



Профиль: Инженерное дело, специализация «Физика»

Вариант: 2

Класс: 11

1. **(4 балла)** Система состоит из двух тел. Первое тело представляет из себя три концентрические сферы радиусами R , $2R$, $3R$, пространство между сферами заполнено веществом различной плотности ρ , 2ρ , 3ρ , соответственно. Второе тело представляет из себя однородный шар малого радиуса и массой m . Расстояние между центрами тел много больше размеров самих тел и равно L . Найдите силу, с которой второе тело притягивается к первому.

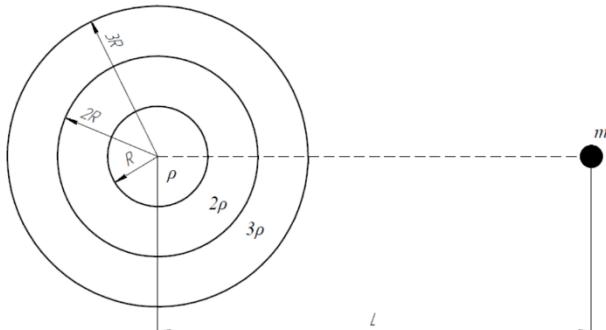


Рис.1

2. **(8 баллов)** Для электрической цепи, представленной на рис. 2 определить показания амперметра (считать идеальным) при замкнутом и разомкнутом ключе, если $E_1 = 50$ В, $E_2 = 90$ В, $R = 10$ Ом. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

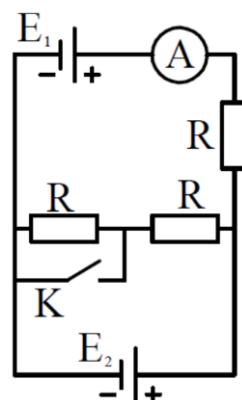


Рис. 2

3. **(10 баллов)** На рисунке показана схема простейшего резонансного циклического ускорителя – циклотрона. Ускоряющее переменное электрическое поле E создается в зазоре между двумя половинами металлической цилиндрической коробки JK , называемые дуантами (радиус дуантов R). Дуанты помещены в эвакуированную плоскую камеру, находящуюся между полюсами сильного электромагнита, магнитная индукция поля которого направлена перпендикулярно плоскости чертежа и равна B . Переменное электрическое поле между дуантами создается электрическим генератором, полюсы которого присоединяются к электродам j и k . Ускорение частицы происходит в зазоре между дуантами циклотрона всякий раз, когда частица, вновь попадает в зазор. Величина зазора d . Для выполнения условия синхронизма: период колебаний электрического поля совпадает с периодом обращения частиц в магнитном поле.

Найдите начальную скорость частиц при условии, что удельный заряд частиц равен q/m , а количество оборотов, сделанных частицей до вылета n .

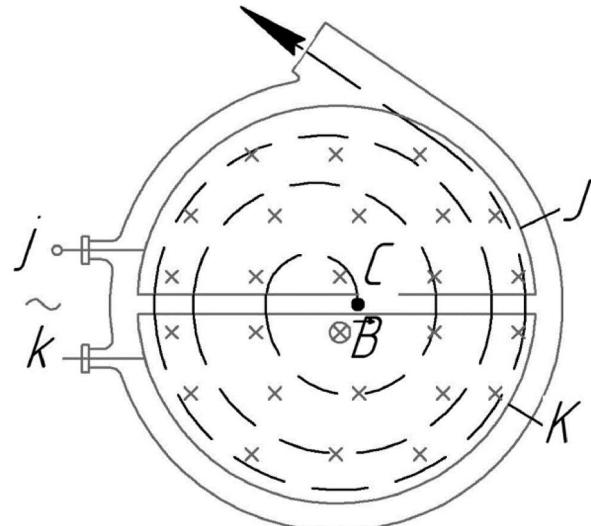


Рис. 3

Продолжение на обороте



4. (12 баллов) Прямоугольному параллелепипеду с размерами по горизонтали $30 \times 30 \text{ см}$ и высотой 2 см с массой $m_1=2 \text{ кг}$, находящемуся на горизонтальной шероховатой поверхности (коэффициент трения $\mu=0,2$) сообщили скорость $v=20 \text{ м/с}$. Когда скорость тела оказалась равной $v_1=6 \text{ м/с}$, об его верхнюю поверхность ударился очень гладкий шар массы $m_2=4 \text{ кг}$, вертикально упавший с высоты равной $h=5 \text{ м}$ с начальной скоростью равной 0 , и абсолютно упруго отскочил от тела. Найти путь тела при движении от сообщения начальной скорости до остановки, при условии, что соударение происходит только один раз.

