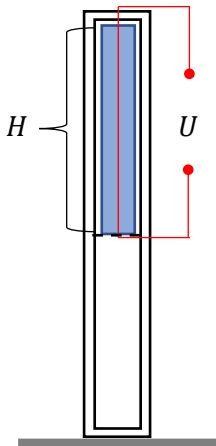


## Решения



**Задача 1.** (6 баллов) Ледяной стержень высоты  $H = 1$  м имеет температуру  $0^\circ\text{C}$  и расположен вертикально. Стержень установлен на сеточке в верхней половине теплоизолированного сосуда с пренебрежимо малой теплоемкостью. Внутри стержня имеется нагревательный элемент в виде тонкой проволоочки, вследствие работы которого стержень медленно тает. На сколько процентов больше тепла потребуется, чтобы растопить такой же стержень в этой же установке на борту Международной космической станции? Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330$  кДж/кг. Изменением объема вещества в процессе таяния пренебречь.

**Решение:**

На борту МКС

$$Q_{\text{косм}} = \lambda m.$$

В условиях земной гравитации на таяние стержня пойдет также его потенциальная энергия. Поэтому

$$\lambda m = Q_{\text{зем}} + mgH \Rightarrow Q_{\text{зем}} = \lambda m - mgH.$$

Тогда относительное изменение затрачиваемого тепла при перелете на МКС

$$\eta = \frac{Q_{\text{косм}} - Q_{\text{зем}}}{Q_{\text{зем}}} = \frac{mgH}{\lambda m - mgH} \cong \frac{gH}{\lambda}.$$

Окончательно

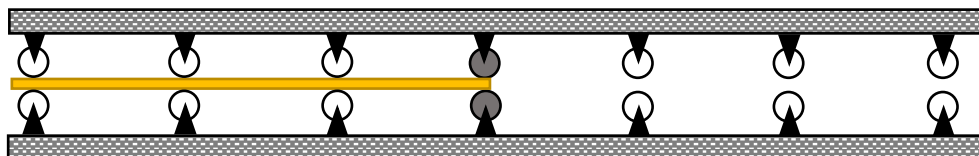
$$\eta \cong \frac{gH}{\lambda} \cdot 100\% \cong 0,003\%.$$

**Ответ:**  $\eta \cong \frac{gH}{\lambda} \cdot 100\% \cong 0,003\%$ .

**Критерии:**

Записана формула для расчета тепла, необходимого для плавления льда на борту МКС	1 балл
Указаны причины, по которым в условиях земной гравитации потребуется несколько меньше тепла	1 балл
Записано уравнение теплового баланса	1 балл
Получен верный ответ в общем виде (с использованием приближения или без)	2 балл
Получен верный численный ответ	1 балл
<b>ИТОГО</b>	<b>6 баллов</b>

**Задача 2.** (6 баллов) Легкий прочный стержень прямоугольного сечения находится в системе катков, изображенных на рисунке. Длина стержня  $L = 1$  м. Диаметр каждого катка  $d = 5$  см. Центральные катки (изображены темными) активны: через систему передач они соединены с электродвигателем. Остальные катки могут свободно вращаться практически без трения. Каждый активный каток давит на стержень с силой  $F = 1,2$  кН. Электродвигатель запускают, и активные катки начинают вращаться по часовой стрелке с частотой  $\nu = 100$  об/с. В результате стержень очень медленно сдвигается вправо. Какое количество тепла  $Q$  выделится в области



соприкосновения стержня с активными катками, если время движения стержня между ними  $\tau = 2$  мин? Коэффициент трения скольжения между стержнем и катками  $\mu = 0,05$ .

**Решение:**

Скорость движения стержня

$$v_0 = \frac{L}{\tau} \cong 0,008 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Скорость точки соприкосновения активного катка со стержнем

$$v = \pi d v \cong 15,7 \frac{\text{м}}{\text{с}} \gg v_0.$$

Таким образом, мы можем считать  $v$  скоростью активного катка относительно стержня. При движении одного тела по поверхности другого со скоростью  $v$  мощность действующих между телами сил трения равна

$$P_{\text{тр}} = -\mu F v,$$

где  $F$  — сила давления между телами. Работа силы трения приводит к уменьшению механической энергии системы и превращению ее во внутреннюю (выделению тепла). Однако это превращение происходит в области соприкосновения трущихся тел и на него не может повлиять действие на тело других сил (например, компенсирующих потерю механической энергии). Поэтому, и в нашем случае тепловая мощность, выделяющаяся в области соприкосновения стержня с активными катками

$$P_Q = -P_{\text{тр}} = \mu F v.$$

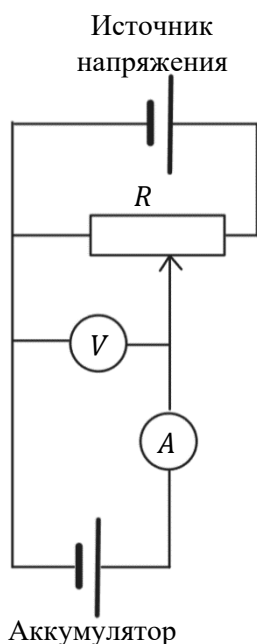
Тогда за время движения стержня действие обоих катков приведет к выделению тепла

