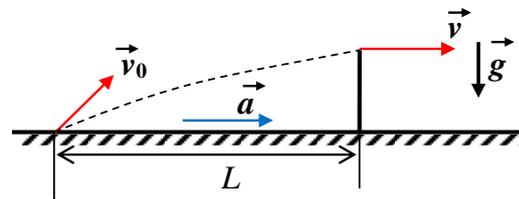




Профиль: Физика («Профессор Жуковский»)
Вариант: 2 Класс: 10

Задача 1 (8 баллов) Мяч бросают с поверхности Земли под некоторым углом к горизонту. Сразу после броска и все дальнейшее время полета дует попутный ветер, сообщая мячу постоянное горизонтальное ускорение a (см. рисунок).



Спустя время $t = 0,8$ с мяч перелетает через забор, находящийся на расстоянии $L = 6,4$ м от точки броска. При этом в точке касания забора мяч имеет горизонтально направленную скорость v , модуль которой равен начальной скорости v_0 . Чему равны начальная скорость v_0 мяча и величина горизонтального ускорения a ? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Задача 2 (8 баллов) Вокруг планеты Пандора, на которой обнаружены пригодные для жизни условия, вращаются в плоскости экватора по круговым орбитам два искусственных спутника, необходимых для связи с базовой станцией, находящейся на экваторе планеты. Один спутник вращается по «геостационарной» орбите, т.е. этот спутник «висит» все время над базовой станцией. Второй спутник движется по орбите радиуса r в направлении вращения Пандоры (спутник все время обгоняет планету), при этом два раза в сутки в одно и то же время он пролетает над базовой станцией. Какое минимальное расстояние может быть между этими двумя спутниками? Сутки на планете такие же, как на Земле.

Задача 3 (14 баллов) Собрана механическая конструкция, состоящая из четырех кубиков, одинаковых по объему, но различающихся по массам. Кубики расположены на гладкой горизонтальной поверхности, как показано на рисунке 3а. Между двумя верхними кубиками натянута невесомая нерастяжимая нить, выдерживающая максимальную силу натяжения $T_0 = 10$ Н. Коэффициент трения между кубиками равен $\mu = 0,5$. На нижний кубик массой $2m$ в момент $t = 0$ начинает действовать горизонтально направленная сила F , величина которой зависит от времени t , как показано на рисунке 3б. Считая $m = 2$ кг, определите, в какой момент времени данная конструкция начнет разрушаться? График $F(t)$ продолжает повторяться и при $t > 12$ с, т.е. каждые две секунды сила линейно увеличивается с одним и тем же угловым коэффициентом, затем каждые четыре секунды она не изменяется, и т.д. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

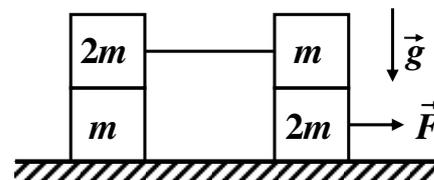


Рис. 3а

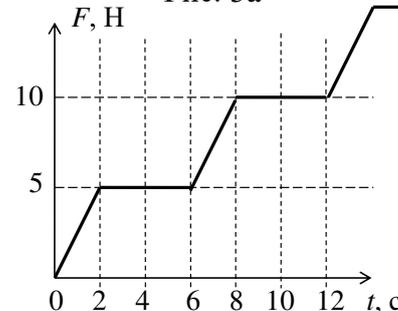


Рис. 3б

Задача 4 (14 баллов). Горизонтально расположенный цилиндрический сосуд с поршнем находится в вакууме. Закрепленная с одной стороны пружина упирается в поршень. Вначале поршень расположен почти вплотную к левому основанию цилиндра, пружина при этом не деформирована (рисунок 4а). В сосуде открывается клапан К, через который в него впускают некоторое количество инертного газа неона из присоединенного к сосуду баллона, после чего клапан закрывается, и баллон убирают от сосуда. После установления теплового равновесия в сосуде, поршень оказался смещенным на $\Delta L = 5$ см от левого основания (рисунок 4б).

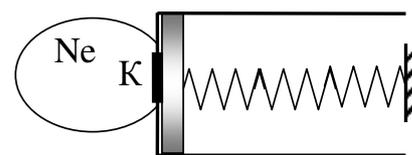


Рис. 4а

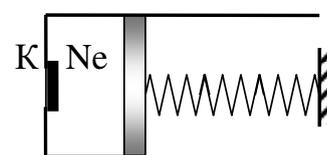


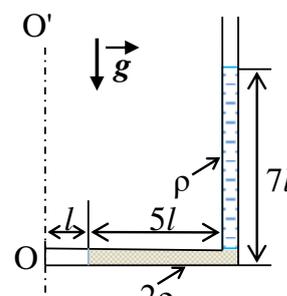
Рис. 4б

Продолжение билета см. на обороте.



