Профиль: математика

Вариант: 1 Класс: 10

Задача 1 (12 *баллов*). Числа u, v, w являются корнями уравнения $x^3 - 3x - 1 = 0$. Найдите $u^9 + v^9 + w^9$.

Задача 2 (16 *баллов*). В лаборатории имеются колбы двух размеров (объемом V и объемом $V/3$) в суммарном количестве 100 штук, причем колб каждого размера не менее 2. Лаборант поочередно случайно выбирает две колбы, и первую из них полностью заполняет 70-процентным раствором соли, а вторую полностью заполняет 40-процентным раствором соли. Затем он сливает содержимое этих двух колб в одну чашу и определяет процентное содержание соли в ней. При каком наименьшем количестве больших колб N событие «процентное содержание соли в чаше находится в пределах от 50% до 60% включительно» будет случаться реже события «при случайном бросании двух симметричных монет выпадает орел и решка (в любом порядке)»? Ответ обосновать.

Задача 3 (16 *баллов*). В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ длины сторон AB и BC равны, DB – биссектриса угла ADC, $AD:DC = 4:3$. Найдите косинус угла AKB, если K – точка пересечения диагоналей AC и BD, $BK:KD = 1:3$.

Задача 4 (16 *баллов*). Найдите все значения параметра a, при которых система

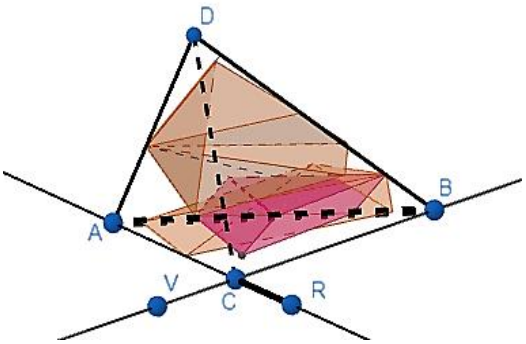
$$\begin{cases} (ay - ax + 2)(4y - 3|x - a| - x + 5a) = 0, \\ \sqrt{x^2y^2} = 4a \end{cases}$$

имеет шесть различных решений.

Задача 5 (20 *баллов*). В тетраэдре $ABCD$ суммы трёх плоских углов при каждой вершине равны $180°$. Найдите объём тетраэдра, если $BC = 4$, $\cos\angle BAC = 3/4$, $\sin\angle CBD = 5\sqrt{7}/16$.

Задача 6 (20 *баллов*). По программе реновации было решено разобрать старый дом и на его месте построить новый. При разборе старого дома возникло две проблемы.

1) Скопление строительного лома перекрыло подход к некоторым точкам строительной площадки, между которыми необходимо было промерить расстояние. Прораб промерил расстояние от точки C до точки A и от точки C до точки B (см. рис.). Оказалось, что $AC = 4$ м, $BC = 10$ м. Кроме того, ему удалось определить расстояния $CR = 1$ м, $VR = 3$ м, $CV = 2{,}5$ м для точек R и V, расположенных на продолжениях прямых дорожек, соединяющих объекты A, C и C, B соответственно. Определите расстояние между точками A и B (промерить это расстояние на площадке не представлялось возможным из-за завала) и площадь части строительной площадки CADB при условии, что расстояния CD и BD вдвое больше расстояния CB.



2) Из земли торчал негнущийся кусок арматуры - штырь, высота которого над землей 0,5 м. Попытки выдернуть его из земли не привели к успеху. Тогда рабочие сдвинули его бульдозером так, что конец штыря сравнялся с поверхностью земли и оказался на расстоянии 1,5 м от первоначальной точки входа штыря в землю. Найдите длину части штыря, скрытую в земле, предполагая, что его нижний конец не сместился.