5. (16 баллов) Два горизонтальных прямых цилиндра одинакового радиуса R , но разной длины, изготовлены из одного оптически прозрачного материала (рис. 4). Показатель преломления материала цилиндров зависит от расстояния r до их осей: $n = \frac{C}{A + Br}$. Точки O_1 и O_2 обозначают пересечения оси каждого цилиндра с их торцами (как на рисунке). Тонкий луч монохроматического света падает по углом α на поверхность каждого из цилиндров в точке O_1 . Эти лучи выходят из правых торцов цилиндров под одинаковыми углами θ в точках F , расположенных на одинаковом расстоянии S от точек O_2 . Найдите минимальную разность длин цилиндров $L_2 - L_1$. Считать, что снаружи цилиндров - вакуум. Принять $R = 0,005 \text{ м}$; $\sin \alpha = 0,9$; $C = 2 \text{ м}$; $A = 1 \text{ м}$; $B = 15$. Ответ записать в метрах, округлив до сотых.

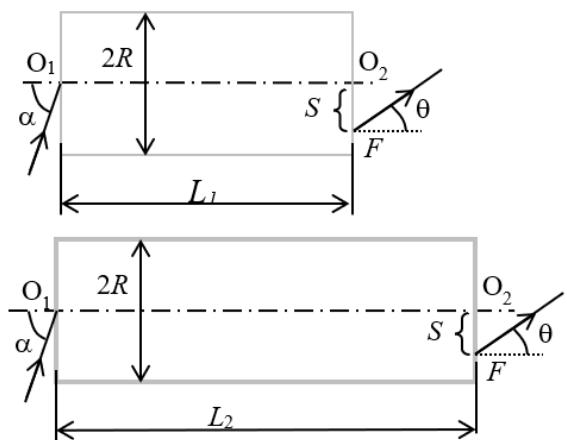


Рис. 4



Критерии оценивания олимпиадной работы

Профиль: Инженерное дело (академический тур)

Предмет: Физика

Класс: 11

Задание 1 (максимальная оценка 4 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Не выполнен ни один пункт, приведенный ниже, и/или просто записан верный ответ	0
Записан закон всемирного тяготения	1
Записан закон всемирного тяготения и найдены массы «шаров»	2
Получен верный ответ, но неправильно применен закон всемирного тяготения	3
Решение полностью верно	4

Задание 2 (максимальная оценка 8 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Не выполнен ни один пункт, приведенный ниже, и/или просто записан верный ответ	0
Записаны законы Ома для полной цепи в двух случаях	2
Записаны законы Ома для полной цепи в двух случаях, верно построены эквивалентные схемы и найдены эквивалентные сопротивления	4
Решение верно, но имеется вычислительная ошибка	6
Решение полностью верно	8

Задание 3 (максимальная оценка 10 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Не выполнен ни один пункт, приведенный ниже, и/или просто записан верный ответ	0
Записаны: второй закон Ньютона и закон сохранения энергии	3
Записаны все законы и выражен радиус i – го оборота в циклотроне	5
Представлены все необходимые законы и выражения, но имеется вычислительная ошибка	8
Полностью верное решение	10

Задание 4 (максимальная оценка 12 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Не выполнен ни один пункт, приведенный ниже, и/или просто записан верный ответ	0
Предоставление ошибочное решение без учёта удара ($S = 100$ м)	3
Найдена скорость параллелепипеда после удара	6
Решение верное, включает все необходимые законы, но конечное выражение ошибочно	9
Решение полностью верное	12

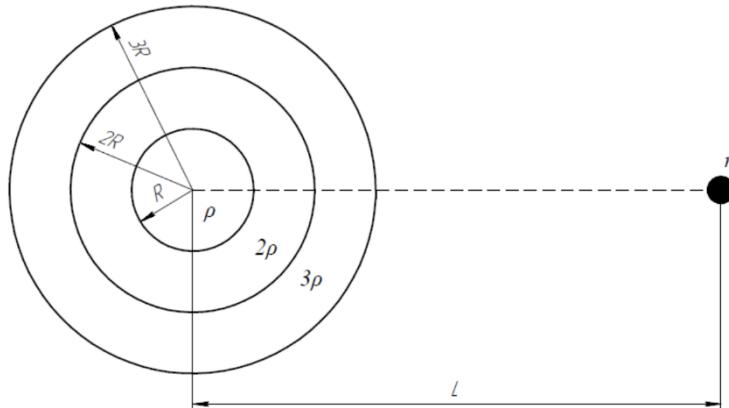
Задание 5 (максимальная оценка 16 б.)

