Второй (заключительный) академического соревнования

Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Физика»

10 класс, февраль, 2016 г, региональная площадка

Вариант 3

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ ДЛЯ 10 КЛАССА

- Максимальный балл за каждую задачу – MAX = 20.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется X.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX = 20 баллов.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.

Вариант 3

1. (20 *баллов*) Камень бросили с некоторой высоты параллельно поверхности земли. В процессе движения он проходит последовательно через четыре метки, находящиеся в точках A, B, C и D. Известно, что вектор перемещения камня $\overrightarrow{AD}$ параллелен вектору $\overrightarrow{BC}$, а модуль вектора $\overrightarrow{AD}$ в 3 раза больше модуля вектора $\overrightarrow{BC}$. За какое время камень пролетел часть траектории между точками A и B, а также между точками C и D, если время его движения между точками B и C равно τ? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.

Обозначим время прохождения отрезков AB и BC соответственно τ_1 и τ_3, скорость камня в точке A – $\vec{v}_0$, тогда скорость камня в точке B $\vec{v}_B = \vec{v}_0 + \vec{g}\tau_1$.

$$\overrightarrow{AD} = \vec{v}_0(\tau_1 + \tau + \tau_3) + \frac{\vec{g}(\tau_1 + \tau + \tau_3)^2}{2},$$

$$\overrightarrow{BC} = \vec{v}_B\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2} = (\vec{v}_0 + \vec{g}\tau_1)\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2} = \vec{v}_0\tau + \vec{g}\left(\tau_1\tau + \frac{\tau^2}{2}\right).$$

По условию $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC}$. $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \tau_1 + \tau + \tau_3 = 3\tau, \\ \dfrac{(\tau_1 + \tau + \tau_3)^2}{2} = 3\left(\tau_1\tau + \dfrac{\tau^2}{2}\right). \end{cases}$$

Решая написанную выше систему, получим $\tau_1 = \tau_3 = \tau$.

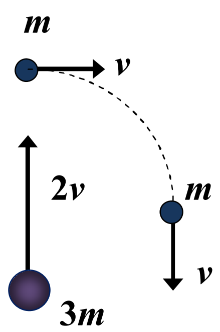
Ответ. $\tau_1 = \tau_3 = \tau$.

Критерии оценивания задачи 1.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.** **(MAX = 20 баллов)**
1	Записаны формулы для нахождения перемещения и скорости при баллистическом движении	от 1 до 2 баллов
2	Получена формула для перемещения $\overrightarrow{AD}$	от 1 до 2 баллов
3	Получена формула для перемещения $\overrightarrow{BC}$	от 1 до 4 баллов
4	Получена система для нахождения τ_1 и τ_3	от 1 до 4 баллов
5	Приведено решение системы для нахождения τ_1 и τ_3	от 1 до 6 баллов
6	Получены значения τ_1 и τ_3	от 1 до 2 баллов

2. (20 *баллов*) На два тела – одно массой *m*, движущееся по прямой с постоянной скоростью *v*, и другое массой 3*m*, движущееся со скоростью 2*v*, перпендикулярно к траектории первого, –

начинают действовать одинаковые по модулю и направлению силы (см. рисунок). Спустя время t первое тело имеет скорость v и движется в направлении, перпендикулярном первоначальному. С какой скоростью будет двигаться второе тело спустя время $3t$ после начала действия силы? На какой угол при этом повернется вектор скорости второго тела?



Решение.

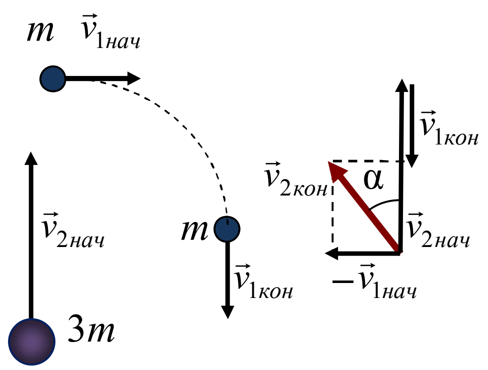
Запишем закон изменения импульса для обоих тел:

$\vec{F}t = m\vec{v}_{1кон} - m\vec{v}_{1нач}$, где $\left|\vec{v}_{1кон}\right| = \left|\vec{v}_{1нач}\right| = v$ для первого тела массой m,

$\vec{F} \cdot 3t = 3m\vec{v}_{2кон} - 3m\vec{v}_{2нач}$, где $\left|\vec{v}_{2нач}\right| = 2v$, для второго тела массой $3m$.

