll и \gg), уровень 3 ($\&$), уровень 4 (\mid). Вычислить значение следующего выражения: $(a \& \sim(b \ll 1)) \gg 2 \mid \sim(a \ll 1) \& b \gg 2$ для $a = 240$ и $b = 63$. Ответ дать в двоичной и десятичной формах.

Решение задачи 4.

- 1) $a = f0_{16} = 11110000_2$
- 2) $b = 3f_{16} = 00111111_2$
- 3) $b \ll 1 = 7e_{16} = 01111110_2$
- 4) $\sim(b \ll 1) = 81_{16} = 10000001_2$
- 5) $a \& \sim(b \ll 1) = 80_{16} = 10000000_2$
- 6) $(a \& \sim(b \ll 1)) \gg 2 = 20_{16} = 00100000_2$
- 7) $a \ll 1 = e0_{16} = 11100000_2$
- 8) $\sim(a \ll 1) = 1f_{16} = 00011111_2$
- 9) $b \gg 2 = f_{16} = 00001111_2$

$$10) \sim(a \ll 1) \& b \gg 2 = f_{16} = 00001111_2$$

$$11) (a \& \sim(b \ll 1)) \gg 2 | \sim(a \ll 1) \& b \gg 2 = 2f_{16} = 00101111_2$$

Ответ: $00101111_2 = 47_{10}$

Задача 5 (8 баллов). Пусть $\{a_n\}$ ($n \geq 1$) – последовательность, для которой $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 0$. Вычислить a_{10} , зная, что $a_1 = 2, a_2 = 8$.

Решение задачи 5.

Первый способ. $a_1 = 2, a_2 = 8, a_3 = 24, a_4 = 64, a_5 = 160, a_6 = 384, a_7 = 896, a_8 = 2048, a_9 = 4608, a_{10} = 10240$.

Второй способ. Можно найти выражение для a_n через n , считая, что a_1 и a_2 заданы. Выражение будет таким: $a_n = n \cdot 2^n$. Для $n = 10$ будем иметь: $a_{10} = 10 \cdot 2^{10} = 10 \cdot 1024 = 10240$.

Ответ: $a_{10} = 10240$

Задача 6 (8 баллов). Дана инфиксная запись арифметического выражения $(a + b) * (((e - f) + g) / h) - i$. Найти постфиксную запись этого выражения.

Решение задачи 6.

В соответствии с алгоритмом «сортировочной станции» Дейкстры будем иметь:

Стек	Вход	Выход
	$(a + b) * (((e - f) + g) / h) - i$	
($a + b) * (((e - f) + g) / h) - i$	
($+ b) * (((e - f) + g) / h) - i$	a
(+	$b) * (((e - f) + g) / h) - i$	a
(+) * (((e - f) + g) / h) - i	a b
	* (((e - f) + g) / h) - i	a b +
*	(((e - f) + g) / h) - i	a b +
* (((e - f) + g) / h) - i	a b +
* ((((e - f) + g) / h) - i	a b +
* ((((e - f) + g) / h) - i	a b +
* ((((e - f) + g) / h) - i	a b +
* ((((- f) + g) / h) - i	a b + e
* ((((-	f) + g) / h) - i	a b + e
* ((((-) + g) / h) - i	a b + e f
* ((((+ g) / h) - i	a b + e f
* ((((+	g) / h) - i	a b + e f -
* ((((+) / h) - i	a b + e f - g
* ((/ h) - i	a b + e f - g +
* ((/	h) - i	a b + e f - g +
* ((/) - i	a b + e f - g + h
* (- i	a b + e f - g + h /
* (-	i	a b + e f - g + h /
* (-)	a b + e f - g + h / i
*		a b + e f - g + h / i -
		a b + e f - g + h / i - *

Ответ: $a b + e f - g + h / i - *$

Задача 7 (8 баллов). Сколько существует целых чисел между 0 и 1000, содержащих хотя бы одну цифру 6?

Решение задачи 7.

Для решения этой задачи положим S множеством целых чисел от 0 до 1000, **не** содержащих цифру 6 ни в одном из разрядов. Пусть S_1 – подмножество множества S , содержащее однозначные числа; S_2 – подмножество S , содержащее двузначные числа; S_3 – подмножество множества S , содержащее трехзначные числа; S_4 – подмножество множества S , содержащее четырехзначные числа. Множество S_1 содержит девять чисел без цифры 6, поскольку только число 6 исключено. Множество S_2 содержит числа, имеющие 8 вариантов выбора первой цифры и 9 вариантов выбора второй цифры, поскольку первая цифра не может быть ни 6, ни 0, а вторая цифра не может быть 6. Поэтому S_2 содержит $8 * 9 = 72$ элемента без цифры 6. Множество S_3 содержит числа, имеющие 8 вариантов выбора первой цифры, 9 вариантов выбора второй цифры и 9

вариантов выбора третьей цифры. Поэтому множество S_3 содержит $8 * 9 * 9 = 648$ элементов без цифры 6. Множество S_4 содержит только число 1000. Следовательно, S содержит $9 + 72 + 548 + 1 = 730$ элементов. Пусть T – множество всех чисел между 0 и 1000. Тогда $T-S$ – множество всех целых чисел между 0 и 1000, содержащих хотя бы одну цифру 6. Более того, S и $T-S$ – непересекающиеся множества. Следовательно, $|S| + |T-S| = |T|$, так что $730 + |T-S| = 1001$. Значит, $|T-S| = 271$, поэтому между 1 и 1000 существует 271 целое число, содержащее хотя бы одну цифру 6.

