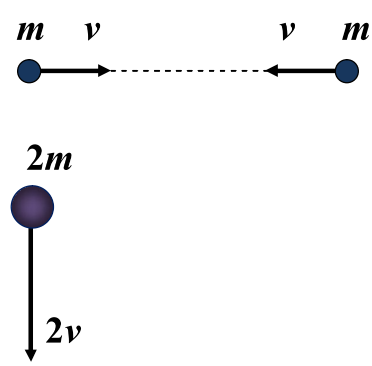
**Второй (заключительный) этап XIX олимпиады для учащихся 8-10 классов Олимпиады школьников «Шаг в будущее» по общеобразовательному предмету «Физика»**

**10 класс, февраль, 2016 г.**

**Вариант № 1**

**1.** (20 *баллов*) Камень движется по параболе в однородном гравитационном поле Земли. В процессе движения он проходит последовательно четыре метки на этой параболе, находящиеся в точках $A$, $B$, $C$ и $D$. Известно, что вектор перемещения камня $\overrightarrow{AD}$ параллелен вектору $\overrightarrow{BC}$, а модуль вектора $\overrightarrow{AD}$ в 3 раза больше модуля вектора $\overrightarrow{BC}$. За какое время камень пролетел часть траектории между точками $A$ и $B$, а также между точками $C$ и $D$, если время его движения между точками $B$ и $C$ равно $\tau$? Сопротивлением воздуха пренебречь.

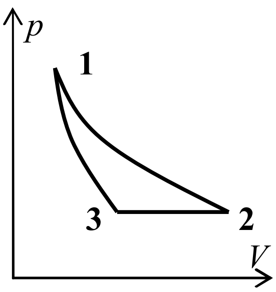
**2.** (20 *баллов*) На две частицы – одну массой $m$, летящую со скоростью $v$, другую массой $2m$, летящую со скоростью $2v$, перпендикулярно к траектории первой, – начинают действовать одинаковые по модулю и направлению силы (см. рисунок). Спустя время $t$ частица массой $m$ имеет скорость $v$ и движется в противоположном направлении. С какой скоростью будет двигаться частица массой $2m$ спустя время $2t$ после начала действия силы? На какой угол при этом повернется вектор скорости частицы массой $2m$?




**3.** (20 *баллов*) Система небесных тел состоит из двух звезд одинаковой массы $M$ каждая и планеты массой $m$ ($m \ll M$). Расстояние между звездами постоянно и равно $R$. Все три тела вращаются по круговым орбитам, причем все орбиты лежат в одной плоскости, а расстояния от планеты до каждой из звезд одинаковы и также не меняются в процессе вращения. Найдите период обращения каждой из звезд, а также линейную скорость движения планеты в системе отсчета, связанной с центром масс системы.

**4.** (20 *баллов*) Атмосфера планеты состоит из смеси инертных газов – гелия и аргона, причем парциальное давление гелия в 2 раза больше парциального давления аргона. Для изучения планеты, на ее поверхность опускается исследовательский зонд, представляющий собой замкнутую полость, внутри которой вакуум. От удара о поверхность в стенке полости образовалась микротрещина, размеры которой меньше длины свободного пробега молекулы. Через эту трещину в полость начали поступать газы из атмосферы планеты. Определите отношение концентраций гелия и аргона в полости через малый промежуток времени после образования микротрещины. Для простоты вычислений считайте, что все молекулы атмосферы имеют одинаковую кинетическую энергию. Молярная масса гелия $\mu_1$ = 4 г/моль, аргона $\mu_2$ = 40 г/моль.

**5.** (20 *баллов*) Тепловая машина, рабочим телом которой является гелий, совершает цикл (см. рисунок), состоящий из изотермы, адиабаты и изобары (какой из линий соответствует какой процесс, определите сами!). Чему равен КПД этого цикла, если известно, что модуль работы, совершаемой гелием, в изотермическом процессе в 3 раза больше, модуля работы, совершаемой в изобарном процессе.