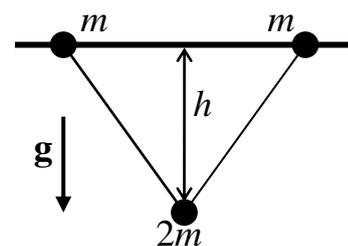
Затем газ в сосуде начинают медленно нагревать, в результате чего поршень сдвигается еще (дополнительно) на $2\Delta L = 10$ см, при этом неону было передано количество теплоты $Q = 12$ кДж. Какую работу совершил газ при нагревании? Трение между поршнем и боковой поверхностью сосуда отсутствует. Теплоемкостью сосуда, поршня и пружины пренебречь.

Задача 5 (18 баллов). Тонкая изогнутая и запаянная с одного конца трубка содержит горизонтальный столбик воздуха длиной l . С другой стороны, столбик воздуха граничит с жидкостью плотности 2ρ , которая заполняет оставшуюся горизонтальную часть трубки длиной $5l$, в вертикальной части трубки находится столб жидкости плотности ρ высотой $7l$ (см. рисунок). Вертикальное колено трубки открыто, снаружи его – вакуум. С какой угловой скоростью ω нужно вращать трубку вокруг вертикальной оси OO' , чтобы жидкости в трубке сместились на l ?



В процессе вращения жидкости не выливаются из трубки, не разрываются на отдельные части, и не перемешиваются друг с другом и с воздухом. Давлением паров жидкостей пренебречь, эффекты, связанные с поверхностным натяжением жидкостей, не учитывать. Температура воздуха и жидкостей в трубке не меняется в процессе вращения.

Задача 6 (18 баллов). Две одинаковые маленькие бусинки массой m каждая могут двигаться без трения по гладкому горизонтальному стержню. Бусинки связаны легкой нерастяжимой нитью длиной $l = 1,5$ м. К середине нити прикреплена еще одна похожая бусинка массой $2m$. Вначале эту бусинку удерживают так, что нить не натянута, но практически не провисает, затем бусинку отпускают, в результате система начинает двигаться без рывков. Найдите скорости бусинок в момент, когда средняя бусинка опустилась по вертикали на расстояние $h = 0,45$ м от первоначального положения (см. рисунок). Считая $m = 0,1$ кг, определите, чему равна сила натяжения нити в этот момент времени?



Ситуационная задача (20 баллов) Нанокристаллические оксиды металлов, размеры кристаллов которых составляют менее 100 нм, обладают рядом ценных свойств, отсутствующих у материалов, находящихся в макрокристаллическом состоянии. Для лабораторного изготовления нанодисперсной окиси алюминия применяется метод сжигания нанопорошка алюминия в среде чистого кислорода при пониженном давлении. В ходе химической реакции алюминий реагирует с кислородом с образованием конденсированного продукта; выделяющаяся при этом тепловая энергия идет на нагрев оставшегося кислорода и поддержание распространения фронта реакции.

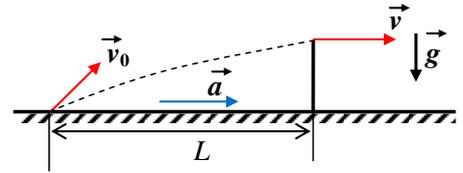
Объем камеры сгорания составляет 1 литр. В камере в начальный момент содержится 0,72 г кислорода при температуре 293 К.

Определите максимально допустимую массу алюминия, если после сгорания в камере должна остаться половина массы кислорода.

Определите максимальное давление в камере, соответствующее концу процесса горения, если в этот момент достигается тепловое равновесие между конечным материалом и оставшимся кислородом, 1/5 часть массы которого перешла в атомарное состояние.

Удельную теплоемкость кислорода принять равной 1000 Дж/(кг·К). Удельную теплоемкость оксида алюминия - 1200 Дж/(кг·К). Температура образующегося при окислении алюминия вещества – 2300 К. Энергия диссоциации молекулы кислорода на атомы равна 495 кДж/моль.