$\Rightarrow \vec{v}_{2кон} = \vec{v}_{1кон} - \vec{v}_{1нач} + \vec{v}_{2нач}$.

Модуль вектора $\vec{v}_{2кон}$ и его направление найдем из рисунка.



Откуда $\left|\vec{v}_{2кон}\right| = v\sqrt{2}$, $\alpha = 45^\circ$.

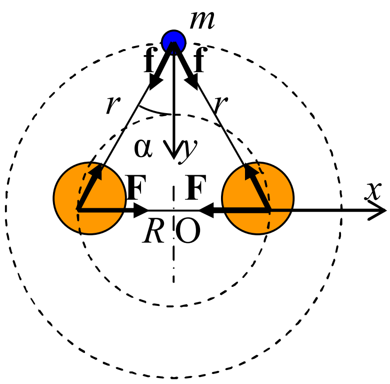
Ответ. $\left|\vec{v}_{2кон}\right| = v\sqrt{2}$, $\alpha = 45^\circ$.

Критерии оценивания задачи 2.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.** **(MAX = 20 баллов)**
1	Записан закон изменения импульса для тела массой m (или, как альтернатива второй закон Ньютона) в векторной форме	от 1 до 3 баллов
2	Записан закон изменения импульса для тела массой $3m$ (или, как альтернатива, второй закон Ньютона) в векторной форме	от 1 до 3 баллов
3	Получена формула для нахождения вектора конечной скорости тела массой $3m$	от 1 до 5 баллов
4	Сделан рисунок, поясняющий нахождение конечной скорости тела массой $3m$	от 1 до 5 баллов
5	Получено формула для модуля конечной скорости тела массой $3m$	от 1 до 2 баллов
6	Получена величина угла поворота вектора скорости тела массой $3m$	от 1 до 2 баллов

3. (20 *баллов*) Система небесных тел состоит из двух звезд одинаковой массы M каждая и планеты массой m ($m << M$). Расстояние между звездами постоянно и равно R. Все три тела вращаются по круговым орбитам, причем все орбиты лежат в одной плоскости, а расстояния от планеты до каждой из звезд одинаковы и также не меняются в процессе вращения. Найдите угловую скорость вращения каждой из звезд, а также линейную скорость движения планеты в системе отсчета, связанной с центром масс системы.

Решение



Т.к массы звезд M равны, а масса планеты $m \ll M$, то можно считать, что центр масс системы О (см. рисунок) находится на середине отрезка, соединяющего центры звезд. По условию, расстояние между звездами равно R, расстояние от планеты до каждой из звезд обозначим r. Т.к. расстояния между телами системы остаются неизменным, то все три тела движутся с одинаковой угловой скоростью ω.

На звезду действуют сила притяжения к другой звезде $F = G\dfrac{M^2}{R^2}$ и сила тяготения с планетой $f = G\dfrac{Mm}{r^2}$. Т.к. масса планеты $m \ll M$, то силой f в уравнении движения звезды можно пренебречь.

$$x: M\omega^2 \frac{R}{2} = G\frac{M^2}{R^2}. \ (1)$$

Запишем уравнение движения планеты в проекции на ось y.

$$y: m\omega^2 r\cos\alpha = 2G\frac{Mm}{r^2}\cos\alpha. \ (2)$$

Из системы уравнений (1) – (2) следует

$$\frac{1}{R^3} = \frac{1}{r^3}, \Rightarrow r = R.$$

Таким образом, треугольник MmM – равносторонний, и $\alpha = 30^\circ$. Из уравнения (2) следует $\omega = \sqrt{\dfrac{2GM}{R^3}}$.

Линейная скорость движения планеты $v = \omega r \cos 30^\circ = \sqrt{\dfrac{3GM}{2R}}$.

Ответ. $\omega = \sqrt{\dfrac{2GM}{R^3}}$, $v = \sqrt{\dfrac{3GM}{2R}}$.

