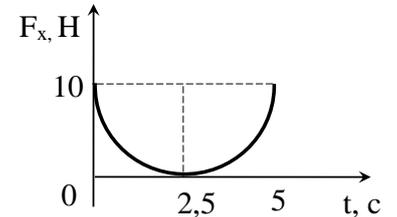


**Заключительный этап академического соревнования Олимпиады школьников  
«Шаг в будущее» по физике «Профессор Жуковский»  
(общеобразовательный предмет физика), весна 2021 год  
11 класс  
Вариант 19**

**Задача 1 (10 баллов)**

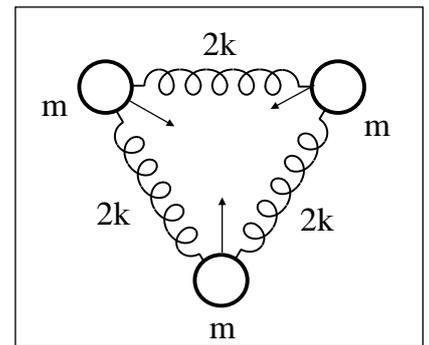
На тело массы  $m = 5$  кг действует сила  $F_x$ , график которой представляет собой полуокружность. Найдите работу этой силы за

время от нуля до 5 с, если начальная скорость тела  $v_{0x} = 2,85 \frac{M}{c}$ .



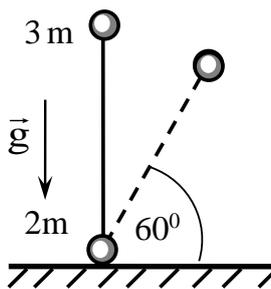
**Задача 2 (10 баллов)**

Три одинаковых шарика массы  $m$  каждый, соединенные одинаковыми пружинами жесткости  $2k$ , образуют равносторонний треугольник. Одновременно все три шарика толкнули, сообщив им одинаковые по модулю скорости, направленные к центру треугольника. Через какое минимальное время после этого пружины будут сильнее всего растянуты? Массу пружин и гравитационное взаимодействие не учитывать.



**Задача 3 (12 баллов)**

На плоскую поверхность тонкой плоско-выпуклой отрицательной линзы нанесено абсолютно отражающее покрытие. На вогнутую поверхность линзы падает узкий пучок импульсного лазерного излучения с энергией  $W = 5$  Дж и длительностью  $\tau = 10^{-8}$  с. Падающий луч распространяется параллельно главной оптической оси линзы на расстоянии  $F/2$  от оси ( $F$  – фокусное расстояние линзы). Найдите величину средней силы, действующей на линзу со стороны света, если половина лазерного излучения поглощается в линзе. Отражением от поверхности линзы (без покрытия) пренебречь.



**Задача 4 (12 баллов)**

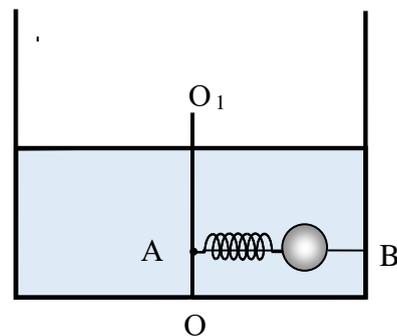
На шероховатую горизонтальную поверхность вертикально поставили гантель длины  $\ell$ , состоящую из двух маленьких шариков массами  $m_1 = 3m$  и  $m_2 = 2m$ , соединённых невесомым жёстким стержнем. Гантель отпускают без начальной скорости, и она начинает падать. Определите величину коэффициента трения между гантелью и плоскостью, если нижний шарик начинает скользить по плоскости, когда угол наклона стержня с плоскостью достигнет  $\alpha = 60^\circ$ .

**Задача 5 (18 баллов)**

Металлический шарик радиуса  $R$  с отрицательным зарядом  $-2q$  находится внутри тонкостенной металлической сферы радиуса  $2R$ . Центры шарика и металлической сферы совпадают. Сфере сообщили положительный заряд  $+q$ . Шарик и сферу соединили тонким проводником ничтожной ёмкости и затем разъединили. Найдите разность потенциальных энергий  $\Delta W$  конечного и начального состояний системы

**Задача 6** (18 баллов)

Внутри неподвижного цилиндрического сосуда с жидкостью плотности  $\rho$  закреплена ось  $OO_1$ , к которой в точке А прикреплен тонкий горизонтальный стержень АВ. По стержню без трения может скользить муфта в виде шара радиуса  $r$ . Шар связан с концом стержня в точке А пружиной жесткости  $k$ , длина которой в нерастянутом состоянии равна  $L_0$ . Сосуд приводят во вращение с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси  $OO_1$ . Определите расстояние центра шара от оси вращения, если плотность материала шара в четыре раза больше плотности жидкости. В процессе вращения жидкость не выливается из сосуда и шарик не касается боковой стенки.