Ответ: 271.

Задача 8 (12 баллов). Сколько существует положительных целых чисел между 1 и 2003, которые

- a) Делятся на 6?
- b) Делятся на 7?
- c) Делятся на 8?
- d) Делятся на 6 или 7 или 8?

Решение задачи 8.

Имеется всего $\left[\frac{2003}{6} \right] = 333$ целых числа, которые делятся на 6.
 Имеется всего $\left[\frac{2003}{7} \right] = 286$ целых чисел, которые делятся на 7.
 Имеется всего $\left[\frac{2003}{8} \right] = 250$ целых чисел, которые делятся на 8.
 Имеется всего $\left[\frac{2003}{6 \cdot 7} \right] = 47$ целых чисел, которые делятся на 6 и 7.
 Имеется всего $\left[\frac{2003}{7 \cdot 8} \right] = 35$ целых чисел, которые делятся на 7 и 8.
 Имеется всего $\left[\frac{2003}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} \right] = 83$ целых числа, которые делятся на 8 и 6.
 Имеется всего $\left[\frac{2003}{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2} \right] = 11$ целых чисел, которые делятся на 6, 7 и 8.

Следовательно, количество целых чисел, которые делятся или на 6, или на 7, или на 8 равно $333 + 286 + 250 - 47 - 35 - 83 + 11 = 715$.

Ответ: a) 333; b) 286; c) 250; d) 715.

Задача 9 (16 баллов). Рассматривается последовательность, состоящая из N положительных целых чисел. Требуется вычеркнуть из последовательности наименьшее количество чисел так, чтобы оставшиеся числа шли в порядке строгого убывания.

Входные данные. Входной файл содержит целое число N ($1 \leq N \leq 1000$) – количество чисел и последовательность из N целых положительных целых чисел, каждое из которых не больше 1000.

Выходные данные. В выходной файл вывести одно целое число – количество не вычеркнутых чисел.

Примеры входных данных	Примеры выходных данных
6 2 5 3 4 6 1	3
10 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1	10

Решение задачи 9.

Язык Си.

```
#include "stdafx.h"
int const MAXN = 1000;
FILE *ifs, *ofs;
int max( int a, int b ) { return ((a > b) ? a : b); }
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int n, a[MAXN], d[MAXN];
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL ) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL ) return 2;
    fscanf( ifs, "%d", &n);
    for( int i = 0; i < n; i++) fscanf( ifs, "%d", &a[i] );
```

```

for (int i=0; i<n; ++i) {
    d[i] = 1;
    for (int j=0; j<i; ++j) if (a[j] > a[i]) d[i] = max( d[i], 1 + d[j] );
}
int ans = d[0];
for (int i = 0; i < n; ++i) ans = max( ans, d[i] );
fprintf( ofs, "%d\n", ans );
fclose( ifs );
fclose( ofs );
return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_3_9;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils, Math;
const MAXN = 1000;
var f, g: textfile;
    n, i, j, ans: integer;
    a, d: array[0..MAXN-1] of integer;
begin
    assignfile(f, 'input.txt');
    assignfile(g, 'output.txt');
    try
        Reset(f);
        Rewrite(g);
        try
            read(f, n);
            for i := 0 to n-1 do read(f, a[i]);
            for i := 0 to n-1 do
                begin
                    d[i] := 1;
                    for j := 0 to i-1 do
                        if (a[j] > a[i]) then d[i] := max(d[i], 1 + d[j]);
                    end;
                    ans := d[0];
                    for i := 0 to n do ans := max(ans, d[i]);
                    writeln(g, ans);
                end;
            finally
                closefile(f);
                closefile(g);
            end;
        except
            on EInOutError do Writeln('EInOutError!');
        end;
    end.

```

Задача 10 (16 баллов). Ортогональную целочисленную решетку, состоящую из точек с целыми координатами в декартовой системе координат, будем обозначать через Z^2 . В узлах решетки Z^2 заданы две точки A и B. Также на решетке Z^2 даны N отрезков с концами в узлах решетки Z^2 . Точка A видна из точки B, если отрезок AB не имеет общих точек с заданными отрезками. Определить, видна ли точка A из точки B.

Входные данные. В первой строке входного файла записаны две пары целых чисел, задающих координаты точек A и B. Вторая строка входного файла содержит целое число N ($2 \leq N \leq 1000$) – количество отрезков и последовательность из N четверок целочисленных координат концов отрезков. Все координаты по модулю не больше 10^6 .