Критерий (выбрать соответствие одному критерию)	Балл
Не выполнен ни один пункт, приведенный ниже, и/или просто записан верный ответ	0
Записана формула для угла падения и преломления на левом торце. Найден предельный угол преломления на боковой поверхности цилиндра	4
Показано, что луч – это дуга окружности. Найден радиус окружности. Показано, что на боковой поверхности цилиндра луч испытывает полное внутреннее отражение	8
Описана полностью траектория луча. Определена длина пространственного периода. Показано, что разность длин цилиндров определяется через длину периода	12
Задача решена полностью с указанием верного ответа	16

Вариант 2

1. Система состоит из двух тел.

Первое тело представляет из себя три концентрические сферы радиусами R , $2R$, $3R$, пространство между сферами заполнено веществом различной плотности ρ , 2ρ , 3ρ , соответственно. Второе тело представляет из себя однородный шар малого радиуса и массой m . Расстояние между центрами тел много больше размеров самих тел и равно L . Найдите силу, с которой второе тело притягивается к первому.



Решение:

$$F = G \frac{m}{L^2} (M_1 + M_2 + M_3)$$

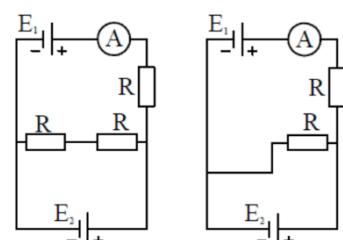
$$\begin{cases} M_1 = -\frac{4}{3}\pi(R)^3\rho \\ M_2 = -\frac{4}{3}\pi(2R)^3\rho \\ M_3 = \frac{4}{3}\pi(3R)^33\rho \end{cases}$$

$$F = G \frac{96\pi m \rho R^3}{L^2}$$

Критерии:

- 1) Не выполнен ни один пункт, приведенный ниже, и/или просто записан верный ответ – 0 баллов
- 2) Записан закон всемирного тяготения – 1 балл
- 3) Записан закон всемирного тяготения и найдены массы «шаров» – 2 балла
- 4) Получен верный ответ, но неправильно применен закон всемирного тяготения – 3 балла
- 5) Решение полностью верно - 4 балла

2. (8 баллов) Для электрической цепи, представленной на рис. 2 определить показания амперметра (считать идеальным) при замкнутом и разомкнутом ключе, если $E_1 = 50$ В, $E_2 = 90$ В, $R = 10$ Ом. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

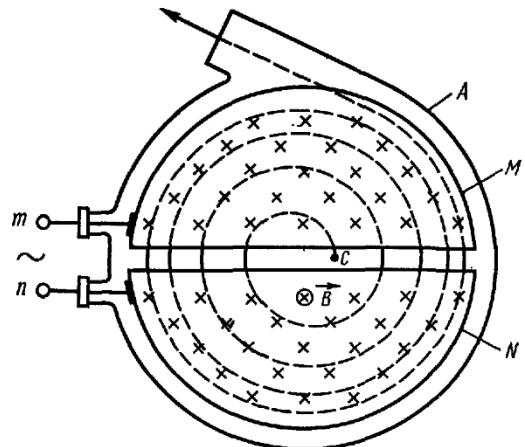


Решение: для обоих случаев ток в амперметре будет определяться как $I = \frac{E_1 - E_2}{R} = \frac{50 - 90}{10} = -4\text{A}$, положительный ответ тоже считать верным.

Ответ: для обоих случаев ток в амперметре будет -4 A и 4 A (4 A и 4 A).