**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ ДЛЯ 10 КЛАССА.**

- Максимальный балл за каждую задачу – MAX = 20.
- За каждую задачу выставляется целое число баллов от 0 до 20. Если задача отсутствует, то в таблице пишется Х.
- Если решение задачи содержит разрозненные записи, присутствует рисунок (хоть частично правильный) и одна- две правильные формулы, но решение, как таковое отсутствует или абсолютно неверное, то можно поставить 1-2 балла.
- Если решение абсолютно верное, содержит все необходимые формулы и физические законы, имеет понятные пояснения, а также проведены необходимые математические преобразования и получен правильный ответ (ответы) – это MAX = 20 баллов.
- Верные решения задач могут отличаться от авторских.
- За отсутствие пояснений, ответа или единиц физических величин можно снять 1-2 балла.
- В случае если задача содержит правильный путь решения, но не доведена до ответа или получен неправильный ответ, при этом присутствуют отдельные правильные элементы решения, то оценивание провести по критериям, приведенным ниже после каждой задачи.

**РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ.**

**Вариант 1**

1. (20 *баллов*) Камень движется по параболе в однородном гравитационном поле Земли. В процессе движения он проходит последовательно четыре метки на этой параболе, находящиеся в точках *A*, *B*, *C* и *D*. Известно, что вектор перемещения камня $\overrightarrow{AD}$ параллелен вектору $\overrightarrow{BC}$, а модуль вектора $\overrightarrow{AD}$ в 3 раза больше модуля вектора $\overrightarrow{BC}$. За какое время камень пролетел часть траектории между точками *A* и *B*, а также между точками *C* и *D*, если время его движения между точками *B* и *C* равно τ? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение.

Обозначим время прохождения отрезков *AB* и *BC* соответственно $\tau_1$ и $\tau_3$, скорость камня в точке $A$ – $\vec{v}_0$, тогда скорость камня в точке $B$ $\vec{v}_B = \vec{v}_0 + \vec{g}\tau_1$.

$$\overrightarrow{AD} = \vec{v}_0(\tau_1 + \tau + \tau_3) + \frac{\vec{g}(\tau_1 + \tau + \tau_3)^2}{2},$$

$$\overrightarrow{BC} = \vec{v}_B\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2} = (\vec{v}_0 + \vec{g}\tau_1)\tau + \frac{\vec{g}\tau^2}{2} = \vec{v}_0\tau + \vec{g}\left(\tau_1\tau + \frac{\tau^2}{2}\right).$$

По условию $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC}$. $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \tau_1 + \tau + \tau_3 = 3\tau, \\ \dfrac{(\tau_1 + \tau + \tau_3)^2}{2} = 3\left(\tau_1\tau + \dfrac{\tau^2}{2}\right). \end{cases}$$

Решая написанную выше систему, получим $\tau_1 = \tau_3 = \tau$.

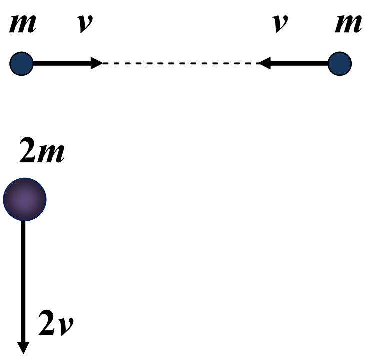
Ответ. $\tau_1 = \tau_3 = \tau$.

Критерии оценивания задачи 1.

| | Решение содержит следующие верные элементы решения.<br>Баллы за каждый верный элемент решения суммируются | Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.<br>(MAX = 20 баллов) |
|---|---|---|
| 1 | Записаны формулы для нахождения перемещения и скорости при баллистическом движении | от 1 до 2 баллов |
| 2 | Получена формула для перемещения $\overrightarrow{AD}$ | от 1 до 2 баллов |
| 3 | Получена формула для перемещения $\overrightarrow{BC}$ | от 1 до 4 баллов |
| 4 | Получена система для нахождения $\tau_1$ и $\tau_3$ | от 1 до 4 баллов |
| 5 | Приведено решение системы для нахождения $\tau_1$ и $\tau_3$ | от 1 до 6 баллов |

| | | |
|---|---|---|
| 6 | Получены значения $\tau_1$ и $\tau_3$ | от 1 до 2 баллов |