**Задача 7** (20 баллов) *Ситуационная задача*

Электромобиль – автомобиль, приводимый в движение одним или несколькими электродвигателями с питанием от аккумулятора.

Определите максимальное расстояние, проходимое электромобилем без подзарядки при движении с постоянной скоростью равной 108 км/ч, если масса аккумуляторов 2425 кг, а суммарный КПД системы аккумулятор-двигатель-колеса составляет 0,75. Вся энергия аккумулятора затрачивается на работу двигателя. Энергоемкость аккумуляторов составляет 50 (Вт · ч)/кг.

Коэффициент аэродинамического сопротивления электромобиля равен 0,3, площадь его поперечного сечения 2,5 м<sup>2</sup>, масса без аккумулятора 800 кг. Удельная сила трения при качении колёс электромобиля 0,1 Н/кг.

Сила сопротивления воздуха определяется соотношением

$$F_{\text{сопр}} = C_x \rho_v \frac{v^2}{2} S,$$

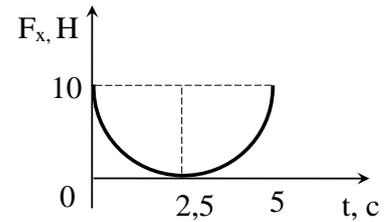
где  $C_x$  – коэффициент аэродинамического сопротивления,  $\rho_v$  – плотность воздуха (1,2 кг/м<sup>3</sup>),  $v$  – скорость движения автомобиля,  $S$  – площадь поперечного сечения автомобиля.

## Решение варианта 19

### Задача 1 (10 баллов)

$$\Delta v = \frac{1}{m} \cdot \left( F_{\max} \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \pi F_m \cdot \frac{\Delta t}{2} \right) = \frac{F_m \cdot \Delta t}{m} \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$1) = \frac{10 \cdot 5}{5} \cdot \left( 1 - \frac{3,14}{4} \right) = 2,15 \frac{M}{c}$$



2) При  $v_1 = 2,85 \text{ м/с}$   $v_2 = v_1 + \Delta v = 2,85 + 2,15 = 5,0 \frac{M}{c}$

3) Работа .

$$A = \Delta W_{кин} = \frac{m}{2} (v_2^2 - v_1^2) = \frac{5}{2} (5^2 - 2,85^2) = 42 \text{ Дж}$$

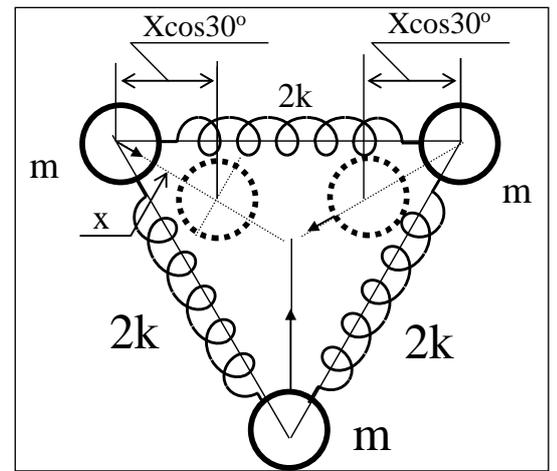
$$A = 42 \text{ Дж}$$

Ответ:  $A = 42 \text{ Дж}$

### Задача 2 (10 баллов)

1) При смещении шариков к центру или от центра треугольника на  $x$ , каждая пружина деформируется на

$$\Delta x = 2x \cos 30^\circ = 2x \frac{\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3}$$



2) Энергия системы

$$W = 3 \frac{m}{2} \dot{x}^2 + 3 \frac{2k}{2} (\Delta x)^2 = 3 \frac{m}{2} \dot{x}^2 + 3k(x\sqrt{3})^2 = \frac{3}{2} m \cdot \dot{x}^2 + 9k \cdot x^2$$

3) Так как  $W = \text{const}$ , следовательно,  $\frac{dW}{dt} = 0$ , то есть  $3m \cdot \dot{x} \cdot \ddot{x} + 18k \cdot x \cdot \dot{x} = 0$