Критерии решения:

- 1) Не выполнен ни один пункт, приведенный ниже, и/или просто записан верный ответ – 0 баллов
 - 2) Записаны законы Ома для полной цепи в двух случаях – 2 балла
 - 3) Записаны законы Ома для полной цепи в двух случаях, верно построены эквивалентные схемы и найдены эквивалентные сопротивления – 4 балла
 - 4) Решение верно, но имеется вычислительная ошибка – 6 баллов
 - 5) Решение полностью верно – 8 баллов
3. (10 баллов) На рисунке показана схема простейшего резонансного циклического ускорителя – циклотрона. Ускоряющее переменное электрическое поле E создается в зазоре между двумя половинами металлической цилиндрической коробки MN , называемые дуантами (радиус дуантов R). Дуанты помещены в эвакуированную плоскую камеру, находящуюся между полюсами сильного электромагнита, магнитная индукция поля которого направлена перпендикулярно плоскости чертежа и равна B . Переменное электрическое поле между дуантами создается электрическим генератором, полюсы которого присоединяются к электродам m и n . Ускорение частицы происходит в зазоре между дуантами циклотрона всякий раз, когда частица, вновь попадает в зазор. Величина зазора d . Для выполнения условия синхронизма: период колебаний электрического поля совпадает с периодом обращения частиц в магнитном поле.



Найдите начальную скорость частиц при условии, что удельный заряд частиц равен q/m , а количество оборотов, сделанных частицей до вылета n .

Решение:

1. $qv_iB = m \frac{v_i^2}{R_i}$ по второму закону Ньютона, где i – порядковый номер влета в зазор.
2. $\frac{mv_0^2}{2} + Eq di = \frac{mv_i^2}{2}$ по ЗСЭ для i – го попадания в зазор.
3. Получим, $R_i = \frac{m}{qB} \sqrt{v_0^2 + i \frac{2qEd}{m}} = R$
4. $i = \left(\left(\frac{Rq}{m} B \right)^2 - v_0^2 \right) \frac{m}{2qEd} \approx \frac{n}{2}$
5. Следовательно, количество оборотов: $n = \left(\left(\frac{Rq}{m} B \right)^2 - v_0^2 \right) \frac{m}{qEd}$

4. Прямоугольному параллелепипеду с размерами по горизонтали ***30x30 см*** и высотой ***2 см*** с массой ***m₁=2 кг***, находящемуся на горизонтальной шероховатой поверхности (коэффициент трения ***μ=0,2***) сообщили скорость ***v=20 м/с***. Когда скорость тела оказалась равной ***v₁=6 м/с***, об его верхнюю поверхность ударился очень гладкий шар массы ***m₂=4 кг***, вертикально упавший с высоты равной ***h=5 м*** с начальной скоростью равной ***0***, и абсолютно упруго отскочил от тела. Найти путь тела при движении от сообщения начальной скорости до остановки.

Решение:

Рассчитаем общий путь тела как сумму пути до удара шарика и после него (в предположении, что тело не остановилось в малый промежуток времени, когда от него отскакивал шарик). До удара $s=(V_1^2-V^2)/2a$, где $a=-g*\mu=-10*0,2=-2 \text{ м/с}^2$. $s=(36-400)/(-4)=91 \text{ м}$. При свободном падении с высоты $h=5 \text{ м}$ шарик приобретет скорость $V_2=(2gh)^{(1/2)}=10 \text{ м/с}$. При абсолютно упругом ударе о тело направление скорости шарика изменится на противоположное, а ее модуль сохранится (см. рис. 1), тогда импульс шарика изменится на $\Delta P_2=2*m*V_2=2*4*10=80$, это изменение сообщает дополнительный вклад в силу реакции опоры N , $N*t=\Delta P_2=2*m*V_2$. Сила связана с силой трения так: $F=N*\mu$. Сила трения передаст телу импульс $F*t=N*t*\mu=\Delta P_1=\mu*2*m*V_2=0,2*4*2*10=16$ из-за этого скорость тела должна бы уменьшиться на 8 м/с и станет как бы равной отрицательному числу (t -время соударения тела и шарика). В таком случае тело после удара остановится. Тормозной путь до остановки окажется 91 м .