Критерии оценивания задачи 3.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения суммируются**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.** **(MAX = 20 баллов)**
1	Указано, где находится центр масс системы	1 балл
2	Указано, что все три тела движутся с одинаковой угловой скоростью (одинаковыми периодами)	от 1 до 2 баллов (если есть указание, но нет пояснений – 1 балл)
3	Записано уравнение движения звезды	от 1 до 3 баллов
4	В уравнении движения звезды использовано приближение $m << M$ и получено уравнение (1)	от 1 до 3 баллов
5	Записано уравнение движения планеты (2)	от 1 до 3 баллов
6	Доказано, что треугольник *MmM* – равносторонний	от 1 до 2 баллов
7	Проведены необходимые алгебраические преобразования и получена формула для угловой скорости вращения звезд	от 1 до 3 баллов
8	Получена формула для линейной скорости движения планеты	от 1 до 3 баллов

4. (20 *баллов*) Атмосфера некоторой планеты состоит из смеси кислорода и углекислого газа. Для изучения планеты, на ее поверхность опускается исследовательский зонд, представляющий собой замкнутую полость, внутри которой вакуум. От удара о поверхность в стенке полости образовалась микротрещина, размеры которой меньше длины свободного пробега молекулы.

Через эту трещину в полость начали поступать газы из атмосферы планеты. Определите первоначальное отношение парциальных давлений углекислого газа и кислорода в атмосфере, если отношение концентраций углекислого газа и кислорода в полости через малый промежуток времени после образования микротрещины равно 4. Для простоты вычислений считайте, что все молекулы атмосферы имеют одинаковую кинетическую энергию. Молярная масса кислорода $\mu_1 = 32$ г/моль, углекислого газа $\mu_2 = 44$ г/моль.

Решение

За малое время Δt после образования микротрещины в полость влетает количество молекул кислорода

$$\Delta N_1 = \frac{1}{6} n_1 S v_1 \Delta t, \ (1)$$

где n_1 – концентрация кислорода в атмосфере планеты, v_1 – скорость молекул кислорода в атмосфере, S – площадь микротрещины. Аналогично находим количество молекул углекислого газа, влетевших в полость за то же самое время,

$$\Delta N_2 = \frac{1}{6} n_2 S v_2 \Delta t, \ (2)$$

где n_2 – концентрация углекислого газа в атмосфере планеты, v_2 – скорость молекул углекислого газа в атмосфере.

Т.к. концентрация молекул в полости $n_{i\text{п}}$ связана с количеством атомов ΔN_i ($i = 1$ – кислород, $i = 2$ – углекислый газ) и объемом полости V формулой

$$n_{i\text{п}} = \frac{\Delta N_i}{V}, \ (3)$$

то отношение концентраций углекислого газа и кислорода в полости равно

$$\alpha = \frac{n_{2\text{п}}}{n_{1\text{п}}} = \frac{\Delta N_2}{\Delta N_1} = \frac{n_2 v_2}{n_1 v_1}, \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \alpha \frac{v_1}{v_2}. \ (4)$$

Т.к., по условию, все молекулы имеют одинаковую кинетическую энергию $E = \frac{3}{2}kT$, то температура газов атмосферы T = const. Основное уравнение МКТ $p_i = n_i \frac{2}{3}E$ дает связь парциальных давлений газов p_i и их концентраций n_i, $\Rightarrow$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (5)$$

Скорости молекул в атмосфере планеты вычисляются по формуле $v_i = \sqrt{\frac{2E}{m_{i\text{м}}}}$, где масса молекулы $m_{i\text{м}} = \frac{\mu_i}{N_A}$, или по формуле $v_i = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_i}}$. μ_i – молярная масса кислорода (i = 1) или углекислого газа (i = 2).

Тогда

$$\frac{p_2}{p_1} = \alpha \frac{v_1}{v_2} = \alpha \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = 4\sqrt{\frac{44}{32}} \approx 4{,}7. \quad (6)$$

Примечание. Более точный расчет дает в формулах (1) *и* (2) *коэффициент 1/4 вместо 1/6.* ***Но прошу не придираться, даже если коэффициент в этих формулах у школьников окажется совсем другим.*** *Вместе с тем очень важно понимание школьниками того факта, что отношение концентраций газов в атмосфере не равно отношению концентраций газов в полости* $\frac{n_{1\text{п}}}{n_{2\text{п}}} \neq \frac{n_1}{n_2}$.