Так как скорость  $\dot{x} \neq 0$  в общем случае, то  $3m \cdot \ddot{x} + 6 \cdot k \cdot x = 0$ ,

следовательно,  $\omega = \sqrt{\frac{6 \cdot k}{m}}$ ;  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{6 \cdot k}}$  либо  $T = \pi \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{m}{k}}$

Пружины будут сильнее всего растянуты через  $t = \frac{3}{4} T = \frac{3}{2} \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{6 \cdot k}}$  либо через

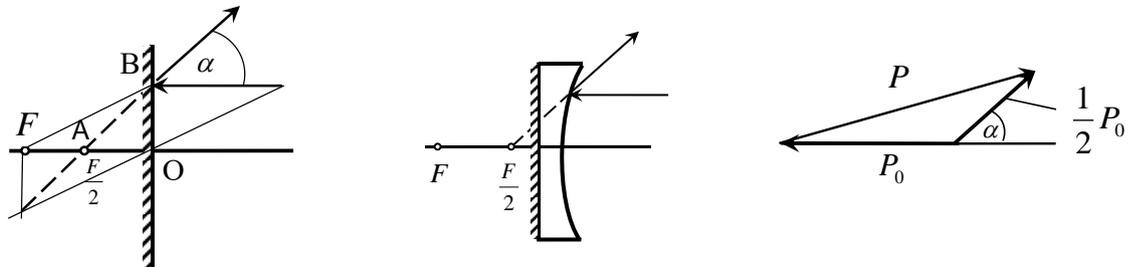
$$t = \frac{3}{4} T = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{3m}{2k}}$$

Ответ:  $t = \frac{3}{4} T = \frac{3}{2} \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{6 \cdot k}}$  или  $t = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{3m}{2 \cdot k}}$

**Задача 3** (12 баллов)

Рассмотрим ход лучей в линзе. Из рисунка видно, что треугольник АОВ – прямоугольный. АО=ОВ, поэтому  $\alpha = 45^\circ$ .

Пусть теперь  $p_0 = \frac{W}{c}$  - начальный импульс пучка света,  $\frac{p_0}{2}$  - импульс отражённого от зеркала пучка света. Так как  $F_\tau = \Delta p$ , то величина средней силы, действующей на линзу,  $F = \frac{W}{c \cdot \tau} \sqrt{5 + 2\sqrt{2}} = 2,3H$



**Задача 4** (12 баллов)

Пусть  $\ell$  - длина гантели. Запишем закон сохранения энергии и второй закон Ньютона для верхнего материального шарика.:

$$m_1 g \ell = m_1 g \ell \cdot \sin \alpha + \frac{m_1 v^2}{2} \quad (1)$$

$$\frac{m_1 v^2}{2} = m_1 g \cdot \sin \alpha - T, \quad (2) \text{ где } T - \text{ сила упругости стержня}$$

$$m_1 g \ell (1 - \sin \alpha) = \frac{m_1 v^2}{2}, \text{ откуда}$$

Перепишем (1) в виде:

$$\frac{m_1 v^2}{\ell} = 2m_1 g (1 - \sin \alpha)$$

. Подставляя это равенство в (2), получим

$$2m_1 g (1 - \sin \alpha) = m_1 g \cdot \sin \alpha - T, \text{ откуда найдём}$$

$$T = m_1 g (3 \sin \alpha - 2) \quad (3).$$

(Из (1) и (2) получим  $T = m_1 g (3 \sin \alpha - 2)$ )

Условие равновесия нижнего материального шарика:

$$T \cos \alpha = F_{TP}, \text{ где } F_{TP} = \mu \cdot N.$$

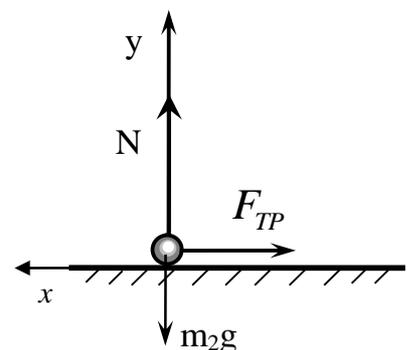
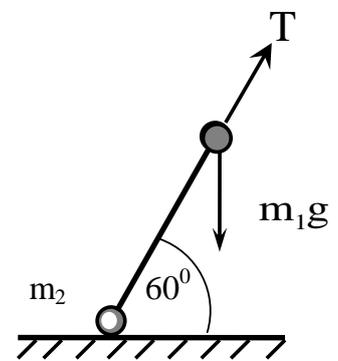
$$N = m_2 g + T \sin \alpha, \text{ тогда } T \cos \alpha = \mu (m_2 g + T \sin \alpha)$$