2. (20 *баллов*) На две частицы – одну массой *m*, летящую со скоростью *v*, другую массой 2*m*, летящую со скоростью 2*v*, перпендикулярно к траектории первой, – начинают действовать одинаковые по модулю и направлению силы (см. рисунок). Спустя время *t* частица массой *m* имеет скорость *v* и движется в противоположном направлении. С какой скоростью будет двигаться частица массой 2*m* спустя время 2*t* после начала действия силы? На какой угол при этом повернется вектор скорости частицы массой 2*m*?




Решение.

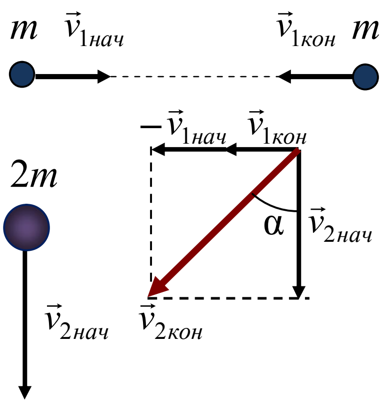
Запишем закон изменения импульса для обеих частиц:

$\vec{F}t = m\vec{v}_{1кон} - m\vec{v}_{1нач}$, где $|\vec{v}_{1кон}| = |\vec{v}_{1нач}| = v$ для частицы массой *m*,

$\vec{F} \cdot 2t = 2m\vec{v}_{2кон} - 2m\vec{v}_{2нач}$, где $|\vec{v}_{2нач}| = 2v$, для частицы массой 2*m*.

$\Rightarrow \vec{v}_{2кон} = \vec{v}_{1кон} - \vec{v}_{1нач} + \vec{v}_{2нач}$.

Модуль вектора $\vec{v}_{2кон}$ и его направление найдем из рисунка.




Откуда $|\vec{v}_{2кон}| = 2v\sqrt{2}$, $\alpha = 45^\circ$.

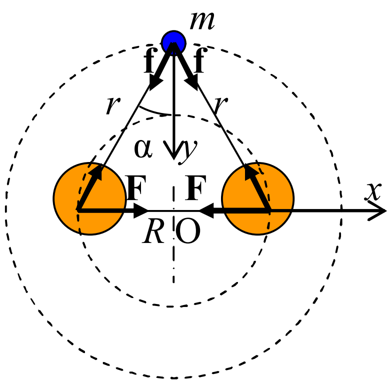
Ответ. $|\vec{v}_{2кон}| = 2v\sqrt{2}$, $\alpha = 45^\circ$.

Критерии оценивания задачи 2.

| | Решение содержит следующие верные элементы решения.<br>Баллы за каждый верный элемент решения суммируются | Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.<br>(MAX = 20 баллов) |
|---|---|---|
| 1 | Записан закон изменения импульса для частицы массой $m$ (или, как альтернатива второй закон Ньютона) в векторной форме | от 1 до 3 баллов |
| 2 | Записан закон изменения импульса для частицы массой $2m$ (или, как альтернатива, второй закон Ньютона) в векторной форме | от 1 до 3 баллов |
| 3 | Получена формула для нахождения вектора конечной скорости частицы массой $2m$ | от 1 до 5 баллов |
| 4 | Сделан рисунок, поясняющий нахождение конечной скорости частицы массой $2m$ | от 1 до 5 баллов |
| 5 | Получено формула для модуля конечной скорости частицы массой $2m$ | от 1 до 2 баллов |
| 6 | Получена величина угла поворота вектора скорости частицы массой $2m$ | от 1 до 2 баллов |

3. (20 *баллов*) Система небесных тел состоит из двух звезд одинаковой массы $M$ каждая и планеты массой $m$ ($m \ll M$). Расстояние между звездами постоянно и равно $R$. Все три тела вращаются по круговым орбитам, причем все орбиты лежат в одной плоскости, а расстояния от планеты до каждой из звезд одинаковы и также не меняются в процессе вращения. Найдите период обращения каждой из звезд, а также линейную скорость движения планеты в системе отсчета, связанной с центром масс системы.