Задача 1 (8 баллов). Мяч бросают с поверхности Земли под некоторым углом к горизонту. Сразу после броска и все дальнейшее время полета дует попутный ветер, сообщая мячу постоянное горизонтальное ускорение a (см. рисунок). Спустя время $t = 0,8$ с мяч перелетает через забор, находящийся на расстоянии $L = 6,4$ м от точки броска. При этом в точке касания забора мяч имеет горизонтально направленную скорость v , модуль которой равен начальной скорости v_0 . Чему равны начальная скорость v_0 мяча и величина горизонтального ускорения a ? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



Ответ. $v_0 = \frac{4L^2 + g^2 t^4}{4Lt} = 10$ м/с, $a = \frac{g^2 t^2}{2L} = 5$ м/с².

Решение.

Совместим начало координат O с точкой броска, и введем горизонтальную (Ox) и вертикальную (Oy) оси координат. Высота забора $h = \frac{gt^2}{2}$. В точке касания с забором $v_y = v_{0y} - gt = 0 \Rightarrow v_{0y} = gt$ (1). Уравнение для горизонтальной координаты мяча запишем с помощью формулы: $L = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t$ (2). Т.к. в точке касания с забором $v_x = v = v_0$, то $v_{0x} = \frac{2L}{t} - v_0$. Используя также формулу $v_{0x}^2 + v_{0y}^2 = v_0^2$ (3), после необходимых преобразо-

ваний получим выражение для v_0 : $v_0 = \frac{L^2 + \left(\frac{gt^2}{2}\right)^2}{Lt} = \frac{4L^2 + g^2 t^4}{4Lt} = 10$ м/с.

Чтобы получить формулу для ускорения a , используем уравнение для горизонтальной компоненты скорости мяча в точке касания с забором: $v = v_x = v_{0x} + at$ (4).

$$\Rightarrow a = \frac{v_0 - v_{0x}}{t} = \frac{v_0 - \left(\frac{2L}{t} - v_0\right)}{t}, \Rightarrow a = \frac{g^2 t^2}{2L} = 5 \text{ м/с}^2.$$

Замечание. Для решения задачи вместо уравнения (2), в качестве альтернативы, можно использовать формулу $L = v_{0x} t + \frac{at^2}{2}$ (2).

Критерии оценивания задачи 1.

	Элементы решения	Баллы (макс. 8 баллов)
1	Записаны формулы кинематики, необходимые для решения задачи (формулы (1)-(4))	+4 балла (по 1 баллу за каждую формулу)
2	При наличии всех верных формул проделаны необходимые алгебраические преобразования. 1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	+2 балла
3	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ для начальной скорости v_0 .	+1 балл
4	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ для ускорения a .	+1 балл

Задача 2 (8 баллов). Вокруг планеты Пандора, на которой обнаружены пригодные для жизни условия, вращаются в плоскости экватора по круговым орбитам два искусственных спутника, необходимых для связи с базовой станцией, находящейся на экваторе планеты. Один спутник вращается по «геостационарной» орбите, т.е. этот спутник «висит» все время над базовой станцией. Второй спутник движется по орбите радиуса r в направлении вращения Пандоры (спутник все время обгоняет планету), при этом два раза в сутки в одно и то же время он пролетает над базовой станцией. Какое минимальное расстояние может быть между этими двумя спутниками? Сутки на планете такие же, как на Земле.

Ответ. $\Delta r_{\min} = r(\sqrt[3]{9} - 1) = 1,08r$.

Решение.

Уравнения движения спутника по круговой орбите радиуса r : $G \frac{mM}{r^2} = m\omega^2 r$, где m – масса спутника, M – масса планеты, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – угловая скорость движения спутника по орбите, T – период обращения спутника.

Для «геостационарной орбиты» период обращения спутника $T = T_0$, где T_0 – период обращения планеты, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$. Тогда $R = \sqrt[3]{\frac{GMT_0^2}{4\pi^2}}$ – радиус «геостационарной орбиты».

Посчитаем угловую скорость второго спутника, движущегося по орбите, радиус r которой задан. Угловые перемещения спутника и планеты отличаются на 2π за время $t = T_0/2$, что означает, что он 2 раза в сутки в одно и то же время пролетает над базовой станцией. $(\omega - \omega_0)t = 2\pi$. $\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{t} + \frac{2\pi}{T_0} = \frac{6\pi}{T_0}$ – угловая скорость движения второго спутника.