Из последнего равенства находим

$$\mu = \frac{T \cos \alpha}{m_2 g + T \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\frac{m_2}{m_1 (3 \sin \alpha - 2)} + \sin \alpha}$$

Подставляя в последнее выражение значения

$$m_1 = 3m, m_2 = m, \alpha = 60^\circ, \sin 60^\circ = 0,87, \cos 60^\circ = 0,5, \text{ получим}$$



$$\mu = \frac{\cos \alpha}{\frac{m_2}{m_1(3 \sin \alpha - 2)} + \sin \alpha} = \frac{0,5}{\frac{m}{3m(3 \cdot 0,87 - 2)} + 0,97} = \frac{0,5}{0,55 + 0,87} = \frac{0,5}{1,42} = 0,35$$

$$\mu = \frac{\cos \alpha}{\frac{m_2}{m_1(3 \sin \alpha - 2)} + \sin \alpha} = 0,35$$

Ответ:

### Задача 5 (18 баллов)

Потенциальная энергия системы заряженных тел складывается из собственных энергий

каждого тела и энергии их взаимодействия. Собственная энергия проводника равна  $\frac{q\varphi}{2}$ , где  $\varphi$  - потенциал, обусловленный только зарядом  $q$ , находящимся на проводнике. Таким образом,

$$W_1 = k \frac{1}{2} \cdot \frac{(-2q)^2}{R} = k \frac{2q^2}{R}$$

собственная энергия шарика

$$W_2 = k \frac{1}{2} \cdot \frac{(q)^2}{2R} = k \frac{q^2}{4R}$$

Энергия взаимодействия двух проводников равна произведению заряда  $q$  одного из них, и потенциала  $\varphi$ , созданного другим проводником в месте нахождения первого

$$W_{12} = k \cdot \frac{-2q \cdot q}{2R} = -k \frac{q^2}{R}, \text{ либо } W_{21} = kq \cdot \frac{-2q}{2R} = -k \frac{q^2}{R}$$

проводника. В нашем случае

Полная электрическая энергия системы

$$W' = W_1 + W_2 + W_{12} = k \frac{q^2}{R} \left( 2 + \frac{1}{4} - 1 \right) = -k \frac{5 \cdot q^2}{4 \cdot R}$$

При соединении шарика и сферы проводником заряд шарика перетечёт на сферу и после разъединения шарика и сферы потенциальная энергия системы будет равна собственной

$$W'' = k \frac{(-2q + q)^2}{2 \cdot 2R} = k \frac{q^2}{4 \cdot R}$$

энергии заряда, находящегося на поверхности сферы.

Тогда разность потенциальных энергий конечного и начального состояний системы

$$\Delta W = W'' - W' = k \left( \frac{q^2}{4R} - \frac{5 \cdot q^2}{4 \cdot R} \right) = -k \frac{q^2}{R} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot R}$$

$$\Delta W = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot R}$$

Энергия системы уменьшилась на

$$\Delta W = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot R}$$

Ответ:

**Задача 6** (18 баллов)

$x$  - расстояние от оси вращения до центра муфты,  $x = L_0 + \Delta x + r$ .  
 При установившемся вращении сосуда и муфты на последнюю вдоль оси стержня АВ действуют две силы:

сила упругости  $F_{\text{упр}} = k\Delta x$ , где  $\Delta x = x - L_0 - r$ ,  
 и радиальная составляющая архимедовой силы  $F_A = \rho V \omega^2 x$ .

Уравнение движения муфты  $F_{\text{упр}} + F_A = m\omega^2 x$  (1),

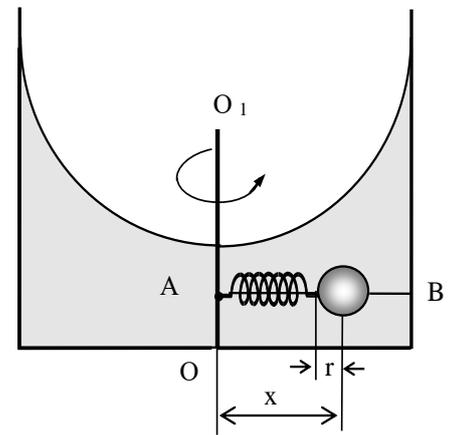
где  $m$  - масса шара. По условию  $\rho_{\text{ш}} = 4\rho$ . Учитывая, что  $m = 4\rho V$ , подставим выражения для  $F_A$  и  $F_{\text{упр}}$  в (1), получим

$$k(x - L_0 - r) + \rho V \omega^2 x = 4\rho V \omega^2 x$$

или  $3\rho V \omega^2 x = kx - k(L_0 + r)$ , или  $k(L_0 + r) = x(k - 3\rho V \omega^2)$ , откуда  $x = \frac{k(L_0 + r)}{k - 3\rho V \omega^2}$  (2).