$$Q = 2P_Q \tau = 2\mu F v \tau = 2\mu F \pi d v \tau \cong 226 \text{ кДж}.$$

**Ответ:**  $Q = 2\mu F \pi d v \tau \cong 226 \text{ кДж}.$

**Критерии:**

Показано, что скорость движения стержня относительно системы катков не вносит существенный вклад в скорость его движения относительно соприкасающейся со стержнем поверхности активного катка	1 балл
Найдена мощность силы трения, действующей на стержень со стороны активного катка	1 балл
Показано, что мощность производства внутренней энергии противоположна мощности силы трения	1 балл
Получен верный ответ в общем виде	2 балл
Получен верный численный ответ с указанием единицы измерения	1 балл
<b>ИТОГО</b>	<b>6 баллов</b>



**Задача 3.** (10 баллов) Источником постоянного напряжения в электротехнике называется устройство, подающее на нагрузку постоянное напряжение независимо от проходящего через нее при этом тока. В распоряжении экспериментатора Васи имеется источник постоянного напряжения  $U_0 = 10$  В. При помощи этого источника необходимо зарядить аккумулятор, однако допустимое напряжение зарядки не должно превышать  $U = 5$  В. Для решения задачи Вася собрал простейшую схему делителя напряжения, изображенную на рисунке. В качестве собственно делителя Вася использовал реостат полным сопротивлением  $R = 500$  Ом. Аккуратно перемещая ползунок реостата вправо, Вася остановил его ровно в тот момент, когда идеальный вольтметр показывал напряжение  $U$ . Идеальный амперметр при этом показывал ток  $I = 2$  А. Какая часть мощности, производимой источником, доходит до аккумулятора в процессе зарядки? Выделением тепла внутри источника пренебречь.

**Решение:**

До аккумулятора доходит мощность

$$P = UI = 10 \text{ Вт.}$$

Если бы к источнику был подключен только реостат, через него шел бы ток

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = 0,02 \text{ А} \ll I.$$

Следовательно, для того, чтобы через аккумулятор шел ток  $I$ , реостат в цепи зарядки должен быть введен почти полностью. Поэтому, мы можем пренебречь током во введенной части реостата. Тогда можно считать, что через оставшуюся часть реостата течет ток  $I$ , а выделяемая в ней мощность

$$P_Q \cong (U_0 - U)I = 5 \text{ Вт.}$$

Мощность, рассеиваемая на введенной части реостата

$$P_{вч} \cong \frac{(U_0 - U)^2}{R} = 0,05 \text{ Вт} \ll P_Q.$$

Следовательно, тепловыделением во введенной части реостата также можно пренебречь. Таким образом, доля мощности, идущая на собственно зарядку аккумулятора, составляет

$$\eta = \frac{P}{P + P_Q} \cong \frac{U}{U_0} = 50\%.$$

Стало быть, этой мощностью можно пренебречь.

**Ответ: 50%.**

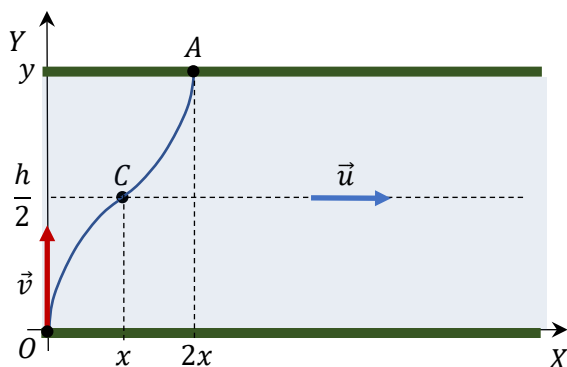
**Критерии:**

Найдена мощность, потребляемая аккумулятором	2 балла
Показано, что при данных в условии показаниях амперметра реостат должен быть введен практически полностью	2 балла
Показано, что тепловыделением во введенной части реостата также можно пренебречь	2 балла
Записано соотношение, определяющее, какая часть мощности, производимой источником, доходит до аккумулятора в процессе зарядки	2 балла
Получен верный ответ	2 балла
<b>ИТОГО</b>	<b>10 баллов</b>

**Задача 4.** (12 баллов) Ширина реки  $h = 100$  м. Скорость течения реки в заданном месте пропорциональна расстоянию этого места до ближайшего берега, и на середине реки составляет  $u = 3$  м/с. Катер, переправляясь на противоположный берег, движется со скоростью  $v = 5$  м/с

относительно воды; нос катера при этом все время направлен перпендикулярно берегу. На каком расстоянии  $L$  от точки старта катер причалит к противоположному берегу?