Из уравнения движения спутника по орбите, приведенного выше, получим: $r = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}}$. Тогда $r = \sqrt[3]{\frac{GMT_0^2}{(6\pi)^2}} = R \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{9}}$, $\Rightarrow R = r\sqrt[3]{9}$. Минимальное расстояние между спутниками будет тогда, когда станция и оба спутника окажутся на одной прямой, т.е. $\Delta r_{\min} = R - r = r(\sqrt[3]{9} - 1) = 1,08r$.

Критерии оценивания задачи 2.

	Элементы решения	Баллы (макс. 8 баллов)
1	Записан второй закон Ньютона при движении по окружности под действием силы тяготения	+1 балл
2	Записана связь угловой скорости (линейной скорости) и периода первого спутника (на геостационарной орбите)	+1 балл
3	Получена угловая скорость второго спутника	+1 балл
4	Получена формула для радиуса геостационарной орбиты	+1 балл
5	Получена формула для радиуса орбиты второго спутника	+1 балл
6	Указано, когда будет минимальное расстояние между спутниками	+1 балл
7	Проделаны необходимые алгебраические преобразования	+1 балл
8	Получен правильный ответ	+1 балл

Задача 3 (14 баллов). Собрана механическая конструкция, состоящая из четырех кубиков, одинаковых по объему, но различающихся по массам. Кубики расположены на гладкой

горизонтальной поверхности, как показано на рисунке 3а. Между двумя верхними кубиками натянута невесомая нерастяжимая нить, выдерживающая максимальную силу натяжения $T_0 = 10$ Н. Коэффициент трения между кубиками равен $\mu = 0,5$. На нижний кубик массой $2m$ в момент $t = 0$ начинает действовать горизонтально направленная сила F , величина которой зависит от времени t , как показано на рисунке 3б. Считая $m = 2$ кг, определите, в какой момент времени данная конструкция начнет разрушаться? График $F(t)$ продолжает повторяться и при $t > 12$ с, т.е. каждые две секунды сила линейно увеличивается с одним и тем же угловым коэффициентом, затем каждые четыре секунды она не изменяется, и т.д. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

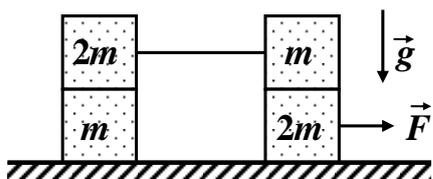


Рис. 3а

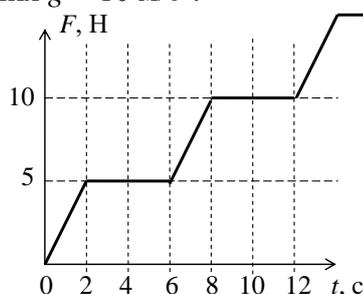


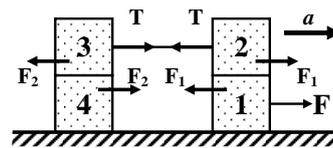
Рис. 3б

Ответ. $t = 14$ с.

Решение.

Пронумеруем кубики, как показано на рисунке, и рассмотрим некоторый момент времени t , когда данная система движется как единое целое. Для этого момента обозначим: T – сила натяжения нити, F_1 – сила трения между кубиками 1 и 2,

F_2 – сила трения между кубиками 3 и 4 (см. рисунок, на котором показаны только горизонтальные силы).



Чтобы конструкция не разрушилась под действием силы F , она должна двигаться, как единое целое, с ускорением $a = \frac{F}{6m}$, при этом сила натяжения нити должна быть меньше максимального значения. Тогда силы трения F_1 и F_2 – силы трения покоя. Уравнения движения каждого кубика с ускорением a имеют вид:

кубик 1: $F - F_1 = 2ma$,

$$\begin{cases} \text{кубик 2: } F_1 - T = ma, \\ \text{кубик 3: } T - F_2 = 2ma, \\ \text{кубик 4: } F_2 = ma. \end{cases} \Rightarrow F_1 = \frac{2F}{3}, F_2 = \frac{F}{6}, T = \frac{F}{2}.$$

Конструкция не разрушается, пока

$$\begin{cases} F_1 = \frac{2F}{3} \leq \mu mg, \\ F_2 = \frac{F}{6} \leq \mu \cdot 2mg. \end{cases} \Rightarrow F \leq \frac{3}{2} \mu mg.$$

Начало разрушения конструкции: $F = \frac{3}{2} \mu mg = \frac{3}{2} \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot 10 = 15$ Н. Убедимся, что сила

натяжения нити при этом равна $T = \frac{F}{2} = 7,5$ Н $< T_0$. Значит, разрушение произойдет за счет

начала скольжения системы грузов 2-3-4 относительно груза 1, но не за счет разрыва нити. Из графика видно, что значению силы $F = 15$ Н, соответствует момент $t = 14$ с.