Выходные данные. В выходной файл вывести слово YES, если точка A видна из точки B, и слово NO в противном случае.

Пример входных данных	Пример выходных данных
0 0 5 5 2 0 3 3 3 3 0 6 3	NO

Решение задачи 10.

Язык Си.

```

#include "stdafx.h"
FILE *ifs, *ofs;
struct point { double x, y; };
double min(double a, double b) { return ((a <= b) ? a : b); }

```

```

double max(double a, double b) { return ((a >= b) ? a : b); }
int direction(struct point pi, struct point pj, struct point pk) {
    return (((pk.x-pi.x)*(pj.y-pi.y)-(pj.x-pi.x)*(pk.y-pi.y)) >= 0 ? 1 : -1);
}
bool on_segment(struct point pi, struct point pj, struct point pk) {
    if ((pk.x >= min(pi.x, pj.x) && pk.x <= max(pi.x, pj.x)) &&
        (pk.y >= min(pi.y, pj.y) && pk.y <= max(pi.y, pj.y))) return true;
    else return false;
}
bool segment_intersect(struct point p1, struct point p2, struct point p3, struct point p4) {
    int d1, d2, d3, d4;
    d1 = direction( p3, p4, p1 );
    d2 = direction( p3, p4, p2 );
    d3 = direction( p1, p2, p3 );
    d4 = direction( p1, p2, p4 );
    if ((d1 > 0 && d2 < 0 || d1 < 0 && d2 > 0) && (d3 > 0 && d4 < 0 || d3 < 0 && d4 > 0)) return true;
    else if (d1 = 0 && on_segment( p3, p4, p1 )) return true;
    else if (d2 = 0 && on_segment( p3, p4, p2 )) return true;
    else if (d3 = 0 && on_segment( p1, p2, p3 )) return true;
    else if (d4 = 0 && on_segment( p1, p2, p4 )) return true;
    else return false;
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]) {
    int n;
    bool flag = true;
    struct point a, b, c, d;
    if( (ifs = fopen( "input.txt", "r" )) == NULL) return 1;
    if( (ofs = fopen( "output.txt", "w" )) == NULL) return 2;
    fscanf( ifs, "%lf %lf %lf %lf", &a.x, &a.y, &b.x, &b.y );
    fscanf( ifs, "%d", &n );
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        fscanf( ifs, "%lf %lf %lf %lf", &c.x, &c.y, &d.x, &d.y );
        if (segment_intersect( a, b, c, d )) { flag = false; break; }
    }
    fprintf( ofs, (flag) ? "YES" : "NO" );
    fclose( ifs );
    fclose( ofs );
    return 0;
}

```

Язык Паскаль.

```

program Project_3_10;
{$APPTYPE CONSOLE}
uses SysUtils, Math;
type Point = record x, y: Double; end;
var n, i: Integer;
    flag: Boolean;
    a, b, c, d: Point;
    f, g: TextFile;
function Direction(pi, pj, pk: Point): TValueSign;
begin
    Result := Sign((pk.x-pi.x)*(pj.y-pi.y)-(pj.x-pi.x)*(pk.y-pi.y));
end;
function OnSegment(pi, pj, pk: Point): Boolean;
begin
    Result := ((pk.x >= Min(pi.x, pj.x)) and (pk.x <= Max(pi.x, pj.x))) and
        ((pk.y >= Min(pi.y, pj.y)) and (pk.y <= Max(pi.y, pj.y)));
end;
function SegmentIntersect(p1, p2, p3, p4: Point): Boolean;
var d1, d2, d3, d4: TValueSign;
begin
    d1 := Direction(p3, p4, p1);
    d2 := Direction(p3, p4, p2);
    d3 := Direction(p1, p2, p3);
    d4 := Direction(p1, p2, p4);
    if (((d1 > 0) and (d2 < 0)) or ((d1 < 0) and (d2 > 0))) and
        (((d3 > 0) and (d4 < 0)) or ((d3 < 0) and (d4 > 0))) then Result := True
    else if (d1 = 0) and OnSegment(p3, p4, p1) then Result := True
    else if (d2 = 0) and OnSegment(p3, p4, p2) then Result := True

```

```

else if (d3 = 0) and OnSegment(p1, p2, p3) then Result := True
else if (d4 = 0) and OnSegment(p1, p2, p4) then Result := True
else Result := False;
end;
begin
  AssignFile(f, 'input.txt');
  AssignFile(g, 'output.txt');
  try
    Reset(f);
    Rewrite(g);
    try
      flag := true;
      Readln(f, a.x, a.y, b.x, b.y);
      Read(f, n);
      for i := 1 to n do
        begin
          Read(f, c.x, c.y, d.x, d.y );
          if (SegmentIntersect( a, b, c, d )) then
            begin
              flag := false;
              break;
            end;
        end;
      if flag then Writeln(g, 'YES')
      else Writeln(g, 'NO')
    finally
      CloseFile(f);
      CloseFile(g);
    end;
  except
    on EInOutError do Writeln('InOutError!');
  end;
end.

```