Решение




Т.к массы звезд $M$ равны, а масса планеты $m << M$, то можно считать, что центр масс системы О (см. рисунок) находится на середине отрезка, соединяющего центры звезд. По условию, расстояние между звездами равно $R$, расстояние от планеты до каждой из звезд обозначим $r$. Т.к. расстояния между телами системы остаются неизменным, то все три тела движутся с одинаковой угловой скоростью ω.

На звезду действуют сила притяжения к другой звезде $F = G\dfrac{M^2}{R^2}$ и сила тяготения с планетой $f = G\dfrac{Mm}{r^2}$. Т.к. масса планеты $m << M$, то силой $f$ в уравнении движения звезды можно пренебречь.

$$x : M\omega^2 \frac{R}{2} = G\frac{M^2}{R^2}. \quad (1)$$

Запишем уравнение движения планеты в проекции на ось $y$.

$$y : m\omega^2 r\cos\alpha = 2G\frac{Mm}{r^2}\cos\alpha. \quad (2)$$

Из системы уравнений (1) – (2) следует

$$\frac{1}{R^3} = \frac{1}{r^3}, \Rightarrow r = R.$$

Таким образом, треугольник $MmM$ – равносторонний, и $\alpha = 30^\circ$. Из уравнения (2) следует $\omega = \sqrt{\dfrac{2GM}{R^3}}$. Поэтому период обращения звезд

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{2GM}} = \pi\sqrt{\frac{2R^3}{GM}}.$$

Линейная скорость движения планеты $v = \omega r\cos 30^\circ = \sqrt{\dfrac{3GM}{2R}}$.

Ответ. $T = \pi\sqrt{\dfrac{2R^3}{GM}}$, $v = \sqrt{\dfrac{3GM}{2R}}$.

Критерии оценивания задачи 3.

| | Решение содержит следующие верные элементы решения.<br>Баллы за каждый верный элемент решения суммируются | Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.<br>(MAX = 20 баллов) |
|---|---|---|
| 1 | Указано, где находится центр масс системы | 1 балл |
| 2 | Указано, что все три тела движутся с одинаковой угловой скоростью (одинаковыми периодами) | от 1 до 2 баллов<br>(если есть указание, но нет пояснений – 1 балл) |
| 3 | Записано уравнение движения звезды | от 1 до 3 баллов |
| 4 | В уравнении движения звезды использовано приближение $m << M$ и получено уравнение (1) | от 1 до 3 баллов |
| 5 | Записано уравнение движения планеты (2) | от 1 до 3 баллов |
| 6 | Доказано, что треугольник $MmM$ – равносторонний | от 1 до 2 баллов |
| 7 | Проведены необходимые алгебраические преобразования и получена формула для периода обращения звезд | от 1 до 3 баллов |
| 8 | Получена формула для линейной скорости движения планеты | от 1 до 3 баллов |

4. (20 *баллов*) Атмосфера планеты состоит из смеси инертных газов – гелия и аргона, причем парциальное давление гелия в 2 раза больше парциального давления аргона. Для изучения планеты, на ее поверхность опускается исследовательский зонд, представляющий собой замкнутую полость, внутри которой вакуум. От удара о поверхность в стенке полости образовалась микротрещина, размеры которой меньше длины свободного пробега молекулы. Через эту трещину в полость начали поступать газы из атмосферы планеты. Определите отношение концентраций гелия и аргона в полости через малый промежуток времени после образования микротрещины. Для простоты вычислений считайте, что все молекулы атмосферы имеют одинаковую кинетическую энергию. Молярная масса гелия $\mu_1 = 4$ г/моль, аргона $\mu_2 = 40$ г/моль.