**Решение:**



Зададим систему координат: ось  $X$  направим по скорости течения, ось  $Y$  — по скорости катера относительно течения. Поскольку собственная скорость катера перпендикулярна скорости течения, движение катера по оси  $Y$  будет равномерным. Далее, скорость катера в направлении течения, равна скорости течения. Но поскольку последняя пропорциональна расстоянию до ближайшего берега, а это расстояние пропорционально времени, движение катера

по оси  $X$  будет равноускоренным. Тогда координаты катера в момент прохождения середины реки равны:

$$y = vt = \frac{h}{2},$$

$$x = \frac{ut}{2}.$$

Отсюда

$$x = \frac{uh}{4v}.$$

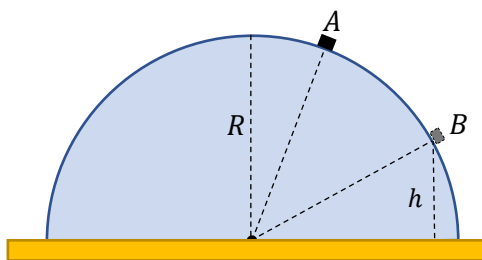
Дальше движение катера по оси  $Y$  будет равнозамедленным: ускорение сменит направление на противоположное, оставшись прежним по модулю. Поэтому, переплыв вторую половину реки, катер сместится еще на  $x$  по оси  $X$ . Тогда

$$L = \sqrt{h^2 + (2x)^2} = h \sqrt{1 + \left(\frac{u}{2v}\right)^2} \cong 104 \text{ м.}$$

**Ответ:**  $L = h \sqrt{1 + \left(\frac{u}{2v}\right)^2} \cong 104 \text{ м.}$

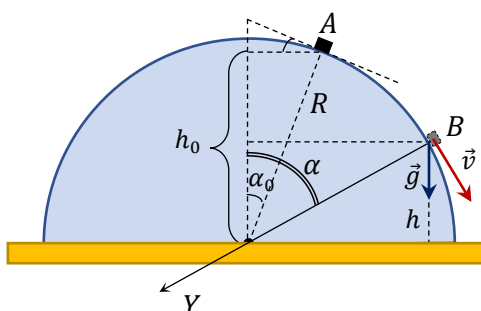
**Критерии:**

Показано, что движение катера по оси $Y$ будет равномерным	2 балла
Показано, что движение катера по оси $X$ будет равноускоренным	2 балла
Записана система уравнений движения катера	2 балла
Показано, что, переплывая вторую половину реки, катер сместится вдоль берега на то же расстояние, что и за время движения от берега до середины	3 балла
Получен верный ответ в общем виде и верный численный ответ с указанием единицы измерения	3 балла
<b>ИТОГО</b>	<b>12 баллов</b>



**Задача 5.** (16 баллов) Брусок массы  $m$  находится в точке  $A$  полусферы радиуса  $R$ , центральная окружность которой (экватор) закреплена на горизонтальном столе. Коэффициент трения между бруском и полусферой  $\mu$ . В результате хлопка экспериментатора по столу, брусок начинает соскальзывать вниз и в точке  $B$  отрывается от полусферы. В процессе скольжения бруска выделилось тепло  $Q$ . На какой высоте  $h$  над экватором произошел отрыв?

**Решение:**



Поскольку брусок пришел в движение от легкой вибрации, в точке  $A$  он находился на грани соскальзывания. Тогда

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \mu$$

(участник должен вывести эту формулу). Отсюда

$$\cos \alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

Тогда начальная высота бруска над экватором полусферы

$$h_0 = R \cos \alpha_0 = \frac{R}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

В момент отрыва бруска сила нормальной реакции полусферы обращается в ноль. Тогда, по второму закону Ньютона (ось  $Y$ ):

$$mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{R}.$$

Отсюда

$$v^2 = gR \cos \alpha = gh.$$

По закону сохранения энергии

$$Q = -\Delta E_{\text{мех}} = mg \left( h_0 - h - \frac{v^2}{2} \right) = mg \left( \frac{R}{\sqrt{1 + \mu^2}} - \frac{3}{2} h \right).$$

Отсюда искомая высота

$$h = \frac{2}{3} \left( \frac{R}{\sqrt{1 + \mu^2}} - \frac{Q}{mg} \right).$$

**Ответ:**  $h = \frac{2}{3} \left( \frac{R}{\sqrt{1 + \mu^2}} - \frac{Q}{mg} \right).$

**Критерии:**

Получен угол наклона точки начала соскальзывания к вертикали	3 баллов
Найдена начальная высота бруска над экватором полусферы	3 баллов
Применен второй закон Ньютона для точки отрыва	3 баллов
Применен закон сохранения энергии	3 баллов
Получен верный ответ	4 баллов
<b>ИТОГО</b>	<b>16 баллов</b>