Критерии оценивания задачи 3.

	Элементы решения	Баллы (макс. 14 баллов)
1	Сделан рисунок и верно указаны все силы, действующие на каждый кубик (достаточно указать правильно силы, действующие в горизонтальном направлении)	+1 балл
2	Записаны уравнения динамики для каждого кубика (в проекции на горизонтальную ось)	+4 балла (по 1 баллу за каждую формулу)
3	Записаны правильные формулы для сил трения между грузами F_1 и F_2	+2 балла (по 1 баллу за каждую формулу)
4	При наличии всех верных формул проделаны необходимые алгебраические преобразования. 3 балла, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	+4 балла
5	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный ответ для минимальной силы F	+1 балл
6	Сделана проверка или указано, что разрушение происходит не по причине разрыва нити, а из-за начала скольжения	+1 балл
7	Из графика получен правильный ответ для минимального времени t начала разрушения конструкции	+1 балл

Задача 4 (14 баллов). Горизонтально расположенный цилиндрический сосуд с поршнем находится в вакууме. Закрепленная с одной стороны пружина упирается в поршень. Вначале поршень расположен почти вплотную к левому основанию цилиндра, пружина при этом не деформирована (рисунок 4а). В сосуде открывается клапан К, через который в него впускают некоторое количество инертного газа неона из присоединенного к сосуду баллона, после чего клапан закрывается, и баллон убирают от сосуда. После установления теплового равновесия в сосуде, поршень оказался смещенным на $\Delta L = 5$ см от левого основания (рисунок 4б). Затем газ в сосуде начинают медленно нагревать, в результате чего поршень сдвигается еще (дополнительно) на $2\Delta L = 10$ см, при этом неону было передано количество теплоты $Q = 12$ кДж. Какую работу совершил газ при нагревании? Трение между поршнем и боковой поверхностью сосуда отсутствует. Теплоемкостью сосуда, поршня и пружины пренебречь.

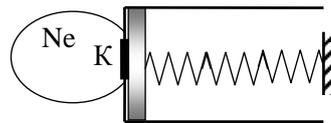


Рис. 4а

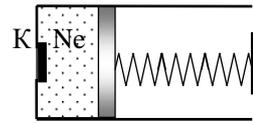


Рис. 4б

Ответ. $A = \frac{Q}{4} = 3$ кДж.

Решение.

Пусть в установившемся режиме, в сосуде имеется количество ν аргона с давлением p_0 , температурой T_0 и объёмом $V_0 = \Delta L \cdot S$, где S – площадь сечения цилиндра.

При медленном нагревании газа в сосуде, силы, действующие на поршень в некоторый (произвольный) момент времени t , уравновешены, т.е. $pS = kx = k \frac{V}{S}$, $\Rightarrow p = \frac{k}{S^2} V$, где k – жесткость пружины,

V и p – объём и давление аргона в момент времени t .

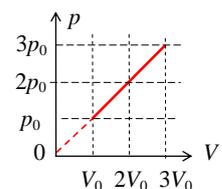


График $p(V)$ для процесса нагревания аргона показан на рисунке, при этом по условию объём газа, увеличится в 3 раза, тогда, соответственно, и давление также увеличится

в 3 раза. Работа газа, совершаемая при его нагревании, равна $A = \frac{1}{2}(p_0 + 3p_0)2V_0 = 4p_0V_0$.

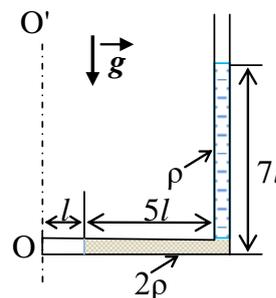
Изменение внутренней энергии равно $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}(3p_0 \cdot 3V_0 - p_0V_0) = 12p_0V_0$. Количе-

ство теплоты $Q = \Delta U + A = 16p_0V_0 \Rightarrow A = \frac{Q}{4} = 3 \text{ кДж}$.

Критерии оценивания задачи 4.