Решение

За малое время $\Delta t$ после образования микротрещины в полость влетает количество атомов гелия $\Delta N_1 = \frac{1}{6} n_1 S v_1 \Delta t$, (1)

где $n_1$ – концентрация гелия в атмосфере планеты, $v_1$ – скорость атомов гелия в атмосфере, $S$ – площадь микротрещины.

Аналогично находим количество атомов аргона, влетевших в полость за то же самое время, $\Delta N_2 = \frac{1}{6} n_2 S v_2 \Delta t$, (2)

где $n_2$ – концентрация аргона в атмосфере планеты, $v_2$ – скорость атомов аргона в атмосфере.

Т.к. концентрация атомов в полости $n_{i\text{п}}$ связана с количеством атомов $\Delta N_i$ ($i$ = 1 – гелий, $i$ = 2 – аргон) и объемом полости $V$ формулой $n_{i\text{п}} = \frac{\Delta N_i}{V}$, (3)

то отношение концентраций гелия и аргона в полости равно

$$\alpha = \frac{n_{1\text{п}}}{n_{2\text{п}}} = \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{n_1 v_1}{n_2 v_2}. \quad (4)$$

Т.к., по условию, все молекулы (атомы) имеют одинаковую кинетическую энергию $E = \frac{3}{2} kT$, то температура газов атмосферы $T$ = const. Основное уравнение МКТ $p_i = n_i \frac{2}{3} E$ дает связь парциальных давлений газов $p_i$ и их концентраций $n_i$, $\Rightarrow$ $\frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2}$. (5)

Скорости атомов в атмосфере планеты вычисляются по формуле $v_i = \sqrt{\frac{2E}{m_{i\text{a}}}}$, где масса атома $m_{i\text{a}} = \frac{\mu_i}{N_A}$, или по формуле $v_i = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_i}}$. $\mu_i$ – молярная масса гелия ($i$ = 1) или аргона ($i$ = 2).

Тогда

$$\alpha = \frac{n_{1\text{п}}}{n_{2\text{п}}} = \frac{n_1 v_1}{n_2 v_2} = \frac{p_1}{p_2}\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} = 2\sqrt{10} \approx 6{,}3. \quad (6)$$

*Примечание. Более точный расчет дает в формулах* (1) *и* (2) *коэффициент 1/4 вместо 1/6. Но прошу не придираться, даже если коэффициент в этих формулах у школьников окажется совсем другим. Вместе с тем очень важно понимание школьниками того факта, что отноше-*

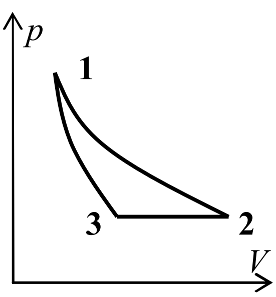
*ние концентраций газов в атмосфере не равно отношению концентраций газов в полости* $\dfrac{n_{1п}}{n_{2п}} \neq \dfrac{n_1}{n_2}$.

Ответ. $\alpha = \dfrac{n_{1п}}{n_{2п}} = \dfrac{p_1}{p_2}\sqrt{\dfrac{\mu_2}{\mu_1}} = 2\sqrt{10} \approx 6,3$.

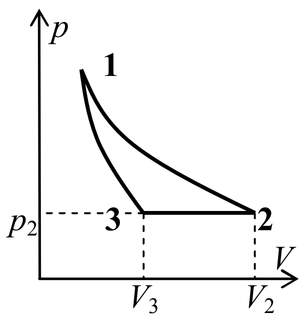
Критерии оценивания задачи 4.