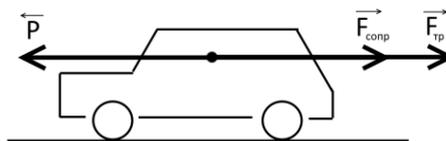
Так как  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ , подставив в (2), найдём  $x = \frac{k(L_0 + r)}{k - 4\pi r^3 \omega^2 \rho}$ .

**Ответ:**  $x = \frac{k(L_0 + r)}{k - 4\pi r^3 \omega^2 \rho}$ .



**Задача 7** (20 баллов) *Ситуационная задача*

На автомобиль в направлении движения действуют 3 силы: движущая сила  $P$ , сила сопротивления воздуха  $F_{\text{сопр}}$  и сила трения  $F_{\text{тр}}$ . Приведём их к центру масс автомобиля и покажем схематично на рисунке:



Распишем силы, действующие на автомобиль. Сила сопротивления воздуха:

$$F_{\text{сопр}} = S C_x \rho_v \frac{v^2}{2}$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения автомобиля,  $C_x$  – коэффициент аэродинамического сопротивления,  $\rho_v$  – плотность воздуха,  $v$  – скорость движения автомобиля

Сила трения:

$$F_{\text{тр}} = \mu M$$

где  $\mu$  – удельная сила трения,  $M$  – полная масса автомобиля, которую можно представить, как:

$$M = m_0 + m_A$$

где  $m_0$  – масса автомобиля без аккумуляторов,  $m_A$  – масса аккумуляторов. Окончательно для силы трения:

$$F_{\text{тр}} = \mu(m_0 + m_A)$$

Поскольку автомобиль движется с установившейся скоростью, то его ускорение будет равно нулю. Тогда второй закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось запишется в виде:

$$P - F_{\text{сопр}} - F_{\text{тр}} = 0$$

где  $P$  – движущая сила

Откуда:

$$P = F_{\text{сопр}} + F_{\text{тр}}$$

$$P = SC_x \rho_v \frac{v^2}{2} + \mu(m_0 + m_A) \quad (1)$$

Если перемещение автомобиля составляет  $L$ , то работа движущей силы:

$$A = PL$$

Время движения автомобиля:

$$t = \frac{L}{v}$$

Соответственно, мощность:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{PL}{L/v} = Pv$$

Согласно закону сохранения энергии, полезная (эффективная) мощность аккумуляторов равна мощности, развиваемой движущей силой. Тогда можно записать, что:

$$Pv = \frac{m_A n}{t} \eta$$

Где  $n$  – энергосодержание аккумуляторов,  $\eta$  – КПД системы аккумулятор-двигатель  
Расписывая время:

$$Pv = \frac{m_A n}{\frac{L}{v}} \eta$$

Выразим из последнего выражения движущую силу:

$$P = \frac{m_A n \eta}{L}$$

Подставим это выражение в записанное ранее уравнение (1):

$$SC_x \rho_v \frac{v^2}{2} + \mu(m_0 + m_A) = \frac{m_A n \eta}{L} \quad (2)$$

Откуда выразим дальность хода:

$$L = \frac{m_A n \eta}{SC_x \rho_v \frac{v^2}{2} + \mu(m_0 + m_A)}$$

Предварительно переведа значение скорости из км/ч в м/с:

$$v \left[ \frac{\text{м}}{\text{с}} \right] = v \left[ \frac{\text{км}}{\text{ч}} \right] \cdot \frac{1000}{3600} = 108 \cdot \frac{1000}{3600} = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

А энергосодержание аккумуляторов в Дж/кг:

$$n \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right] = n \left[ \frac{\text{Вт} \cdot \text{ч}}{\text{кг}} \right] \cdot 3600 = 50 \cdot 3600 = 1,8 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

Численно:

$$L = \frac{2042 \cdot 1,8 \cdot 10^5 \cdot 0,75}{2,5 \cdot 0,3 \cdot 1,2 \cdot \frac{30^2}{2} + 0,1(800 + 2425)} = 450 \text{ км}$$

**Ответ:** максимальное расстояние равно 450 км.