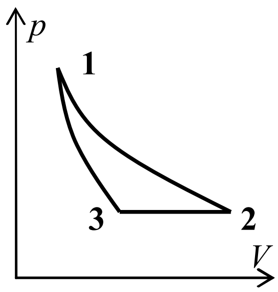
Ответ. $\frac{p_2}{p_1} = \alpha \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \approx 4{,}7$.

Критерии оценивания задачи 4.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**

	суммируются	(MAX = 20 баллов)
1	Получена формула (1) или (и) (2) для количества молекул, влетающих в полость	от 1 до 5 баллов
2	Установлена связь числа молекул, влетающих в полость, с концентрацией молекул в полости (3)	от 1 до 2 баллов
3	Получена формула (4)	от 1 до 5 баллов
4	Установлена связь (5) парциальных давлений газов и их концентрации в атмосфере	от 1 до 2 баллов
5	Записана формула для скорости атомов в атмосфере	от 1 до 2 баллов
6	Проделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула (6) для отношения концентраций газов в полости	от 1 до 2 баллов
7	Получен числовой ответ	от 1 до 2 баллов

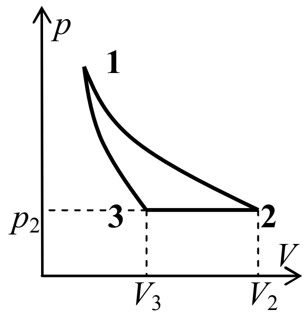
5. (20 *баллов*) Тепловая машина, рабочим телом которой является одноатомный идеальный газ, совершает цикл (см. рисунок), состоящий из изотермы, адиабаты и изобары (какой из линий соответствует какой процесс, определите сами!). Чему равен КПД этого цикла, если известно, что модуль работы, совершаемой газом, в изобарном процессе в 3 раза меньше, модуля работы, совершаемой в изотермическом процессе.



Решение

Т.к., при адиабатическом расширении газ охлаждается, то из двух кривых, проведенных из одной точки 1, адиабата круче, чем изотерма (см. рисунок). Поэтому **12 – изотерма** ($T_1 = T_2$), **31 – адиабата**, **23 - изобара**.

КПД цикла равен $\eta = \dfrac{A_{цикл}}{Q_{пол}}$, (1) где работа за цикл $A_{цикл} = A_{12} + A_{23} + A_{31}$, (2)



Одноатомный газ получает тепло только на изотерме 12 ($\Delta U_{12} = 0$),

$Q_{пол} = Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = A_{12}$. (3)

$A_{23} = -p_2(V_2 - V_3) = -\nu R\Delta T$, (4)

где $\Delta T = T_2 - T_3 = T_1 - T_3$.

По условию $A_{12} = 3|A_{23}| = 3\nu R\Delta T$. (5)

В адиабатном процессе 31 $A_{31} = -\Delta U_{31} = -\frac{3}{2}\nu R\Delta T$. (6)

Тогда $A_{цикл} = 3\nu R\Delta T - \nu R\Delta T - \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{1}{2}\nu R\Delta T$, (7)

$Q_{пол} = A_{12} = 3\nu R\Delta T$. (8)

$\Rightarrow \eta = \dfrac{\frac{1}{2}\nu R\Delta T}{3\nu R\Delta T} = \dfrac{1}{6}$. (9)

Ответ. $\eta = \frac{1}{6} = 16,7\%$.

Критерии оценивания задачи 5.

	Решение содержит следующие верные элементы решения. **Баллы за каждый верный элемент решения**	**Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.**

	суммируются	**(MAX = 20 баллов)**
1	Приведено объяснение какая из двух кривых 12 или 13 – изотерма, а какая адиабата	от 1 до 2 баллов
2	Определены процессы, соответствующие каждой из линий	по 1 баллу за каждый процесс (максимум 3 балла)
3	Записана формула для КПД цикла (1)	1 балл
4	Записана формула (2) для вычисления работы за цикл	1 балл
5	Определено, что газ получает тепло на 12	1 балл
6	Посчитана работа в изобарном процессе 23 (формула (4))	от 1 до 2 баллов
7	Записана формула (5) для работы в изотермическом процессе 12	1 балл
8	Посчитана работа в адиабатном процессе 31 (формула (6))	от 1 до 2 баллов
9	Посчитана работа за цикл (7)	от 1 до 3 баллов
10	Записана формула для $Q_{пол.}$ (8)	от 1 до 2 баллов
11	Проделаны необходимые алгебраические преобразования и получено значение КПД	от 1 до 2 баллов