| | Решение содержит следующие верные элементы решения.<br>Баллы за каждый верный элемент решения суммируются | Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан верно и полно.<br>(MAX = 20 баллов) |
|---|---|---|
| 1 | Получена формула (1) или (и) (2) для количества атомов, влетающих в полость | от 1 до 5 баллов |
| 2 | Установлена связь числа атомов, влетающих в полость, с концентрацией атомов в полости (3) | от 1 до 2 баллов |
| 3 | Получена формула (4) | от 1 до 5 баллов |
| 4 | Установлена связь (5) парциальных давлений газов и их концентрации в атмосфере | от 1 до 2 баллов |
| 5 | Записана формула для скорости атомов в атмосфере | от 1 до 2 баллов |
| 6 | Проделаны необходимые алгебраические преобразования и получена формула (6) для отношения концентраций газов в полости | от 1 до 2 баллов |
| 7 | Получен числовой ответ | от 1 до 2 баллов |

5. (20 *баллов*) Тепловая машина, рабочим телом которой является гелий, совершает цикл (см. рисунок), состоящий из изотермы, адиабаты и изобары (какой из линий соответствует какой процесс, определите сами!). Чему равен КПД этого цикла, если известно, что модуль работы, совершаемой гелием, в изотермическом процессе в 3 раза больше, модуля работы, совершаемой в изобарном процессе.



Решение




Т.к., при адиабатическом расширении газ охлаждается, то из двух кривых, проведенных из одной точки 1, адиабата круче, чем изотерма (см. рисунок). Поэтому 12 – изотерма ($T_1 = T_2$), 31 – адиабата, 23 - изобара.

КПД цикла равен $\eta = \dfrac{A_{цикл}}{Q_{пол}}$, (1)

где работа за цикл $A_{цикл} = A_{12} + A_{23} + A_{31}$, (2)

Одноатомный газ гелий получает тепло только на изотерме 12 ($\Delta U_{12} = 0$),

$Q_{пол} = Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = A_{12}$. (3)

$A_{23} = -p_2(V_2 - V_3) = -\nu R\Delta T$, (4)

где $\Delta T = T_2 - T_3 = T_1 - T_3$.

По условию $A_{12} = 3|A_{23}| = 3\nu R\Delta T$. (5)

В адиабатном процессе 31 $A_{31} = -\Delta U_{31} = -\dfrac{3}{2}\nu R\Delta T$. (6)

Тогда $A_{цикл} = 3\nu R\Delta T - \nu R\Delta T - \dfrac{3}{2}\nu R\Delta T = \dfrac{1}{2}\nu R\Delta T$, (7)

$Q_{пол} = A_{12} = 3\nu R\Delta T$. (8)

$\Rightarrow \eta = \dfrac{\frac{1}{2}\nu R\Delta T}{3\nu R\Delta T} = \dfrac{1}{6}$. (9)

Ответ. $\eta = \dfrac{1}{6} = 16,7\%$.

Критерии оценивания задачи 5.

| | | |
|---|---|---|
| | Решение содержит следующие верные элементы решения. | Max. балл ставится, когда данный элемент решения сделан |

| | | |
|---|---|---|
| | Баллы за каждый верный элемент решения суммируются | верно и полно.<br>(MAX = 20 баллов) |
| 1 | Приведено объяснение какая из двух кривых 12 или 13 – изотерма, а какая адиабата | от 1 до 2 баллов |
| 2 | Определены процессы, соответствующие каждой из линий | по 1 баллу за каждый процесс (максимум 3 балла) |
| 3 | Записана формула для КПД цикла (1) | 1 балл |
| 4 | Записана формула (2) для вычисления работы за цикл | 1 балл |
| 5 | Определено, что газ получает тепло на 12 | 1 балл |
| 6 | Посчитана работа в изобарном процессе 23 (формула (4)) | от 1 до 2 баллов |
| 7 | Записана формула (5) для работы в изотермическом процессе 12 | 1 балл |
| 8 | Посчитана работа в адиабатном процессе 31 (формула (6)) | от 1 до 2 баллов |
| 9 | Посчитана работа за цикл (7) | от 1 до 3 баллов |
| 10 | Записана формула для $Q_{пол.}$ (8) | от 1 до 2 баллов |
| 11 | Проделаны необходимые алгебраические преобразования и получено значение КПД | от 1 до 2 баллов |