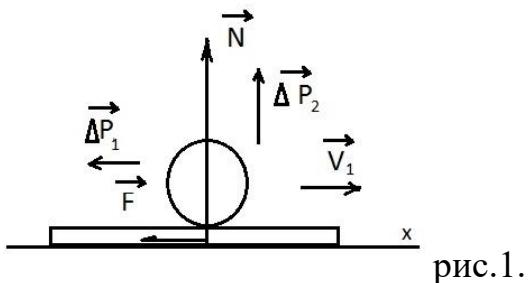
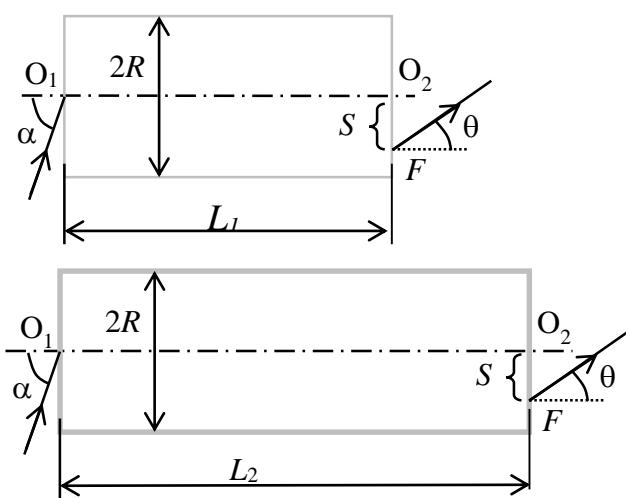


рис.1.

Ошибочное решение не учитывает потерю скорости с 6 до 0 в момент удара, тогда $s=(0^2-V^2)/2/a$, где $a=-g*\mu=-10*0,2=-2 \text{ м/с}^2$. $s=(0-400)/(-4)=100 \text{ м}$.

Критерии решения:

- 1) Не выполнен ни один пункт, приведенный ниже, и/или просто записан верный ответ – 0 баллов
- 2) Записаны: второй закон Ньютона и закон сохранения энергии - 3 балла
- 3) Записаны все законы и выражен радиус i – го оборота в циклотроне - 5 баллов
- 4) Представлены все необходимые законы и выражения, но имеется вычислительная ошибка - 8 баллов
- 5) Полностью верное решение - 10 баллов

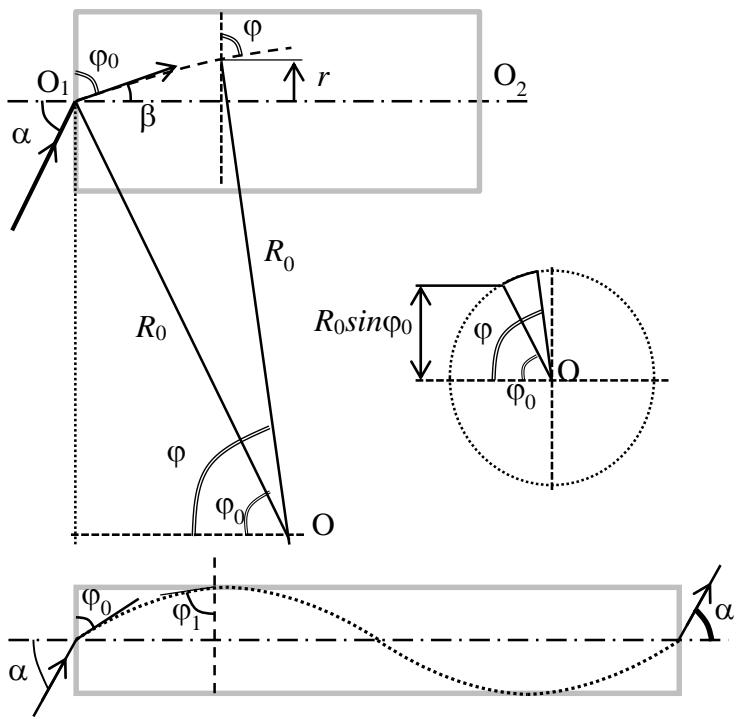


5. Два горизонтальных прямых цилиндра одинакового радиуса R , но разной длины, изготовлены из одного оптически прозрачного материала. Показатель преломления материала цилиндров зависит от расстояния r до их осей: $n = \frac{C}{A + Br}$. Точки O_1 и O_2 обозначают пересечения оси каждого цилиндра с их торцами (как на рисунке). Тонкий луч

монохроматического света падает по углом α на поверхность каждого из цилиндров в точке O_1 . Эти лучи выходят из правых торцов цилиндров под одинаковыми углами θ в точках F , расположенных на одинаковом расстоянии S от точек O_2 . Найдите минимальную разность длин цилиндров $L_2 - L_1$. Считать, что снаружи цилиндров - вакуум. Принять $R = 0.005 \text{ м}$, $\sin \alpha = 0.9$, $C = 2 \text{ м}$, $A = 1 \text{ м}$, $B = 15$. Ответ записать в метрах, округлив до тысячных.