	Элементы решения	Баллы (макс. 14 баллов)
1	Для решения задачи используется уравнение состояния идеального газа	+1 балл
2	Для решения задачи используется формула для внутренней энергии одноатомного газа	+1 балл
3	Для решения задачи используется 1 начало термодинамики	+1 балл
4	Доказано, что в процессе нагревания газа зависимость $p(V)$ – прямая пропорциональность. 1 балл, если это утверждение используется без доказательства	+4 балла
5	Получена верная формула для работы газа А	+2 балла
6	Получено верное выражение для изменения внутр. энергии	+1 балл
7	Получена формула для количества теплоты Q	+2 балл
8	Найдена связь между Q и А	+1 балла
9	Получен правильный числовой ответ	+1 балл

Задача 5 (18 баллов). Тонкая изогнутая и запаянная с одного конца трубка содержит горизонтальный столбик воздуха длиной l . С другой стороны столбик воздуха граничит с жидкостью плотности 2ρ , которая заполняет оставшуюся горизонтальную часть трубки длиной $5l$, в вертикальной части трубки находится столб жидкости плотности ρ высотой $7l$ (см. рисунок). Вертикальное колено трубки открыто, снаружи его – вакуум. С какой угловой скоростью ω нужно вращать трубку вокруг вертикальной оси OO' , чтобы жидкости в трубке сместились на l ?



В процессе вращения жидкости не выливаются из трубки, не разрываются на отдельные части, и не перемешиваются друг с другом и с воздухом. Давлением паров жидкостей пренебречь, эффекты, связанные с поверхностным натяжением жидкостей, не учитывать. Температура воздуха и жидкостей в трубке не меняется в процессе вращения.

Ответ. $\omega = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{11g}{l}}$.

Решение.

В начальном состоянии (до вращения) давление воздуха $p_1 = 7\rho gl$, объем воздуха $V_1 = lS$, где S – площадь сечения трубки. В процессе вращения объем воздуха увеличится до $V_2 = 2lS$. Тогда, из закона Бойля Мариотта: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{1}{2}p_1 = \frac{7}{2}\rho gl$ – давление воздуха в трубке (давление слева от горизонтального столбика жидкости).

Справа на горизонтальный столбик жидкости, длина которого будет уже равна $4l$, давление равно $p_{2np} = 2\rho gl + \rho g \cdot 7l = 9\rho gl$. Запишем второй закон Ньютона для вращающегося горизонтального столбика жидкости: $p_{2np}S - p_2S = m\omega^2 r$, где $m = 2\rho \cdot 4lS$ – масса

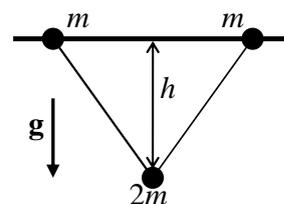
жидкости в горизонтальной части трубки, $r = 2l + \frac{4l}{2} = 4l$ – расстояние от оси вращения до центра масс жидкости в горизонтальной части трубки.

$$\text{Тогда } 9\rho g l S - \frac{7}{2}\rho g l S = 8\rho l S \omega^2 \cdot 4l, \Rightarrow \omega = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{11g}{l}}.$$

Критерии оценивания задачи 5.

	Элементы решения	Баллы (макс. 18 баллов)
1	Из решения понятно, что давление воздуха в неподвижной трубке равно давлению вертикального столба жидкости	+1 балл
2	Записана верная формула для давления вертикального столба жидкости p_1 в случае неподвижной трубки	+1 балл
3	Для решения задачи используется закон Бойля-Мариотта (или уравнение состояния идеального газа)	+1 балл
4	Получено выражение для давления воздуха p_2 , когда трубка вращается	+2 балла
5	Получено выражение для давления p_{2np} вертикального столба жидкостей, когда трубка вращается	+2 балла
6	Правильно посчитано положение центра масс жидкости в горизонтальной части трубки	+2 балла
7	Правильно посчитана масса жидкости в горизонтальной части трубки	+2 балла
8	Записан второй закон Ньютона для вращающейся жидкости в горизонтальной части трубки	+2 балла
9	При наличии всех верных формул проделаны необходимые алгебраические преобразования. 3 балла, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	+4 балла
10	Получен правильный числовой ответ	+1 балл

Задача 6 (18 баллов). Две одинаковые маленькие бусинки массой m каждая могут двигаться без трения по гладкому горизонтальному стержню. Бусинки связаны легкой нерастяжимой нитью длиной $l = 1,5$ м. К середине нити прикреплена еще одна похожая бусинка массой $2m$. Вначале эту бусинку удерживают так, что нить не натянута, но практически не провисает, затем бусинку отпускают, в результате система начинает двигаться без рывков. Найдите скорости бусинок в момент, когда средняя бусинка опустилась по вертикали на расстояние $h = 0,45$ м от первоначального положения (см. рисунок). Считая $m = 0,1$ кг, определите, чему равна сила натяжения нити в этот момент времени.