Решение. Из-за переменной величины коэффициента преломления внутри цилиндра луч уже не будет отрезком прямой линии. Но луч, прошедший внутрь цилиндра, будет лежать в плоскости, где находятся падающий луч и ось цилиндра.

Пусть φ - угол между лучом и плоскостью поперечного сечения внутри цилиндра в точке их пересечения, r - расстояние от этой точки до оси цилиндра. Если β - угол преломления луча на



левом торце, то начальное значение угла φ при $r = 0$ равно $\varphi_0 = 90^\circ - \beta$. Тогда вдоль луча выполняется закон преломления $n_0 \sin \varphi_0 = n \sin \varphi$, т.е. равенство

$$\frac{C}{A} \sin \varphi_0 = \frac{C}{A + Br} \sin \varphi. \text{ Если это равенство переписать в виде } A + Br = \frac{A}{\sin \varphi_0} \sin \varphi, \text{ то}$$

получим соотношение для окружности, радиус которой $R_0 = \frac{A}{\sin \varphi_0}$, Т.е. луч –

это дуга окружности радиусом R_0 . Начальная точка этой дуги задана углом φ_0 . Конечная точка определяется углом φ_1 – углом падения луча на боковую поверхность цилиндра $\frac{C}{A} \sin \varphi_0 = \frac{C}{A + Br} \sin \varphi_1$. Луч подходит к границе под

углом, большим, чем предельный угол падения $\varphi_{1\text{пред}}$, при полном внутреннем отражении. Далее, луч отражается от боковой поверхности под углом φ_1 и подходит к оси цилиндра под углом φ_0 . На оси цилиндра эта дуга становится прямой линией (меняется кривизна). В нижней части цилиндра траектория выглядит зеркально. Таким образом, линия луча внутри цилиндра имеет пространственный период, минимальная длина которого равна $L = 4R_0(\cos \varphi_0 - \cos \varphi_1)$. Если точки выхода лучей через правые торцы расположены одинаково, то расстояние между ними целочисленно кратно L .

$$\text{Т.к. } \sin \alpha = \frac{C}{A} \cos \varphi_0, R_0 = \frac{A}{\sin \varphi_0}, \cos \varphi_1 = \sqrt{1 - \left(1 + \frac{BR}{A}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{A}{C}\right)^2 \sin^2 \alpha\right)}, \text{ то}$$

$$L = 4 \frac{A}{\sqrt{1 - \left(\frac{A}{C}\right)^2 \sin^2 \alpha}} \left(\frac{A}{C} \sin \alpha - \sqrt{1 - \left(1 + \frac{BR}{A}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{A}{C}\right)^2 \sin^2 \alpha\right)} \right)$$

$\sin \alpha$	$\alpha, {}^0$	n_0	$\sin \varphi_0$	$\varphi_0, {}^0$	$\cos \varphi_0$	$\sin \varphi_1$	$\varphi_{1\text{пред}, 0}$	$\varphi_1, {}^0$	$\cos \varphi_1$	$R_0, \text{м}$	$L, \text{м}$
0.9	64.2	2	0.90	63.26	0.45	0.96	68.5	73.7	0.28	1.12	0.76

Критерии решения:

- 1) Не выполнен ни один пункт, приведенный ниже, и/или просто записан верный ответ – 0 баллов
- 2) Записана формула для угла падения и преломления на левом торце. Найден предельный угол преломления на боковой поверхности цилиндра – 4 балла
- 3) Показано, что луч – это дуга окружности. Найден радиус окружности. Показано, что на боковой поверхности цилиндра луч испытывает полное внутреннее отражение – 8 баллов
- 4) Описана полностью траектория луча. Определена длина пространственного периода. Показано, что разность длин цилиндров определяется через длину периода – 12 баллов
- 5) Задача решена полностью с указанием верного ответа – 16 баллов.