Ответ. $v = \frac{2h}{l} \sqrt{2gh} = 1,8 \text{ м/с}$, $u = \frac{\sqrt{l^2 - 4h^2}}{l} \sqrt{2gh} = 2,4 \text{ м/с}$; $T = \frac{2mgh}{l} = 0,6 \text{ Н}$.

Решение.

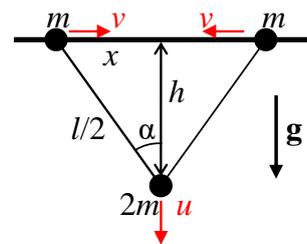
Пусть, для указанного в условии момента времени, скорости крайних бусинок равны v , а скорость средней бусинки – u , при этом нить образует с вертикалью угол α (см. рис.).

1) Из условия нерастяжимости нити, следует: $u \cos \alpha = v \sin \alpha$, $\Rightarrow u = v \operatorname{tg} \alpha$.

2) Закон сохранения энергии: $2 \frac{mv^2}{2} + \frac{2mu^2}{2} - 2mgh = 0$.

$\Rightarrow v = \cos \alpha \sqrt{2gh} = \frac{2h}{l} \sqrt{2gh} = 1,8 \text{ м/с},$

$u = \sin \alpha \sqrt{2gh} = \frac{2x}{l} \sqrt{2gh} = \frac{\sqrt{l^2 - 4h^2}}{l} \sqrt{2gh} = 2,4 \text{ м/с}.$



3) Обозначим силу натяжения нити T , ускорения крайних бусинок a_1 , а средней бусинки a_2 . Запишем систему уравнений динамики и условие связи ускорений.

$$\begin{cases} ma_1 = T \sin \alpha, \\ 2ma_2 = 2mg - 2T \cos \alpha, \Rightarrow T = mg \cos \alpha = \frac{2mgh}{l} = 0,6 \text{ Н}. \\ a_2 = a_1 \operatorname{tg} \alpha. \end{cases}$$

Критерии оценивания задачи 6.

	Элементы решения	Баллы (макс. 18 баллов)
1	Есть понимание, что скорости и ускорения крайних бусинок равны	+2 балла (по 1 баллу за каждую величину)
2	Получена связь скоростей v крайних и u средней бусинок 1 балл, если эта формула записана без обоснования	+2 балла
3	Записан закон сохранения энергии	+2 балл
4	При наличии всех верных формул проделаны необходимые алгебраические преобразования и получены формулы для скоростей бусинок v и u . Минус 1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные	+2 балла (по 1 баллу за каждую формулу в любом виде)
5	Сделаны подстановки числовых значений и получены правильные числовые ответы для скоростей бусинок v и u	+2 балла (по 1 баллу за каждый ответ)
6	Сделан рисунок и показаны силы, действующие на бусинки	+1 балл
7	Записана связь ускорений бусинок a_1 и a_2	+2 балла
8	Записаны уравнения динамики для крайней и средней бусинок	+2 балл (по 1 баллу за каждое уравнение)
9	При наличии всех верных уравнений системы проделаны необходимые алгебраические преобразования и получен ответ 1 балл, если в преобразованиях пропущены важные логические шаги или преобразования недостаточные 0 баллов, если преобразования отсутствуют или в них допущены ошибки	+2 балл
10	Сделаны подстановки числовых значений и получен правильный числовой ответ для силы натяжения нити T	+1 балл

Ситуационная задача

Нанокристаллические оксиды металлов, размеры кристаллов которых составляют менее 100 нм, обладают рядом ценных свойств, отсутствующих у материалов, находящихся в макрокристаллическом состоянии. Для лабораторного изготовления нанодисперсной окиси алюминия применяется метод сжигания нанопорошка алюминия в среде чистого кислорода при пониженном давлении. В ходе химической реакции алюминий реагирует с кислородом с образованием конденсированного продукта; выделяющаяся при этом тепловая энергия идет на нагрев оставшегося кислорода и поддержание распространения фронта реакции.

Объем камеры сгорания составляет 1 литр. В камере в начальный момент содержится 0,72 г кислорода при температуре 293 К.

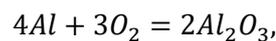
Определите максимально допустимую массу алюминия, если после сгорания в камере должна остаться половина массы кислорода.

Определите максимальное давление в камере, соответствующее концу процесса горения, если в этот момент достигается тепловое равновесие между конечным материалом и оставшимся кислородом, 1/5 часть массы которого перешла в атомарное состояние.

Удельную теплоемкость кислорода принять равной 1000 Дж/(кг·К). Удельную теплоемкость оксида алюминия - 1200 Дж/(кг·К). Температура образующегося при окислении алюминия вещества – 2300 К. Энергия диссоциации молекулы кислорода на атомы равна 495 кДж/моль.

Решение:

Определим какое количество алюминия может сгореть в данном количестве кислорода:



$$v = \frac{m}{\mu}$$

Исходя из уравнения реакции

$$3v_{Al} = 4v_{O_2},$$

$$v_{Al} = \frac{4v_{O_2}}{3} = \frac{4m_{O_2}}{3\mu_{O_2}},$$

По условию прореагировать должна только половина кислорода, поэтому массу алюминия вычислим как:

$$m_{Al} = v_{Al} \cdot \mu_{Al} = \frac{4m_{O_2}}{3 \cdot 2 \cdot \mu_{O_2}} \cdot \mu_{Al} = \frac{4 \cdot 0,72 \cdot 27}{3 \cdot 2 \cdot 32} = 0,405 \text{ г.}$$

По закону сохранения массы, масса получившегося оксида алюминия:

$$m_{ок} = m_{Al} + \frac{m_{O_2}}{2}$$

Численно:

$$m_{ок} = 4,05 \cdot 10^{-4} + \frac{7,2 \cdot 10^{-4}}{2} = 7,65 \cdot 10^{-4} \text{ кг} = 0,765 \text{ г}$$

Определим давление кислорода, воспользовавшись уравнением состояния. Объёмом конденсированных продуктов ввиду малости их массы и объёма пренебрегаем.

$$P = P_1 + P_2 = \frac{4 \cdot m_{O_2} \cdot R \cdot T}{2 \cdot 5 \cdot V \cdot \mu_{O_2}} + \frac{m_{O_2} \cdot R \cdot T}{2 \cdot 5 \cdot V \cdot \mu_o},$$

где T – равновесная температура в конце процесса горения.

Определим равновесную температуру из уравнения теплового баланса:

$$\frac{m_{O_2}}{2} \cdot c_{O_2} \cdot (T - T_0) + \frac{m_{O_2}}{2 \cdot 5 \cdot \mu_{O_2}} \cdot E = m_{ок} \cdot c_{ок} \cdot (T_{Г} - T),$$

где c_{O_2} – удельная теплоёмкость кислорода, E – энергия диссоциации молекулы кислорода на атомы, T – равновесная температура, T_0 – начальная температура, $c_{ок}$ – удельная теплоёмкость оксида алюминия, $T_{Г}$ – температура горения алюминия.

Откуда равновесная температура:

$$T = \frac{m_{ок} \cdot c_{ок} \cdot T_{Г} + \frac{m_{O_2}}{2} \cdot c_{O_2} \cdot T_0 - \frac{m_{O_2}}{2 \cdot 5 \cdot \mu_{O_2}} \cdot E}{m_{ок} \cdot c_{ок} + \frac{m_{O_2}}{2} \cdot c_{O_2}}$$

Численно:

$$T = \frac{7,65 \cdot 10^{-4} \cdot 1200 \cdot 2300 + \frac{7,2 \cdot 10^{-4}}{2} \cdot 1000 \cdot 293 - \frac{7,2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 5 \cdot 32 \cdot 10^{-3}} \cdot 495000}{7,65 \cdot 10^{-4} \cdot 1200 + \frac{7,2 \cdot 10^{-4}}{2} \cdot 1000} = 1734 \text{ К}$$

Тогда:

$$P = \frac{4 \cdot 7,2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 5} \cdot 8314 \cdot 1734 + \frac{7,2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 5} \cdot 8314 \cdot 1734}{10^{-3} \cdot 32} = 1,946 \cdot 10^5 \text{ Па} \approx 1,95 \text{ атм.}$$

Ответ: $m_{Al} = 0,405 \text{ г}$, $P = 1,946 \cdot 10^5 \text{ Па} \approx 1,95 \text{ атм.}$

Критерии

	Верные элементы решения	Количество баллов
1	Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	0-5
2	Составлена система уравнений и математическая модель	0-5
3	Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	0-5
4	Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	0-5
	Итого	max 20